Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi Kar
Kísérleti Fizika Tanszék

Kistömegű vörös óriáscsillagok hélium-héjának fellobbanására utaló periódusváltozás vizsgálata

TDK dolgozat

Készítette: Bebesi Zsófia, V. éves fizikus szakos hallgató
Témavezető: Dr. Szatmáry Károly, egyetemi docens

Szeged
2002

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés

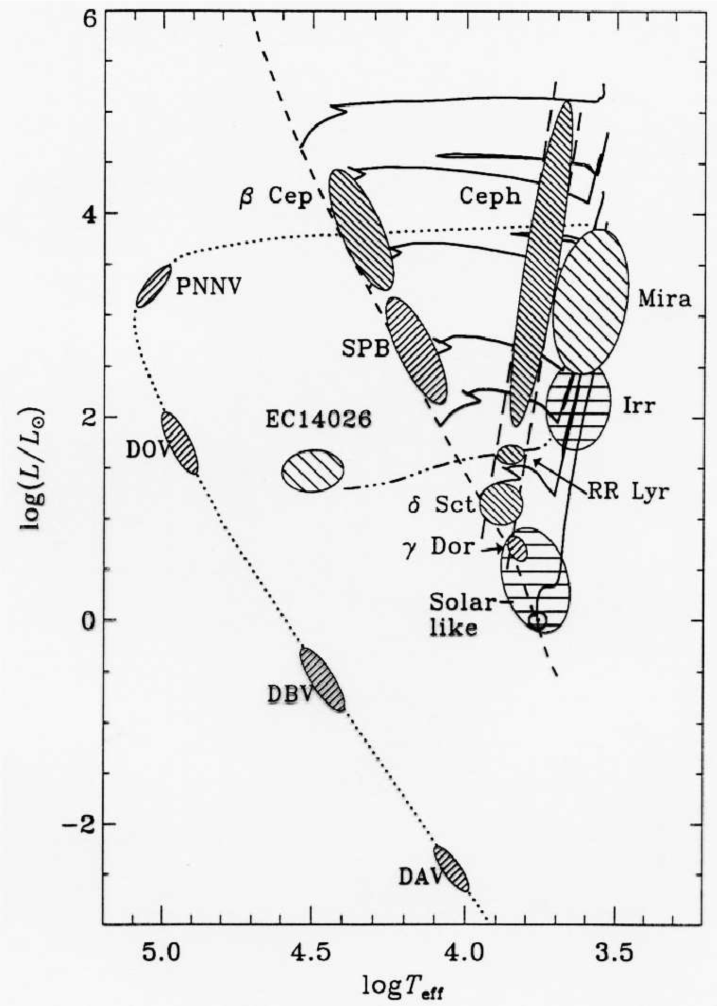
Dolgozatomban az aktív, nukleáris energiatermeléssel járó evolúció legvégső fázisában járó vörös óriáscsillagok egyik jellegzetes folyamatát vizsgáltam. Ezek az égitestek a Hertzsprung-Russell diagram (HRD) Aszimptotikus Óriáságán (AGB) foglalnak helyet, fúziós reakcióik ekkor egyidejűleg zajlanak a szénből és oxigénből felépülő mag felett elhelyezkedő két (hélium és hidrogén alkotta) héjban. Összetett folyamataik viszonylagos egyensúlyát azonban gyakran borítják fel a hélium-héj időleges túlfutásai (*fellobbanások, shell flashes*), melyek a csillag periódus - és luminozitásváltozásában nyilvánulnak meg. Erre vonatkozó modellszámításokat először Wood és Zarro tett közzé 1981-ben, melyben a fellobanás során átrendeződő energiatermelési folyamatok időbeli alakulását elemezték. Modellezés útján meghatározták a luminozitás változásának lehetséges ütemét a mag tömegének függvényében, majd eredményeiket pulzációelméleti számításokkal vetették össze.

Az általunk ismert objektumok közül eddig még viszonylag kevés esetében merült fel a hélium fellobbanás lehetősége, azonban néhány - AGB-n tartózkodó - Mira típusú vörös óriáscsillagnál már mutatkoztak erre utaló jelek. Dolgozatomban a már említett eljárást hat olyan Mira esetében alkalmaztam, melyek az elmúlt évszázad folyamán periódus és luminozitás tekintetében figyelemreméltó változásokon estek át. Mivel a kiválasztott objektumok pulzációs ciklusai több száz naposak, idősoraikat nemzetközi adatbázisokból gyűjtöttem össze. A fénygörbék analízisének során három különböző módszert használtam (Fourier-transzformáció, O-C diagram, idő-frekvencia eloszlások). A dolgozat első részében összefoglaltam a kistömegű csillagok evolúciójának végső fázisaira vonatkozó elméleti ismereteket, és bemutattam Wood és Zarro féle modell legfontosabb pontjait. Ezt követően mindegyik csillag esetében elemeztem a periódus és az amplitúdó változásait, majd a modell alkalmazása révén meghatároztam néhány fontos fizikai paraméterüket.

2. Elméleti áttekintés

2.1. Kistömegű csillagok fősorozat utáni evolúciója

A csillagok későbbi fejlődése már kialakulásuk legelső időszakában eldől, hiszen folyamataik idő- és energiaskáláit elsősorban tömegük szabja meg. Ismeretes, hogy a tömeg nagyságával arányban növekszik az energiatermelés rátája és karakterisztikus hőmérséklete, ennek kapcsán azonban minden esetben megrövidül a csillag aktív, fősorozati élettartama.



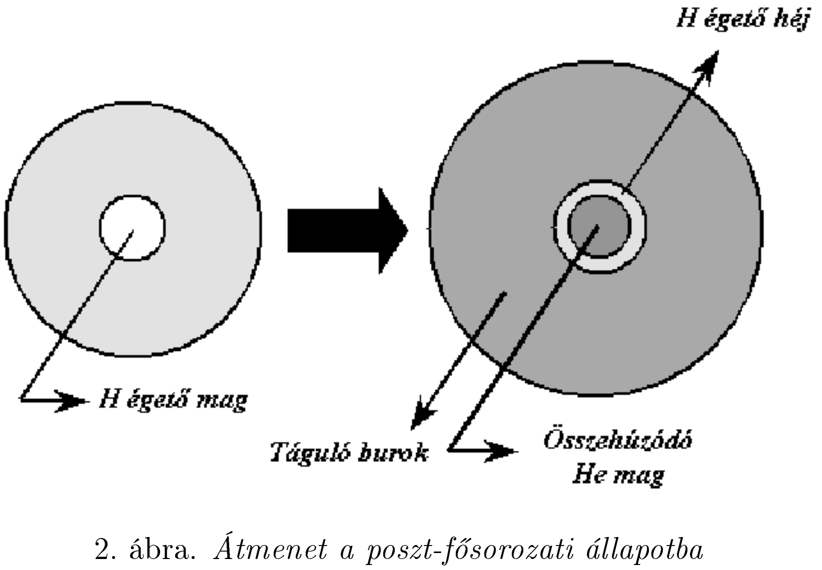
1. ábra. *Evolúciós útvonalak és pulzációs típusok*

A $8M_{\odot}$-nél nagyobb tömegű csillagok belsejében vasmag alakul ki; életútjukat II típusú szupernóvaként végzik, felszínre került magjuk pedig neutroncsillag, vagy

fekete lyuk lesz. A $0.8M_{\odot} < M < 8M_{\odot}$ tömeggel rendelkező objektumok vörös óriássá fejlődnek, majd miután külső héjukat levetették (planetáris ködképződés), fehér törpe maradványcsillagot hagynak hátra. A $0.8M_{\odot}$-nél kisebb tömegű csillagok evolúciója rendkívül lassú, hosszú évmilliárdokig tart. Életútjuk végén semmiféle kataklizmán nem esnek át, mindössze fokozatosan kihűlnek.
Dolgozatomban a Naphoz hasonló kistömegű csillagok fejlődését vizsgáltam, ezért a továbbiakban ezek evolúcióját kísérem végig, elsősorban a fejlődés kései fázisaira összpontosítva. Az összefoglaló elméleti alapját Icko Iben 1967-es munkája képezi.

2.1.1. Poszt-fősorozati állapot

Ismeretes, hogy a csillagok életútjuknak aktív, főként hidrogénfúzióból álló szakaszát a Hertzsprung-Russell diagram (a továbbiakban HRD) fősorozatán töltik. Ekkor magjukban egyenletes nukleáris égés zajlik, melynek fenntartásához a kistömegű csillagok több évmilliárdra szóló tartalékkal rendelkeznek. Az ebből származó hő kiszivárgása azonban a magbeli hidrogén kifogyása után sem szűnik meg. Mivel a fősorozati evolúciós fázist követően a fúziós folyamatok átmeneti-



2. ábra. *Átmenet a poszt-fősorozati állapotba*

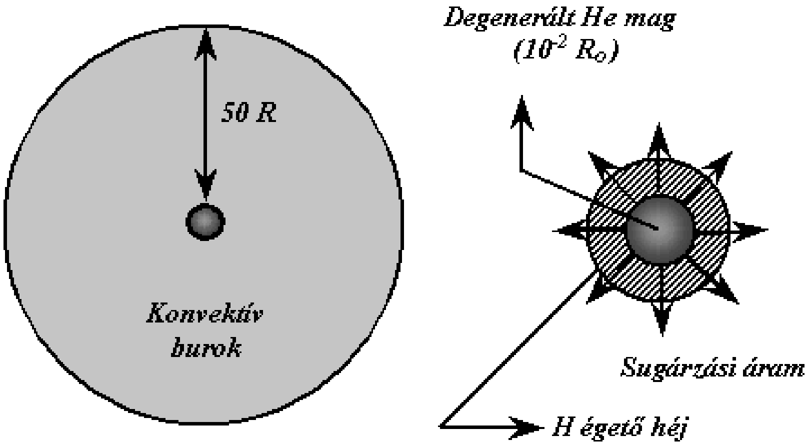
leg teljesen abbamaradnak, a gravitáció hatása alatt a mag lassú összehúzódásba kezd (Kelvin-Helmholtz időskála[1]), melynek során a mag is, és a közvetlenül felette fekvő rétegek is felmelegszenek. Az ennek során beálló új, magasabb hőmérsékleten - közvetlenül a mag felett - a hidrogén égése ismét beindulhat (2.ábra). A

[1] Ha a csillag nem rendelkezne nukleáris energiaforrással, a gravitációs kontrakció ennyi ideig fedezhetné a luminozitást.

korábbi fúzió eredményeként a magot ebben az állapotban főként hélium alkotja, melynek összehúzódását az is elősegíti, hogy a körülötte létrejött hidrogénégető héj egyre több és több hélium égésterméket juttat a centrumba. Mivel a kontrakciót így tömegnövekedés is kíséri, a mag határa mentén egyre erősebbé válik a gravitációs tér. Ez ellenében a héj sűrűségének és nyomásának fokozatos növekedése lép fel, melyek végeredményképpen a hidrogén égését is egyre fokozzák. Ezekből az együttes folyamatokból igen nagy luminozitás származik, ennek azonban a csillag felszínére csak egy része juthat el. Amíg a külső burok radiatív energiatranszportot valósít meg (kistömegű csillagoknál ez általában igaz), az általa szállított fényteljesítmény mennyiségét a fotondiffúziós mérleg szabja meg. Ekkor a héjban keletkezett és a felszínre jutott luminozitás különbsége a köztes héjak felmelegítésére fordítódik, ezáltal tágulásra kényszeríti őket. Az ennek kapcsán megnövekedett sugár biztosítja a felszíni luminozitás közel állandó értékét, ez azonban az

$$L = 4\,\pi\,R^2 \sigma\,T_{eff}^4 \qquad (1)$$

összefüggés értelmében az effektív hőmérséklet csökkenését okozza, ahol R a csillag sugara, σ pedig a Stefan-Boltzmann állandó, ($5.67 \cdot 10^{-8}\,W/m^2K^4$). Egy radiatív csillag pozíciója a fentiek következtében HRD-n vízszintesen jobbra mozdul el - törpecsillagból a szubóriás állapot felé. A csillagok vöröses színét ekkor a fokozatosan



3. ábra. *Az ábra baloldala egy vörös óriáscsillagnak a magtól egészen a fotoszféráig terjedő tartományát, jobboldala pedig magjának közvetlen környezetét mutatja.*

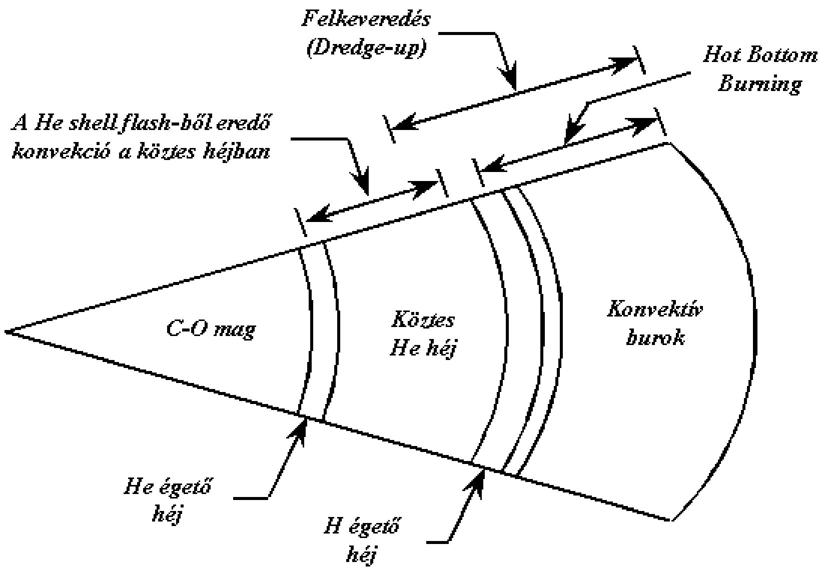
hűlő és kiterjedő felszíni rétegek okozzák. Mivel az összehúzódás során az effektív hőmérséklet nem csökkenhet tetszőleges mértékben, a kistömegű csillagok evolúciós útjai előbb-utóbb mind szinte függőlegesen felfelé haladnak; ennek során válik a korábbi szubóriásból vörös óriáscsillag. Az ezt kísérő megnövekedett héjbeli luminozitás, már túlnő a radiatív transzport stabilis megvalósíthatóságának határain, ezért a vörös óriás teljes külső héja konvektívvé válik. Ez a burok feltételezhetően egészen a hidrogénégés zónájáig nyúlik le, melynek révén a csillag felszínén megjelennek a hidrogénfúzió végtermékei is. Ezt a folyamatot első felkeveredésnek nevezzük (*"first dredge-up"*). Megjegyzendő, hogy a mag, amely egy kistömegű csillag esetén a teljes tömegnek akár a felét is tartalmazhatja, ebben az állapotban a teljes térfogatnak mindössze az egy tízmilliárdod részét foglalja el. Eközben összehúzódása továbbra is folytatódik, melynek során a szabad elektronok annyira közel kerülnek egymáshoz, hogy anyaga elfajult állapotba kerül. Ha egy ilyen vörös óriáscsillagról módunkban állna lehántani külső héjait, magja lényegében egy körülbelül $0.4M_{\odot}$-nyi, hélium alkotta fehér törpe lenne. Ebben a stádiumban a heves héjbeli hidrogénégés révén a csillagok viszonylag gyorsan feljutnak az óriáságra, melynek csúcsán a maghőmérséklet elérheti a 10^8 K-t is; ekkor veszi kezdetét a magbeli héliumégés (3α-folyamat).

2.1.2. Magbeli héliumégés, leereszkedés a Horizontális Ágra

A kistömegű csillagok magjában fellépő héliumégés degenerált körülmények között zajlik; ekkor a mag akármilyen kis hőmérséklet emelkedése nyomásnövekedéshez vezet. Mivel ennek oka ebben az esetben nem a hőmozgásban keresendő, a maghőmérséklet emelkedése a nukleáris energiatermelés olyan formájú növekedését okozza, melyet nem kompenzál nyomásnövekedés és tágulás. Ennek következtében a hélium elégése után fellépő hőmérsékletnövekedés túllövést idéz elő a nukleáris energiatermelésben. Ez a jelenség az oka annak, hogy a kistömegű csillagok héliumfúziója egy hirtelen belobbanással kezdődik (Iben, 1967), melynek során olyan hatalmas mennyiségű energia szabadul fel, mely elegendő lesz a mag degenerációjának megszüntetéséhez. A normál, hőtől származó nyomás ekkor az elektrondegeneráció nyomása fölé kerekedik, és a mag kitágul. Ez a tágulás lecsökkenti a mag határmenti gravitációját, melynek következtében a hidrogénégés is visszafogottabbá válik. Így, - bár ekkor két nukleáris energiaforrással is rendelkezik - korábbi héjának meggyengülése folytán a csillag luminozitása jelentős mértékben visszaesik. Ez a legyengyült fényteljesítmény túl kevés ahhoz, hogy a csillag megtartsa kiterjedt vörös óriás állapotát, és mind méret, mind fényesség tekintetében elindul a HRD kisebb luminozitásértékekkel jellemzett tartományai felé. A hélium-belobbanás befejeztével a magban nem degenerált (közönséges) héliumplazma jön létre, mely folyamatos hélium-szén fúziót valósít meg. Körülötte hidrogénégés zalik, melynek erősségét elsősorban a csillagburok súlya szabja meg. Ez a kettős (magbeli hélium- és héjbeli hidrogén) fúzió jellemzi a *Horizontális Ágon (HB)* tartózkodó csillagokat, melynek a HRD-n elfoglalt pontos helye nemcsak a kezdeti tömegtől és a korábbi fősorozati kémiai összetételtől, hanem az óriáságra való felemelkedés során elszenvedett tömegvesztés mértékétől is függ. Azok a csillagok, melyek tipikus kezdeti tömeg és kémiai összetétel mellett az óriáságon jelentős tömeget veszítenek, a Horizontális Ágra kerülve eleve gyengébb héjbeli forrásokkal rendelkeznek. Ha egy HB csillag teljes burkát elveszíti, kémiailag homogén, héliumból álló objektumot hagy hátra, melynek centrumában héliumfúzió zajlik; ezt az állapotot *második*, vagy *"hélium-fősorozatnak"* nevezzük. Az ott tartózkodó csillagok még viszonylag kismértékű tömegvesztés mellett is egész kéknek látszanak, mivel sugarukhoz képest luminozitásuk igen nagy. A Horizontális Ág legtöbb csillaga azonban héliumégető magja felett hordoz még buroktömeget, melyet a fuzionáló hidrogénhéj képes viszonylag szétterjedt állapotban tartani. Ezért a tipikus HB csillag luminozitása egy hasonló magtömeggel rendelkező hélium-fősorozati objektummal összehasonlítva kissé magasabb érték körül alakul, effektív hőmérséklete azonban alacsonyabb lesz.

2.1.3. Az Aszimptotikus Óriáság csillagai

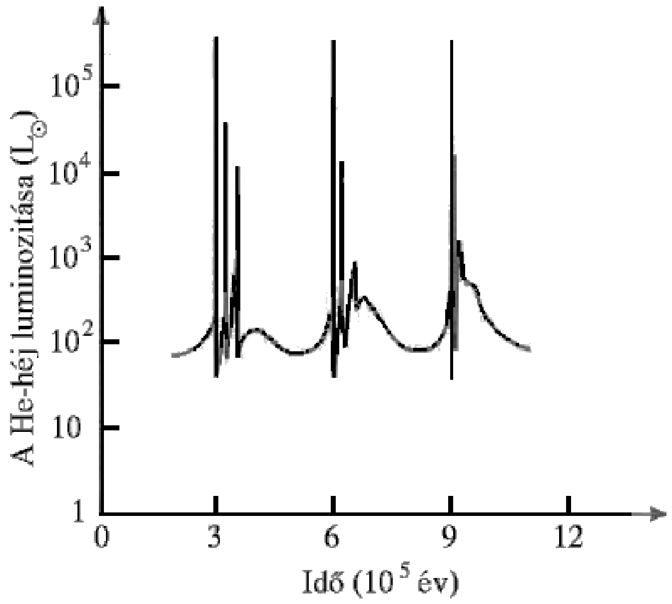
Amikor egy Horizontális Ágon tartózkodó csillag magjában a fuzionálható hélium is elfogy, a mag ismét összehúzódásba kezd. Ekkor a külsőbb rétegek nyomása és hőmérséklete is megnövekszik, így közvetlenül a mag felett hélium, afelett pedig hidrogénégés veszi kezdetét. A csillag ekkor kettős héj-égési stádiumba kerül; ez az *Aszimptikus Óriáság* (a továbbiakban AGB) objektumainak legfontosabb jellemzője. A belső szén-oxigén mag tömege eközben folyamatosan növekszik, és fokozatosan húzódik össze, melynek következtében a szabad elektronok ismét degenerált állapotba kerülnek. Ez esetben azonban a degenerált mag tömege a korábbinál jóval nagyobb, - főleg az idők során ráhullott nukleáris hamu miatt - sugara viszont a megelőző héliummagénál kisebb lett. Ennek következtében bármely felette elhelyezkedő rétegre sokkal intenzívebb gravitációs hatást fejt ki, mely még hevesebb égés forrásául szolgál - és egyben megnövekedett luminozitást is okoz. Emiatt a kettős héj-égető csillagok ennek az evolúciós fázisnak a végén vörös szuperóriásokká válnak. Az AGB-n tartózkodó objektumok belsejében lényegében két fontos folyamat zajlik: időről-időre fellépő belső *termális pulzusok* - melyek voltaképpen a héliumégető héj belobbanásai (*shell flashes*) - és *tömegvesztés.* Az előbbiekre közvetlen bizonyítékot a luminozitás és a periódus hirtelen változásai jelentik, melyekre vonatkozóan Wood és Zarro végzett modellszámításokat. Ezekhez hasonló változásokat sikerült megfigyelni néhány Mira típusú csillagnál (Wood és Zarro, 1981), de elméletileg S és C típusú vörös óriásoknál is jelentkezhetnek. Ekkor belső összetétel megváltozására



4. ábra. *Egy tipikus AGB csillag belső felépítése.*

a felszínre került, nukleáris égésből származó anyagok vizsgálatával is következtetni lehet. Szintén rendkívül fontos folyamat az AGB-n zajló nukleoszintézis (Lattanzio & Forestini, 1998), melynek feltételezhető forrásai közül az egyiket a hélium-héj termális instabilitásai, a másikat pedig ($5M_{\odot}$-nél nagyobb tömeggel rendelkező csillagoknál) a konvektív burok alján zajló nukleáris égés ("*Hot Bottom Burning*") jelentik. Az AGB-n végbemenő fejlődés során a He-héj többnyire inaktív, azonban periodikusan fellépnek a fentiekben már említett termális túlfutások, melyek általában hatalmas energiafelszabadulással járnak (ennek értéke a Nap luminozitásának 10^8-szorosát is elérheti!). Az ilyen fellobbanások időtartama viszonylag rövid, esetenként akár éves nagyságrendben is mérhetők. Az általuk termelt energia egy külön konvekciós zónát hoz létre, mely a hélium-héjtól majdnem egészen a hidrogénhéjig nyúlik fel (4.ábra) és a folyamatok során felkeveri a hélium-héj által termelt ^{12}C-t. A fellobbanást követően a csillagban visszamaradt energia jelentős tágulást és hűlést eredményez. Mivel a flash kioltja a hidrogén-héjat, a konvektív zóna behatolhat a hélium-héj konvekciója által létrehozott széngazdag régióba is, melynek

során a szén feljuthat a csillag felszínére (*"harmadik felkeveredés", third dredge-up*[2]). Ezek után a csillag folytatja összehúzódását, hidrogén-héja újból fellobban, és egy viszonylag hosszadalmas (10^4 év nagyságrendű) köztes fázis veszi kezdetét. Ezalatt az időszak alatt luminozitását lényegében a hidrogénégető héj szolgáltatja, azonban egy idő után a hélium ismét fellobban és a ciklus kezdődik előről.
Megjegyzendő, hogy a kései csillagokra vonatkozó modellalkotás során manapság még sok bizonytalansággal kell számolni, azaz esetenként az észlelések többféle elméleti folyamattal is magyarázhatók. Az egyik ilyen jelenség a *termális relaxációs*



5. ábra. *Relaxációs rezgések*

rezgések fellépése (Schwarzschild & Harm, 1967); eszerint a héjbeli héliumforrás elvékonyodása során is felborulhat a termodinamikai egyensúly. A folyamat forrása nagyon különbözik a hélium fellobbanás indítékától, bár lezajlásának jelei hasonlók lehetnek. Ekkor az energiatermelő régió nem degenerált, azonban térbeli kiterjedése sokkal jelentéktelenebb. Így ha bemenetében nukleáris energiatöbblet jelentkezik, tágulni kezd, azonban vékonysága és viszonylag kis tömege folytán csak csekély mértékben képes a fölötte lévő anyagrétegeket megemelni. Eközben nyomása alig változik, viszont hőmérséklete megemelkedik, és ha a nukleáris energiatermelés mér-

[2] A "második felkeveredés" nem lép fel kistömegű csillagok esetén; akkor következik be, amikor egy $4M_\odot$-nel nagyobb tömegű objektum magbeli héliumégésének egy külső héjra való áttevődése során a korábbi hidrogén-héj felemésztődik, és a burok konvekciója az ott keletkezett égéstermékeket a felszínre juttatja.

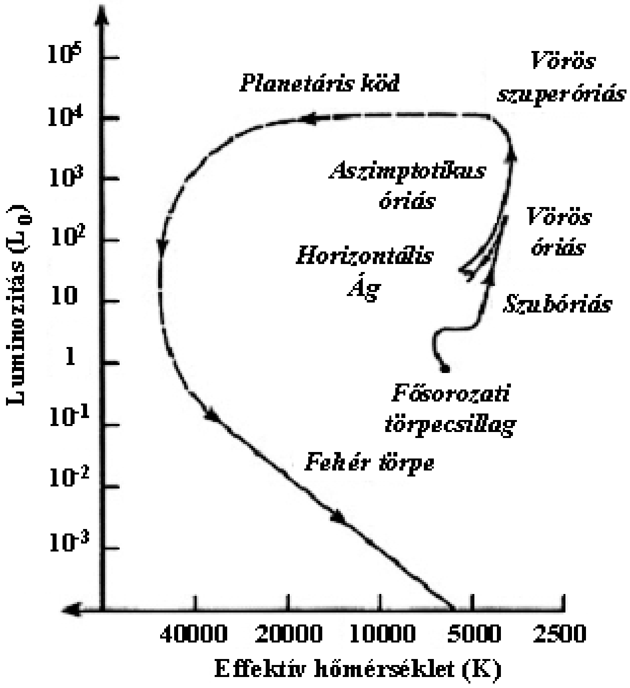
lege elegendően érzékeny a hőmérsékletváltozásokra (mint például a 3α-folyamat), akkor az úgyszintén emelkedni fog. Ez jóval azelőtt történik, mielőtt a többletenergiának módja lenne eltávozni, tehát termális túlfutást eredményez. Ennek kontrollja csak jóval a héj kitágulása után jelentkezik ugyanúgy, mint a hőtöbblet elszállítására fellépő konvekció. Ezt követően a csillag fokozatosan veszi csak fel az új termodinamikai feltételeknek megfelelő egyensúlyi állapotot ("relaxáció"), azonban közben a már említett okokból kifolyólag a hőmérséklet emelkedése ismét felléphet. Emiatt számos termális relaxációs oszcillációt végez, melyek karakterisztikája egy vagy több éles csúcsot mutat, melyeket azonban viszonylag hosszú csendes időszakok valasztják el egymástól (5.ábra). Minden egyes termális túlfutást egy konvekciós zóna kiépülése követi, mely a héliumégető héjtól majdnem a hidrogén-héjig nyúlik fel.
Végezetül fontos megemlíteni, hogy az Aszimptotikus Óráságon jelentős tömegvesztési folyamatok zajlanak. A megfigyelések szerint valószínűsíthető, hogy a vörös óriáság csúcsán túljutott objektumoknál ez igen gyors ütemben történik - elsősorban a kiterjedt felszín és az akadozó energiatermelés instabilitásai következtében. Wiedemann és Koester (1983), továbbá Wiedemann (1990) kimutatták, hogy az AGB-fázist követően létrejövő planetáris ködök magjai, és a fehér törpék tömegeloszlásai $0.6 M_\odot$ közelében koncentrálódnak, azonban szülőobjektumaik korábbi tömegei $1 M_\odot$, vagy annál nagyobb értékek lehettek. A *szuperszél* fogalmát 1981-ben Renzini vezette be, és meghatározta egy tipikus planetáris köd létrehozásához ($0.2 M_\odot$) szükséges éves tömegvesztési mérleget ($3 \cdot 10^{-5} M_\odot$), mely sokkal nagyobb a Reimers (1975) által jósolt értékeknél. Azóta számos AGB csillag esetében (különösen az infravörös forrásoknál, OH/IR objektumoknál és Mira változóknál) figyeltek meg olyan erős csillagszelet, mely megfelel az erre vonatkozó számításoknak (Knapp & Morris 1985, Wood et al. 1992). 1993-ben Vassiliadis és Wood empírikus formulát közölt $0.89 \leq \frac{M}{M_\odot} \leq 5.0$ tömegű objektumokra vonatkozóan, melyet a periódus függvényében állapítottak meg. Ezt a későbbiekben alkalmazni fogom, azonban mivel illesztett paramétereket tartalmaz, lényegében becslés értékű. Emiatt meghatározásakor hozzávetőlegesen egy nagyságrendnyi hibával kell számolnunk. A

$$log\,\dot{M}\,(M_\odot\,/\,e'v) = -11.4 + 0.0123\,P\,(nap) \tag{2}$$

formula a csillagok éves tömegvesztési mérlegét adja meg a periódus függvényében. A következő

$$v_{exp}(km\,s^{-1}) = -13.5 + 0.056\,P(nap) \tag{3}$$

egyenlet az eltávozó anyagtömegek sebességére vonatkozó becslés azzal a megszorítással, hogy a kapott értéknek a 3.0-15.0 km/s intervallumba kell esnie. A számítások alapján valószínűsíthető, hogy a szuperszél-fázis tulajdonképpen az AGB nyugalmi, hidrogénégető szakasza során alakulhat ki amikor a fényteljesítmény amúgy is jelentős.



6. ábra. *Egy kistömegű csillag fősorozat utáni evolúciós útja.*

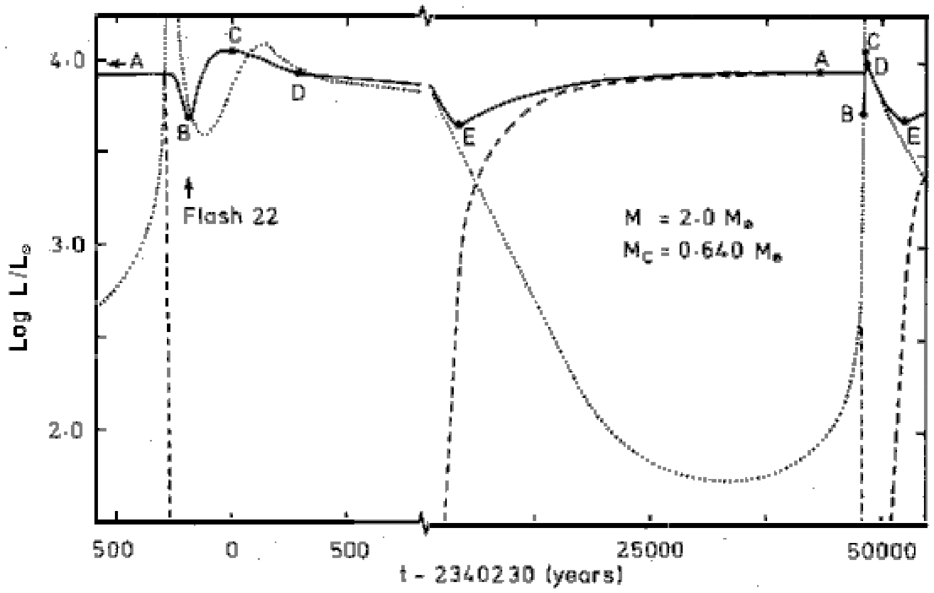
A 6.ábra egy kistömegű csillag teljes evolúcióját foglalja össze a fősorozattól egészen a szén-oxigén fehér törpe állapotig. A fehér törpének az AGB-ről vezető útját szaggatott vonal jelzi mutatva, hogy a csillagfejlődés eme kései fázisait leíró elméletek még nincsenek tökeletesen kidolgozva.

2.2. Mira típusú változócsillagok

A Mira típusú változók fénygörbéjét nagy amplitúdó és viszonylag stabil rezgési ciklusok jellemzik, bár kismértékű ingadozások gyakran előfordulnak. Fejlődésük során az AGB csúcsán való áthaladásuk több százezer évig tart, ezalatt bennük döntően két folyamat zajlik: (1) A belső héjakban időről-időre fellépő hélium belobbanások, melyek jelentős periódus - és fényességbeli változásokat okoznak. A folyamatok karakterisztikus ideje néhány tízezer év. (2) Pulzáció következtében fellépő tömegvesztés a külső rétegekben, mely végső soron a fehér törpe állapot felé kormányozza a csillagot. Ennek a hatásnak köszönhetően az erős csillagszél nagy mennyiségű anyagot juttat az intersztelláris térbe, mely sok esetben kimutatható cirkumsztelláris héjat hoz létre (Habing, 1996). A Mira változók átlagos periódusa egy kiterjedt, mintegy 150 csillagot magában foglaló vizsgálat szerint (Alard et al., 1996) többnyire 150-300 nap közé esik, de a vizsgált csillagok közül 44 %-é figyelemreméltó módon a 200 és 275 napos intervallumba került. Az ciklusról ciklusra jelentkező periódusváltozás ennél a változótípusnál általánosnak mondható, bár az átlagperiódus az esetek többségében állandó marad. A Mirák belső felépítése meglehetősen összetett; magjukat szén és oxigén alkotja, melyet a korábbiakban ismertetettek szerint egy héliumégető héj veszi körül. Ezek fölött a rétegek fölött hidrogén alkotta héj található, mely lassan felemészti a csillag külső rétegeit. A hélium héjban minden néhány ezer év során termális instabilitások lépnek fel, melyek igen drasztikusan befolyásolják a csillag későbbi fejlődését. Ezeknek az evolúciós változásoknak a pulzációra gyakorolt hatását Wood és Zarro (1981), valamint Vassiliadis és Wood (1993) modellszámításai alapján határozhatjuk meg, melyekről a következő fejezetben esik majd részletesebben szó.

2.3. A hélium-héj fellobbanási ciklusának modellezése

A dolgozatban elvégzett számítások alapját Wood és Zarro 1981-es munkája képezi, melynek a későbbiek szempontjából lényeges részeit a következőkben ismertetem. A csillag magja felett kiépült hélium-héj fellobbanásának modell szerinti teljes ciklusát jól szemlélteti a cikk egyik ábrája (7.ábra), melyen a szerzők egy adott magtömeggel rendelkező csillag felszíni luminozitásának változását ábrázolták az idő függvényében.



7. ábra. *Egy tipikus fellobbanási ciklus időbeli lefolyása.*

Eszerint a ciklus fő, nyugvó szakasza során egyenletes héjbeli hidrogénégés zajlik, melynek folyamatát az időben lassan növekvő (6) egyenlet írja le. Ez a függvény a maximumát az A-val jelzett pontban éri el, ekkor veszi kezdetét a hélium-héj fellobbanása, mely a felette elhelyezkedő hidrogénégető héjat azonnal kioltja. Ez a folyamat a luminozitás hirtelen lecsökkenésében nyilvánul meg, mely minimumát a B-vel jelzett pontban veszi fel. Amikor a hélium-héjban felszabadult energia a felszínre jut (C pont), az általa okozott (energiadiffúzióból származó) lökéshullám hirtelen megnöveli a csillag luminozitását. Az ebből származó energia maradékát sugározza ki a C-D szakaszon, melyet követően beindul a héj exponenciális lebomlása. Általában mindegyik ciklus során fellép egy gyengébb, másodlagos fellobbanás is (D-E szakasz), melynek karakterisztikája hasonlít ugyan az elsődlegeshez, azonban a csillag luminozitását mindössze csak század nagyságrendnyivel változtatja meg. Az E ponttól megfigyelhető luminozitásnövekedés jelzi, hogy a hidrogénégető héj ismét átveszi a fő energiatermelő szerepét - eközben héliumégés tovább folytatja exponenciális csökkenését.

A szerzők szimulált fellobbanások sorozatait vizsgálták, melyek során a magtömeget, és az össztömeget is változtatták. A folyamatok amplitúdója kezdetben gyorsan növekedett, majd körülbelül a 15-ik ciklus után elérte az adott magtömegnek megfelelő teljes értéket. Ezt követően a magtömeg változásának megfelelően, állandó ütemmel növekedett. A modellgörbékre illesztett egyenesek segítségével adott magtömegeket tekintve rekonstruálhatóvá válnak az egyes ciklusok jellegzetes szakaszai. A 7.ábra egyenes, nyugalmi luminozitást (L_Q) képviselő szakasza és az M_c magtömeg között az

$$\frac{L_Q}{L_\odot} = 59250 \left(\frac{M_c}{M_\odot} - 0.495 \right) \tag{4}$$

lineáris összefüggés áll fenn. A nyugalmi értéknek a magtömegtől való függését meghatározó együttható megegyezik a korábbi értékekkel (Paczynski, 1970). Az egyes ciklusok között eltelt Δt idő és a mag tömege között a

$$log\, \Delta t = 3.68 \left(1.914 - \frac{M_c}{M_\odot} \right) \tag{5}$$

összefüggés adható meg. A folyamat további, mintegy 75 %-ára jellemző luminozitásváltozást a

$$L(t) = L_Q \left[1 - exp \left(6.5 - 9.5 \frac{M_c}{M_\odot} - 7 \frac{t}{\Delta t} \right) \right] \tag{6}$$

függvény határozza meg, melynek során a periódus értéke is visszaáll egy nyugalmi értékre. A számítások során meghatározható két különösen fontos paraméter is, melyek szoros kapcsolatba hozhatók a csillagfelszínen zajló anyagkilökődésre vonatkozó számításokkal. Ezek egyike a luminozitás L_p maximuma, a másik pedig az az időintervallum (δt), melynek során a luminozitás meghaladja a nyugalmi értéket. Az L_p paraméter és a magtömeg közötti relációt illetően a szerzők az

$$\frac{L_P}{L_\odot} = 97000 \left(\frac{M_c}{M_\odot} - 0.52 \right) \tag{7}$$

összefüggést állapították meg, a maximális luminozitás tehát növekvő magtömegek esetén egyre magasabb értéket ér el. A δt paraméter a vizsgált magtömegekre

$(0.53 - 0.8 M_\odot)$ vonatkozóan a 400-800 évig terjedő időintervallumon változhat. A luminozitási maximum környezetét leíró szakasz két komponensből épül fel; Az első impulzusszerű, a fényteljesítmény ennek során éri el maximális értékét, de ez a szakasz a csökkenés kezdetét is magában foglalja. Ezt a fázist az erőteljes elsődleges fellobbanás által felszabadított, és a mag környezetéből a felszínre jutott energia hozza létre. Az ezt követő szakaszt lassú exponenciális bomlás jellemzi, mely akkor jelentkezik amikor a csillag által kisugárzott energia megközelíti a fellobbanásnak megfelelő egyensúlyi luminozitásértéket. Kisebb magtömegek esetén ezen a szakaszon még egy kisebb emelkedés jelenik meg, mely a hélium héj második, kevésbé intenzív fellobbanásának következménye. Ha a felszíni luminozitásmaximum elérésének pillanatára vonatkozó időpillanatot $t = 0$-nak tekintjük, akkor a luminozitásnak a nyugalmi értéket meghaladó szegmensét $t < t_1$ esetén közelítőleg az

$$L(t) = L_P \, exp\left(-\frac{t^2}{\tau_P^2}\right), \tag{8}$$

$t > t_1$-re vonatkozóan pedig az

$$L(t) = L_E \, exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right) \tag{9}$$

egyenletek írják le, ahol a t_1 időpontot a fenti összefüggések közötti egyenlőség adja meg. A bennük szereplő τ_p és τ_e mennyiségek az adott szakaszoknak megfelelő időskálákat adják meg; ezek magtömegtől való függését a

$$log\tau_P = 3.61 - 1.75\frac{M_c}{M_\odot} \tag{10}$$

$$log\tau_E = 5.525 - 3.0\frac{M_c}{M_\odot} \tag{11}$$

kifejezések szerint számíthatjuk ki. Az (9) egyenlet exponenciális bomlási paraméterét az

$$\frac{L_E}{L_\odot} = 97000\left(\frac{M_c}{M_\odot} - 0.54\right) \tag{12}$$

összefüggés definiálja. Kis magtömegek ($M_c < 0.62 M_\odot$) esetén csak az impulzus csúcsa haladja meg a nyugalmi értéket, és δt M_c-vel eleinte gyorsan növekszik, majd hirtelen lecsökken - azonban idővel ismét emelkedni kezd. Fontos megjegyezni, hogy a fentiekben ismertetett kifejezések egy része nagy bizonyossággal függ a kémiai összetételtől is.

3. Eredmények

Az előző fejezetben ismertetett modellszámítás eredményeit és azok alkalmazását öt Mira típusú változócsillagra végeztem el, melyek közül az R Aquilae-t, az R Hydrae-t és a W Draconis-t a szerzők is vizsgálták. A dolgozatban szereplő hatodik égitest (S Orionis) periódusváltozásának természete azt az esetet képviseli, amikor - bár a csillag evolúciós státusza szerint következtethetnénk rá - mégsem héliumhéj fellobbanás állhat a folyamat hátterében. A számítások során egyben azt is ellenőriztem, hogy az 1981-ben kapott karakterisztikák az azóta eltelt két évtized alatt mennyit változtak, azaz hogy az akkor elemzett csillagok valóban a modell szerinti utakon haladtak-e tovább. Ehhez első lépésként az összegyűjtött adatok alapján három különböző módszer alkalmazásával elemeztem a kiválasztott hat Mira periódusváltozásának alakulását. Ezek közül az egyik a klasszikus Fourier-transzformáció, melynek meghatározásához a Period98 (Sperl, 1998) programot használtam. A csillagok O-C diagramja[3] alapján kiderül a periódusváltozás csökkenő, vagy fokozódó mivolta, ezért az adott objektumokra ezeket is kiszámoltam. Ismeretes, hogy a Fourier-transzformáció megadja ugyan az egyes rezgési komponenseket, azonban azok időbeli alakulásáról szinte semmit sem árul el. Egyrészt ennek szemléltetésére, másrészt pedig a frekvenciaváltozás nyomon követhetőségének érdekében számítottam ki a csillagok idő-frekvencia eloszlásfüggvényeit - melyekről ez egyes spektrális komponensek időbelisége is egyértelműen kiderül. Ehhez a Magyar Tudományos Akadémia Konkoly-Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetének munkatársai által létrehozott TiFrAn[4] programot (Kolláth, Csubry 2002) alkalmaztam, mely az utóbbi időben egyre szélesebb körben ismertté váló Tcl/Tk[5] programrendszerben íródott. A vizsgált objektumok legfontosabb adatait a 1. táblázatban foglaltam össze. Mivel ezek a csillagok 300 napos, vagy annál hosszabb periódussal pulzálnak, napról napra történő észlelésük is csak töredéknyit árulna el rezgésük valódi természetéről. Emiatt megfigyelésüket világszerte számos amatőr és hivatásos asztronómiai szervezet végzi, a megállapított fényességértékeket pedig nemzetközi adatbázisoknak továbbítják. Az általam használt idősorok két publikus forrásból származnak; a francia

[3] O-C diagram:
O = obszervált maximum/minimumidőpont
C = kalkulált maximum/minimumidőpont = $epocha\,(JD_0) + n \cdot P_{pr}$,
ahol az *epocha* a legkorábbi maximumidőpontot (Julián-dátumban), n a ciklusszámot, P_{pr} pedig az alkalmazott próbaperiódust jelöli.

[4] http://www.konkoly.hu/staff/kollath/tifran

[5] http://www.tcl.tk/scripting/

Csillag	Koordináták		Spektráltípus	Fényesség	[V mag]
	Dec.	RA		max.	min.
T UMi	13 34 40.50	+73 25 56.0	M5.5e	9	14
S Ori	05 29 00.89	-04 41 32.7	M7e	8	14
R Aql	19 06 22.25	+08 13 48.0	M7IIIe var	5.7	12
R Hya	13 29 42.78	-23 16 52.8	M7IIIe	4.5	9.5
BH Cru	12 16 16.79	-56 17 09.6	S	6.5	10.5
W Dra	18 05 35.00	+65 57 20.0	M3e	8.5	15

1. táblázat. *A vizsgált csillagok adatai.*

Association Francaise des Observateurs d'Etioles Variables (AFOEV[6]) és a japán *Variable Star Observer's League in Japan* (VSOLJ[7]), továbbá egy Java-alkalmazás (Dexter) segítségével sikerült az amerikai *American Association of Variable Star Observers* (AAVSO) adatainak egy részéhez is hozzájutnom. A dolgozatban vizsgált csillagokra vonatkozó adatsorokkal kapcsolatos információkat a 2.táblázatban soroltam fel. Az egyes szervezetekre vonatkozó oszlopok az onnan származó adatpárok (idő-vizuális fényesség) számát, az utolsó oszlop pedig a legkorábbi észlelések időpontját tartalmazza Julián-dátumban.

Csillag	AFOEV	VSOLJ	AAVSO	Epocha [JD]
T UMi	4073	891	3213	2422703.4
S Ori	503	1810	975	2425600
R Aql	4641	3687	-	2422883.4
R Hya	1578	2770	2371	2415520
BH Cru	141	-	547	2440533
W Dra	1921	632	-	2424051.4

2. táblázat. *Az adatsorokra vonatkozó információk.*

[6] ftp://cdsarc.u-strasbg.fr/pub/afoev
[7] http://www.kusastro.kyoto-u.ac.jp/vsnet/gcvs

3.1. Az alkalmazott idő-frekvencia módszerek bemutatása

A TiFrAn programmal meghatározható idő-frekvencia módszerek közül kettőt alkalmaztam, a wavelet-transzformációt, és a Zhao-Atlas-Marks eloszlást. A következőkben ezek rövid ismertetését végzem el a kihangsúlyozva a legfontosabb tulajdonságokat. A bemutatott módszerek alapja a Fourier-transzformáció, azonban a dolgozatban tárgyalt probléma vizsgálatának során - az időben változó spektrális komponensek miatt - kevésbé alkalmazható.
Adott $s(t)$ jel *wavelet-transzformáltját* az

$$W(f,\tau) = \sqrt{f} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, g^* \left[f(t-\tau) \right] \, dt \tag{13}$$

integrálformula fejezi ki, ahol f frekvenciát, τ pedig időeltolást jelöl. A $g^* \left[f(t-\tau) \right]$ tagot (a transzformáció kernel-függvénye) *analizáló* (vagy *mother*) waveletnek nevezzük, melynél a csillag komplex konjugáltat jelent. Az alkalmazások szemszögéből tekintve szükséges, hogy a $g(x)$ függvény ($x = f(t-\tau)$) időben lokalizált legyen, hogy karakterisztikus szélessége és a $P = 1/f$ próbaperiódussal között arányosság álljon fenn. Ekkor a Wavelet-transzformációnak az idő-frekvencia sík egy adott (f,τ) pontjában vett értéke éppen akkor lesz magas, amikor az $s(t)$ jel egy P-hez hasonló hosszúságú ciklust tartalmaz. Változócsillagok wavelet-analíziséhez leginkább *Morlet-kernelt* használunk, melyet az ablakozott Fourier-transzformációnál (Short Time Fourier-Transform) alkalmazott

$$h(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \tag{14}$$

Gauss-kernelben szereplő σ paraméternek $\sigma(\omega) = \omega/c$-vel való cseréje útján állítjuk elő. A transzformáció diszkrét formáját (Morlet-kernellel) az

$$W(f,\tau) = \sqrt{f} \left[S^2 + C^2 \right]^{1/2} \tag{15}$$

egyenlettel valósítjuk meg (Szatmáry et al. 1994), ahol

$$S(f,\tau) = \sum_{i=1}^{n} s(t_i) sin \left[2\pi\, f(t_i - \tau) \right] \, e^{-\frac{1}{2} f^2 (t_i - \tau)^2} \tag{16}$$

$$C(f,\tau) = \sum_{i=1}^{n} s(t_i) cos \left[2\pi\, f(t_i - \tau) \right] \, e^{-\frac{1}{2} f^2 (t_i - \tau)^2} \tag{17}$$

és n az adatpontok számát jelöli. A fenti összefüggés által meghatározott wavelet-együtthatók értéke a skála (vagy frekvencia) és a lokáció (vagy idő) függvényei.

Adott $s(t)$ idősor vizsgálatának során az idő-frekvencia összefüggésre vonatkozóan olyan eloszlásfüggvényt keresünk, amely eleget tesz az úgynevezett *marginálisoknak*. Ezek arra vonatkozó feltételek, melyek megszabják, hogy a meghatározandó függvény idő-és frekvenciaegységre eső intenzitást reprezentáljon. A normálásra az

$$\int |s(t)|^2 \, dt = \int |S(\omega)|^2 \, d\omega = 1 \tag{18}$$

kikötést tesszük. Ekkor az ezen feltételeknek megfelelő $P(\omega, t)$ eloszlásfüggvény az ω frekvenciához tartozó intenzitásértéket határozza meg egy adott t időpillanatban. Ha ezt a függvényt a t időpontban az összes frekvenciára felösszegezzük, akkor a *pillanatnyi energiát*, időre összegezve az *energiasűrűség-spektrumot* kapjuk:

$$\int P(\omega, t) \, d\omega = |s(t)|^2 \tag{19}$$

$$\int P(\omega, t) \, dt = |S(\omega, t)|^2 \tag{20}$$

Ezek az összefüggések az úgynevezett *marginálisok*. A vizsgált jel *teljes energiáját* a kétváltozós $P(\omega, t)$ eloszlásfüggvény idő és frekvencia szerinti

$$E = \int \int P(\omega, t) \, d\omega \, dt \tag{21}$$

integráljaként határozzuk meg.

Az idő-frekvencia eloszlások általánosított osztályát Cohen 1966-ban definiálta (Kolláth & Buchler 1995, Csubry 2002), mely a

$$P(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int \int \int e^{-j\theta t - j\tau\omega + j\theta\mu} \, \Phi(\theta, \tau) \; s\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) \; d\mu \, d\tau \, d\theta \tag{22}$$

integrálkifejezés alakjában írható fel, ahol $\Phi(\theta, t)$ az eloszlás kernel-függvénye. Maga az eloszlás az egyes összetevők külön-külön vett eloszlásaiból (*auto-terms*) és a páronként különböző komponensek kölcsönhatásaiból (*cross-terms*) tevődik össze:

$$s\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) = \sum_{i=1}^{n} s_i\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) + \sum_n \sum_{m \neq n} s_n\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s_m^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) \tag{23}$$

A kereszttagok gyakran okozhatnak olyan többletet az eloszlásban, amely a valós tartalom téves interpretációjához vezethet. Mivel viselkedésüket főleg a kernel-függvény tulajdonságai szabják meg, azok alkalmas megválasztásával hatásuk jelentős mértékben csökkenthető. Azonban ennek is megvannak a korlátai; a marginálisokat is szem előtt tartva olyan eloszlásfüggvényt előállítani, amelyben ezek a tagok egyáltalán nem lépnek fel, nem lehet.

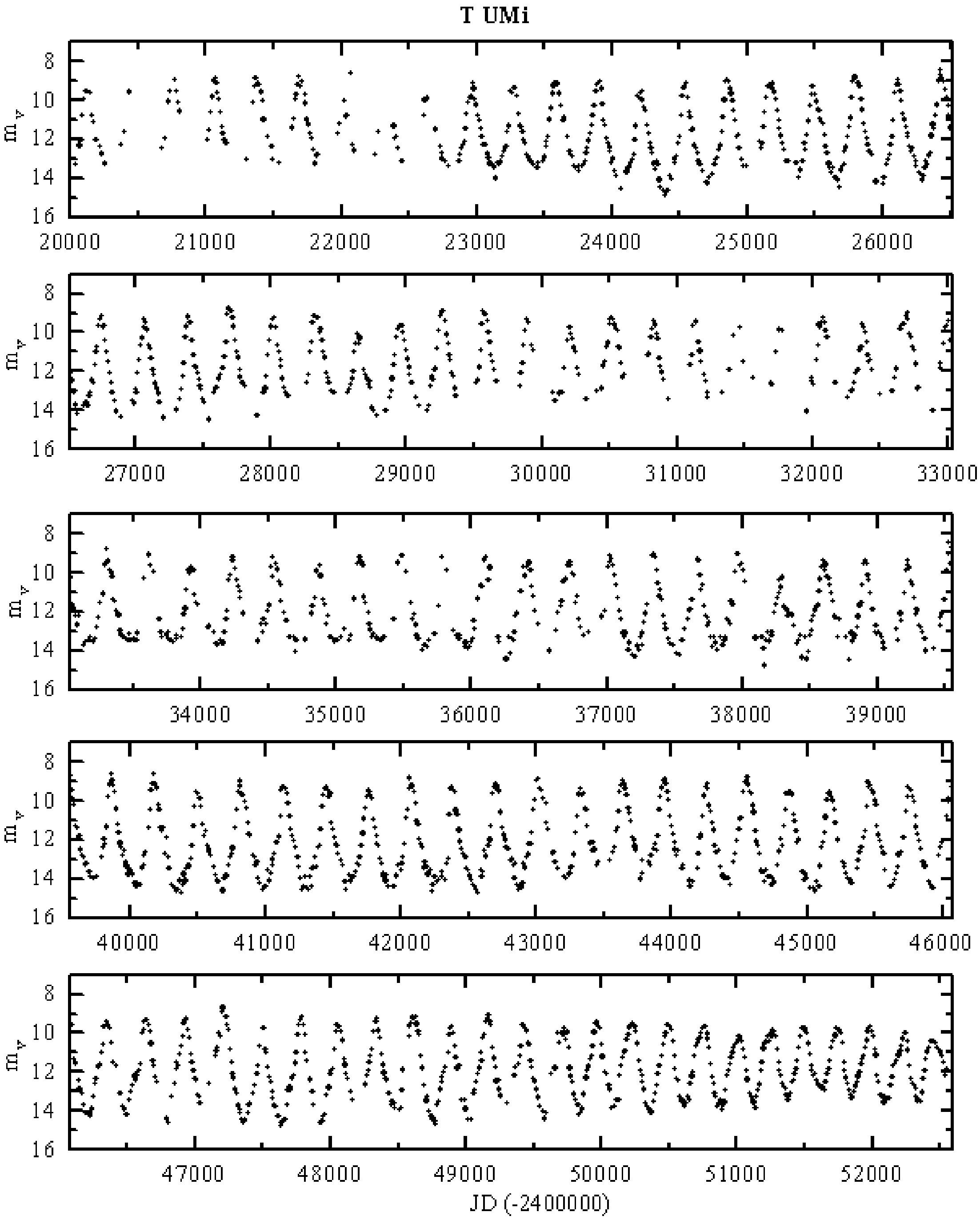
A dolgozatban a *Zhao-Atlas-Marks eloszlást* (ZAM) alkalmaztam, melyet a (22) egyenletből a

$$\Phi(\theta,\tau) = e^{-\alpha\tau^2 \frac{sin\theta\tau/2}{\theta\tau/2}} \tag{24}$$

kernel-függvény helyettesítésével határozhatunk meg, ahol az α paraméter végzi az idő-és a frekvenciafelbontás optimalizációját. A számítások során a wavelet-transzformáltak előállításakor $\alpha = 2$, a ZAM eloszlás esetében pedig $\alpha = 0.2$ értékeket alkalmaztam.

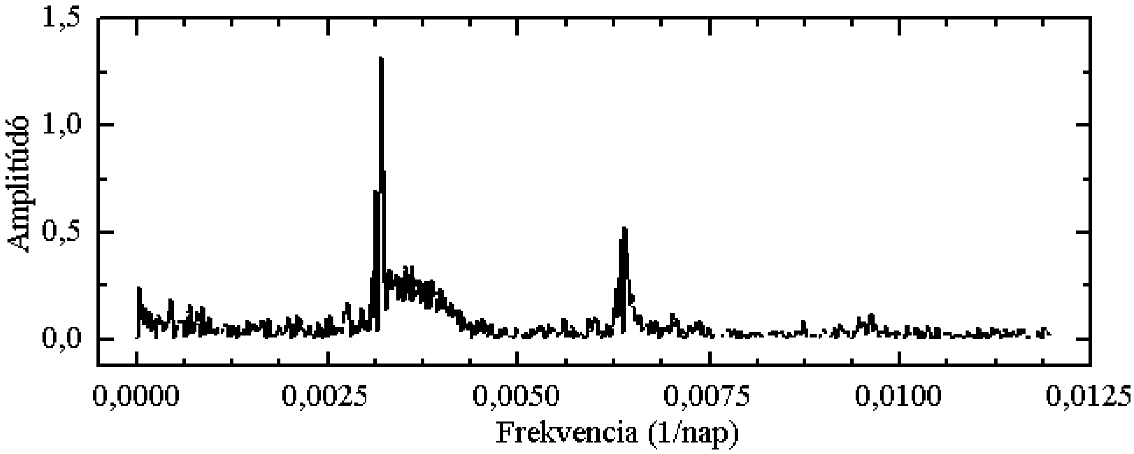
3.2. Néhány ismert Mira típusú változócsillag periódusváltozásának vizsgálata

3.2.1. T Ursae Minoris



8. ábra. *A T UMi 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.*

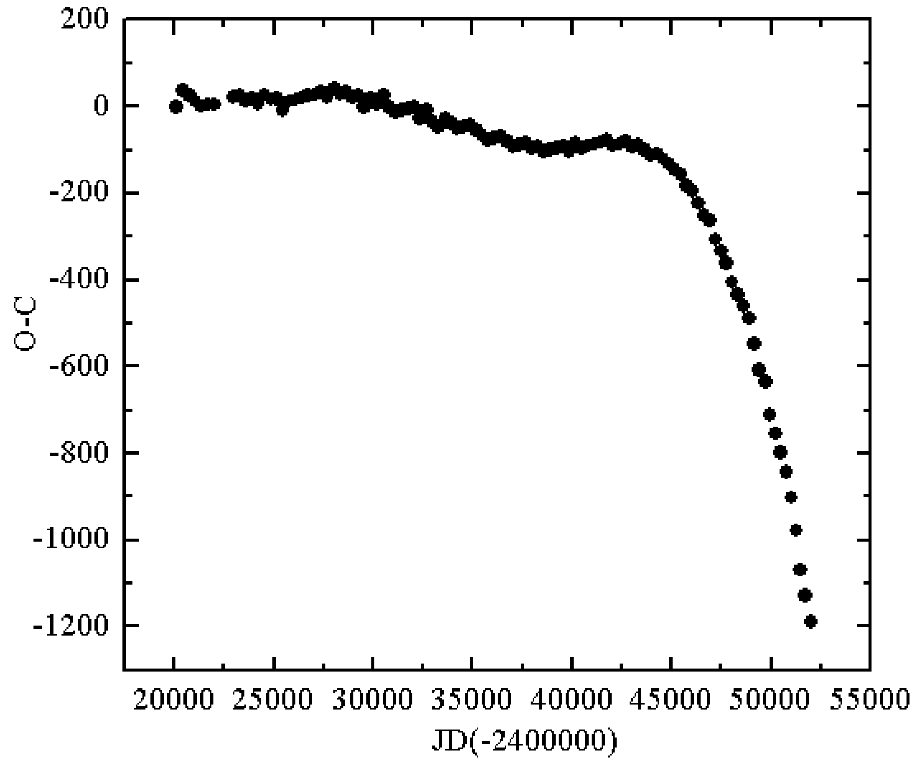
A Mira típusú T Ursae Minoris napjainkban igen különleges objektumnak számít. Periódusa a 70-es évek végén kezdett látványosan csökkenni, mely a jelenleg elfogadott elméleti modellek szerint hélium belobbanására utal a csillag magját körülvevő héjakban. A későbbi fejezetekben bemutatott Mirák pulzációs ciklusai is változnak ugyan, azonban a T UMi-nál tapasztalt drasztikus ütemet még egy hozzá hasonló ismert objektum sem produkálta korábban. A csillag perióduscsökkenésének elemzésére nemrég két tanulmány is született (Szatmáry et al., 1995, 2002), melyek alapján a T UMi ciklushossza az elmúlt 25 év során (JD 2440000-2449250) a korábbi 314.5-ről 283.2 napra esett vissza, és a folyamat azóta is tart. A csillag adatsorának Fourier-transzformálásával (9. ábra) meghatározhatók



9. ábra. *A T UMi idősorának Fourier-transzformáltja.*

ugyan a domináns frekvencia-összetevők, azonban a főkomponens aszimmetrikus kiszélesedésén kívül semmi sem utal időbeli változásra. A kétszeres frekvencián jelentkező csúcs a számolás következménye, melyet a fénygörbe fűrészfog-rezgésre emlékeztető maximumai hoznak létre a spektrumon. Érdemes megjegyezni, hogy a Fourier-módszerrel számolt pulzációs frekvenciák (a többi csillagra vonatkozóan is), általában a csökkenés, illetve növekedés előtti periódusértékeket adták meg. Ez tehát a Fourier-transzformáció egyik hátrányos tulajdonsága, mely behatárolja csillagászati alkalmazhatóságának körét.

A 10. ábrán a csillag O-C diagramja látható, melyről leolvasható a változás nem mindennapi üteme. A diagram megszerkesztésekor alkalmazott próbaperiódus értékéül a csökkenést megelőző 315 napos ciklushosszat választottam, kezdőpontként (JD_0) pedig a rendelkezésre álló legkorábbi fényességmaximum bekövetkezési idejét (JD2417598).



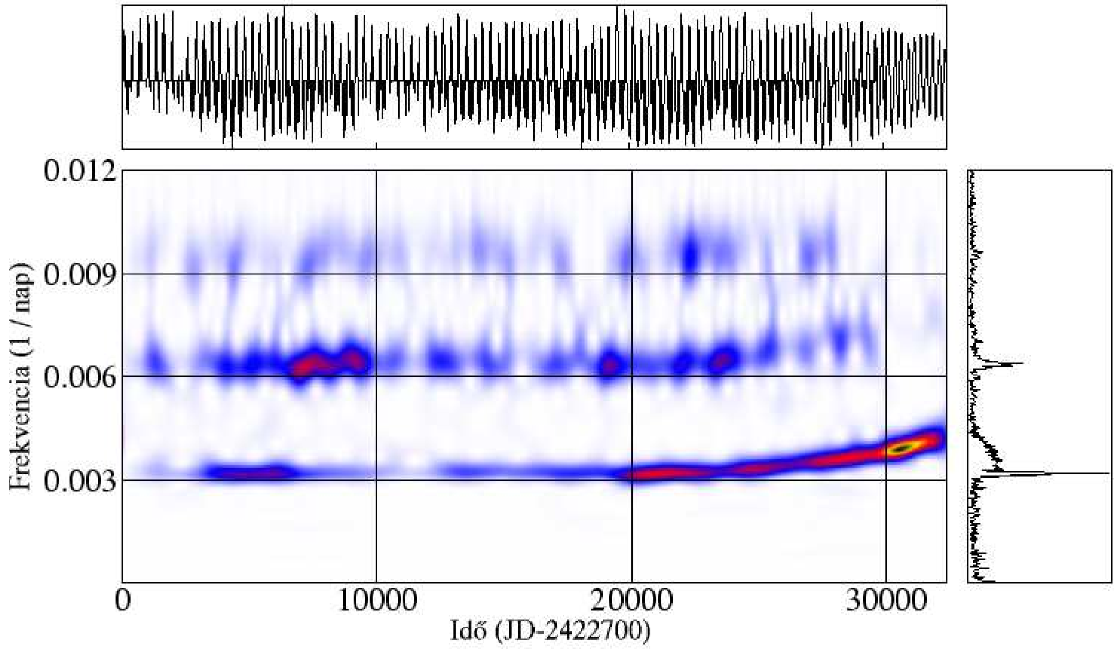
10. ábra. *A T UMi O-C diagramja:* $C = 22700 + n \cdot 315\,(nap)$.

A periódusváltozás ütemét parabola illesztésével állapítottam meg, mely a másodfokú tag együtthatójából ($-1.789 \cdot 10^{-5} \pm 0.064 \cdot 10^{-5}$ nap/nap) az

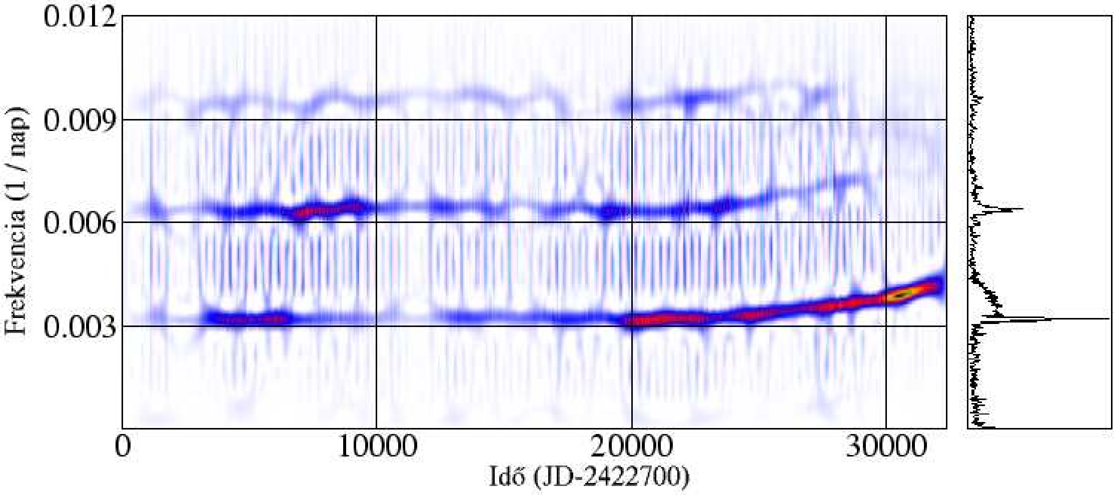
$$(O - C) = 0.5\,\frac{1}{P}\,\frac{dP}{dt}\,t^2 \tag{25}$$

összefüggés alkalmazásával (Berger and Pamyatnykh, 1998) számítható ki. Ennek relatív értékére $(1/P)dP/dt = 3.578 \cdot 10^{-5} \pm 0.128 \cdot 10^{-5}$ nap/nap adódik, ahol P az O-C diagram meghatározásakor alkalmazott próbaperiódus. Így a dP/dt derivált értéke 4.116 ± 0.147 nap/évvel lesz egyenlő, ez jelenti a ciklushossz rövidülésének egy évre vonatkozó mértékét. A rendelkezésre álló maximumidőpontok alapján a legkorábbi rezgési periódus hossza 320, a legutóbbié pedig (JD2452460) 220 napos volt.

A következőkben bemutatom az idő-frekvencia módszerek változócsillagászati előnyeit, kihangsúlyozva a Fourier-transzformáció esetleges alkalmatlanságát a mostanihoz hasonló problémák analízisének során. Az alkalmazott idő-frekvencia módszerek



11. ábra. *A T UMi wavelet-transzformáltja.*



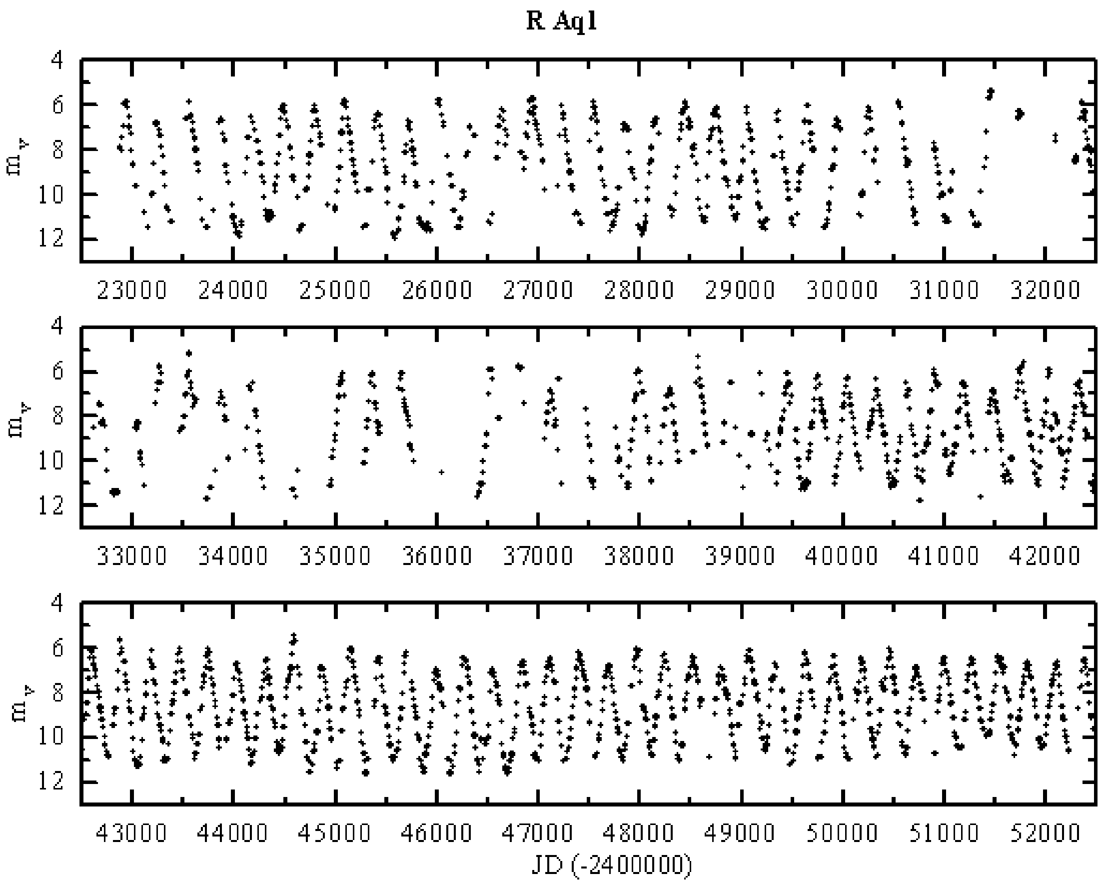
12. ábra. *A T UMi Zhao-Atlas-Marks eloszlása.*

segítségével nemcsak a frekvencia, hanem az amplitúdó időbeli változásaira is fény derülhet. Mivel a TiFrAn program használata során ekvidisztáns adatsorokra van szükség, az eredeti idősort 10 napos intervallumokra meghatározott fényességátlagokkal helyettesítettem (8. ábra). Az idő-és frekvenciafelbontást minden esetben ugyanakkorának vettem. A wavelet-transzformált (11. ábra) meghatározásakor a már korábban ismertetettek szerint az α paraméter értékét 2-nek, a Zhao-Atlas-

Marks (a továbbiakban ZAM) eloszlás esetében pedig 0.2-nek választottam. Annak érdekében, hogy az egyes frekvenciakomponensek minél jobban kiemelkedjenek, a vizsgált tartományt (0.012 1/nap) három különböző mértékben szűrt részre bontottam a 0.0025, 0.005, és 0.009 1/napnak megfelelő értékeknél. A ZAM eloszlás időfelbontása a másik módszerrel szemben erre a frekvenciatartományra kevésbé kedvező, megjelennek a korábban említett kereszttagok. A Fourier-transzformációval való összehasonlítás érdekében mindegyik idő-frekvencia térkép mellé feltüntettem az FFT kalkulációkat is, melyek révén megmagyarázhatjuk a Fourier-spektrumokon megfigyelt felhasadást. Ezek szerint tehát az észlelt komponensek mindegyike fellép a Fourier-transzformáltakon is, azonban az időbeli változások egybemosódnak a pillanatnyi értékekkel. Érdemes megfigyelni, hogy a rezgés alapfrekvenciájának és első felharmonikusának amplitúdója[8] időről időre egymást váltva vesz fel negyobb, illetve kisebb értékeket. Ez azonban ebben az esetben nem magyarázható a háttérben zajló fizikai folyamatokkal, oka egyszerűen - a Fourier-transzformációnál már említetteknél fogva - a fénygörbe alakjában rejlik. Részletesebben kifejtve azonban arról van szó, hogy fényességmaximumok idején a fénygörbe sokkal hegyesebbnek mutatkozik, mint a minimumoknál (fűrészfogrezgés-szerű), ezért a Fourier-spektrumokon a számolások során felharmonikusok jelennek meg.

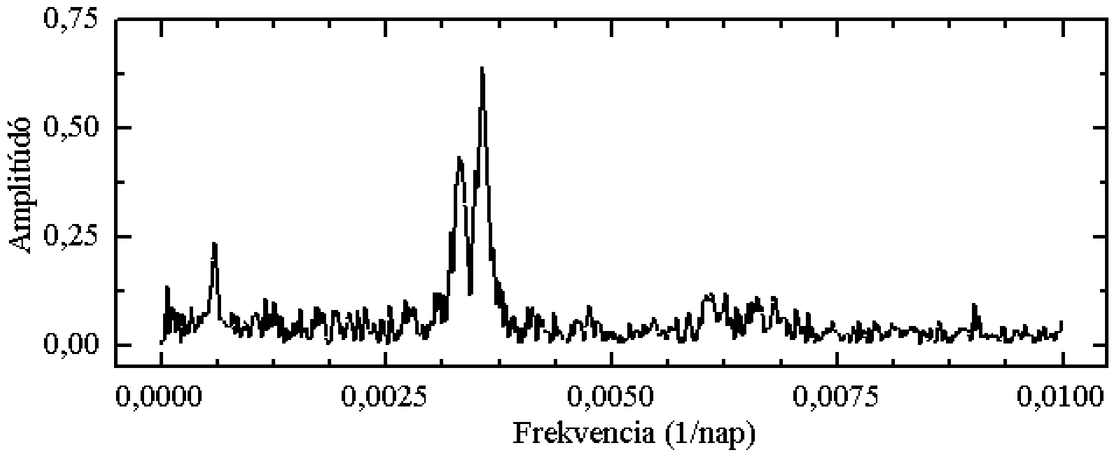
[8] Az amplitúdók nagyságát színskála segítségével állapíthatjuk meg; a kék különböző árnyalatain, majd a vörösön és a sárgán keresztül jut el a maximumig, melyet a fekete jelöl.

3.2.2. R Aquilae



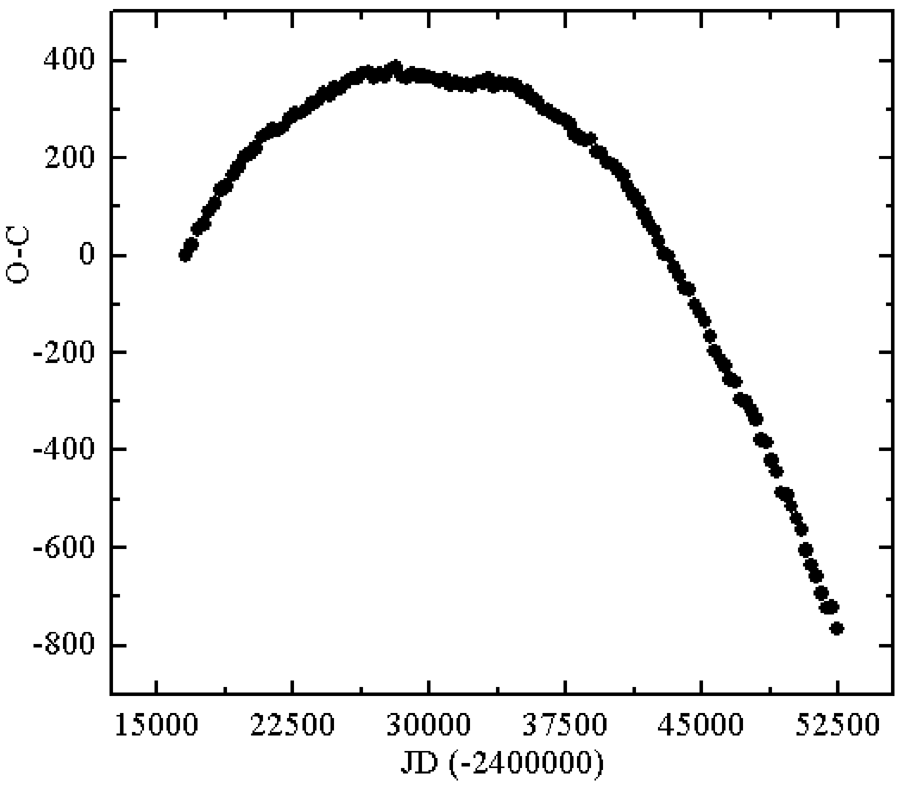
13. ábra. *Az R Aql 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.*

A Mira típusú R Aquilae jól ismert objektum, a kutatók figyelmét főként hosszú ideje tartó periódusacsökkenésével vonta magára. Változó mivoltára 1856-ban, a bonni obszervatóriumban derült fény. A múlt század folyamán sokan észlelték ezt a csillagot, periódusára vonatkozóan a legtöbb szakirodalmi forrás 293 nap körüli értéket említ. Látszó fényessége 5.5 és 12.2 magnitúdó között változik, eközben színképtípusa is folyamatosan M5e-ről M9e-re vált át. A századforduló óta a csillag periódusa viszonylag nagy ütemben (átlagosan 0.4 nap/ciklus, Greaves & Howarth, 2002) csökkent, mely az O-C diagramon (15. ábra) jól megfigyelhető. A T UMi-val ellentétben az R Aql-val kapcsolatos változás viszonylag régóta, egyenletesen zajlik. Az 14. ábrán az adatsor Fourier-transzformáltja látható, melyen a T UMi-hoz hasonlóan kiszélesedő főkomponens és felhasadt első felharmonikus jelenik meg. Ez utóbbit az fénygörbe középső tartományának hiányossága indokolja, mivel a 20. század közepére vonatkozóan szinte alig van adatunk. Mivel a csillag periódusa ez idő alatt

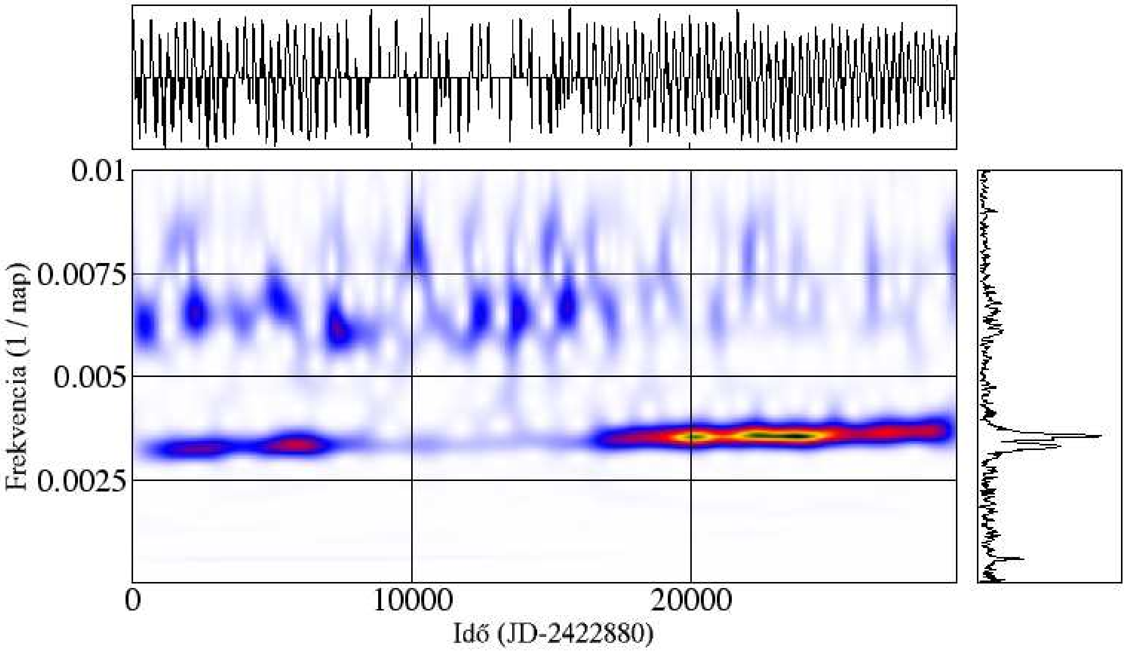


14. ábra. *Az R Aql idősorának Fourier-transzformáltja.*

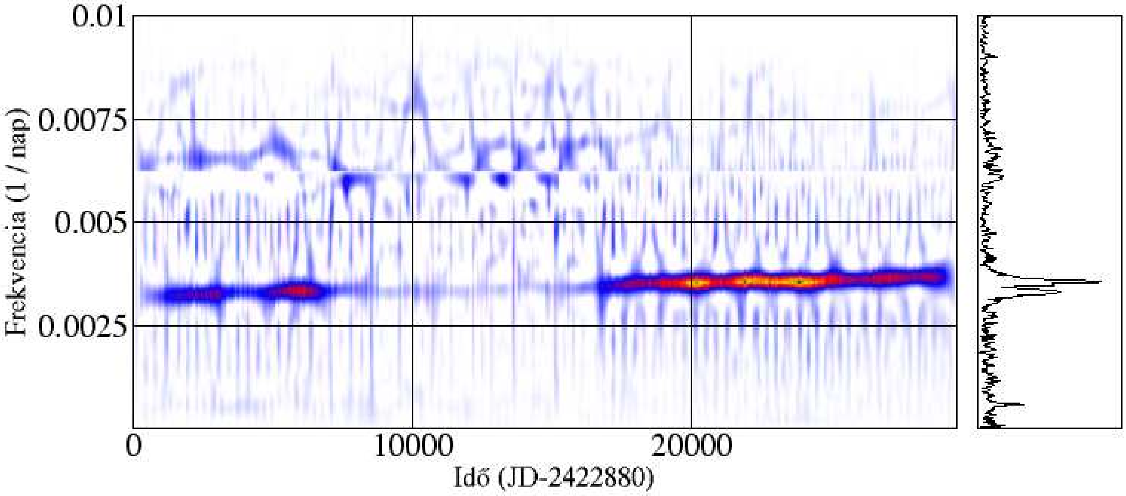
is folyamatosan csökkent, a Fourier-transzformált a szakadás előtti és utáni értékeket jelenítette meg. A rendelkezésre álló mimumidőpontokat felhasználva kiszámítottam a csillag O-C diagramját (15. ábra), melyhez 320 napos próbaperiódust alkalmaztam, kezdőpontja JD2416600. A diagramra illesztett parabola másodrendű tagjá-



15. ábra. *Az R Aql O-C diagramja:* $C = 16600 + n \cdot 320\,(nap)$.



16. ábra. *Az R Aql wavelet-transzformáltja*



17. ábra. *Az R Aql Zhao-Atlas-Marks eloszlása.*

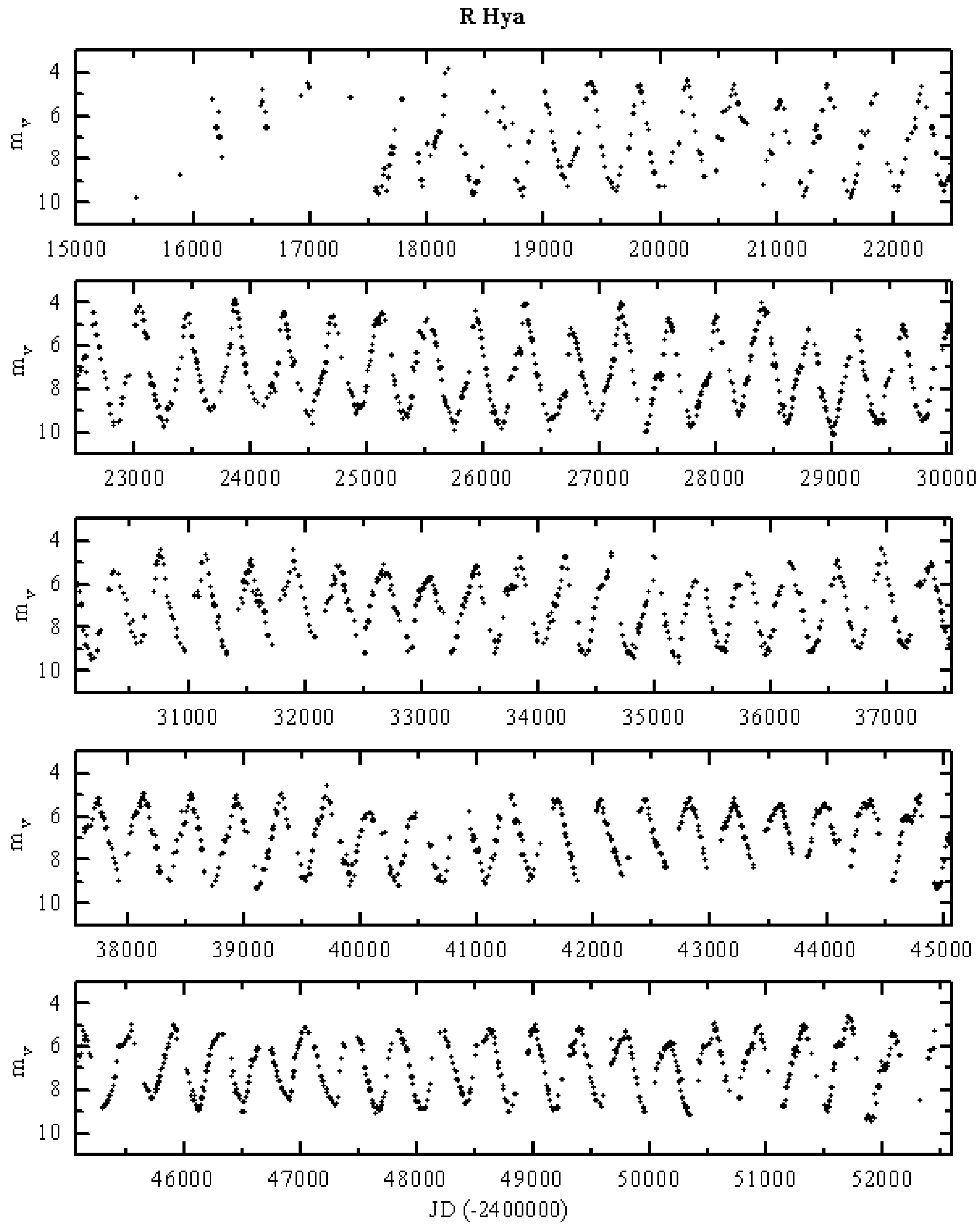
nak együtthatója $-2.225 \cdot 10^{-6} \pm 1.57 \cdot 10^{-8}$ nap/nap, ebből a (25) egyenlet értelmében a periódusváltozás relatív ütemére $((1/P)dP/dt)$ $4.45 \cdot 10^{-6} \pm 3.14 \cdot 10^{-8}$ nap/nap adódik. Ennek megfelelően a derivált $0.52 \pm 3.67 \cdot 10^{-3}$ nap/évvel lesz egyenlő, azaz a pulzációs ciklus csökkenésének egy évre vonatkozó mértékével - ami csak mintegy tizede a T UMi-nál észlelt éves ütemnek. A csillag legkorábbi maximumidőpontjakor (JD2416932) számolt periódusérték 323, a legutóbbi (JD2452376) alkalmával

pedig már csak 259 nap volt. Az idő-frekvencia eloszlások meghatározása során a T UMi-hoz hasonló paramétereket alkalmaztam, azaz a wavelet-transzformált esetén $\alpha = 2$, a ZAM eloszlás meghatározásakor pedig 0.2 értékeket.
Az R Aql esetében a teljes frekvenciatartományt (0.01 1/nap) két részre bontottam fel 0.025 és 0.0055 1/nap-nál. Az idő-frekvencia térképeken megfigyelhetjük a frekvencia lassú emelkedését, mely a teljes adatsor mentén, egyenletes ütemben kísérhető végig. Az FFT alapján a Fourier-spektrum felhasadására is fény derül, mely a 40-es évek gyér megfigyelései által okozott szakadás következménye. A T UMi-hoz hasonlóan az R Aquilae-nál is fellép az amplitúdók váltakozása, melyet jelen esetben is - a fénygörbe alakja miatt - a számolási módszer idéz elő.

3.2.3. R Hydrae

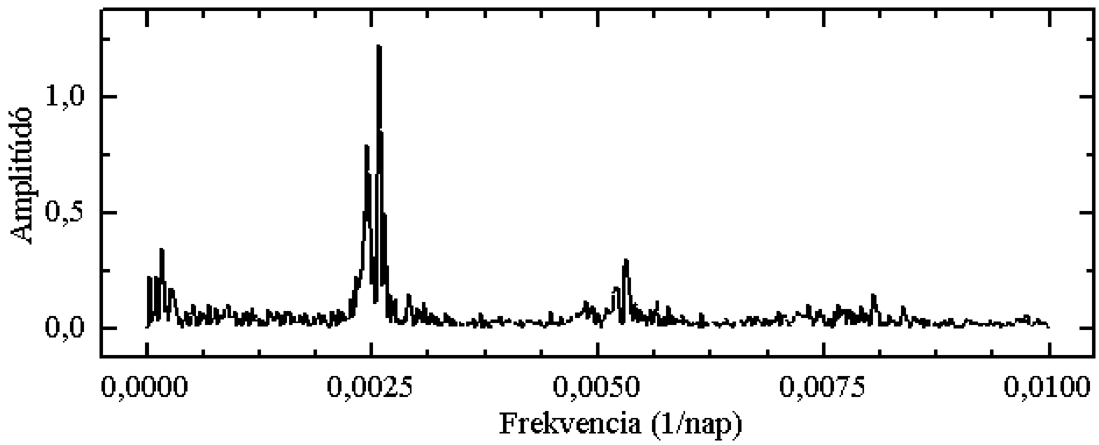
Az R Hydrae a Hydra és a Virgo csillagképeket elválasztó képzeletbeli határvonal mentén helyezkedik el. Azok közé a fényesebb Mirák közé tartozik, melyeket a vizuális észlelők kis távcsövekkel - sőt maximum idején akár szabad szemmel is - megfigyelhetnek. Átlagfényessége 4.5 és 9.5 magnitúdó között változik, és mindezek mellett vizuális kettős; "társa" egy 12 magnitúdós objektum, melyről bebizonyosodott, hogy nagyon hosszú periódusú pályán egy további csillaggal kering együtt. Ezt az objektumot 1662-ben fedezte fel Johannes Hevelius, így ez lett a csillagászat történetének harmadik Mirája. Ekkor 6 magnitúdósnak mutatkozott, azonban három évvel később Geminiano Montanari szabad szemmel is észelte: fény derült tehát a csillag változó mivoltára. Az R Hyadae-ra a kutatók úgyszintén csökkenő periódusa kapcsán figyeltek fel; az elmúlt néhány évszázad során pulzácós ciklusai mintegy száz nappal rövidültek meg. A Zijlstra és szerzőtársai (2002) által vizsgált adatok szerint 1700 körül ezt a csillagot még 495 napos periódus jellemezte, mely az azt követő száz év során 480-ra csökkent. Ezután a változás üteme tovább fokozódott, majd az 1900-as 420 napos rezgés 1950-re felvette a ma is viszonylag stabilnak mondható 380 nap körüli értékét. A perióduscsökkenés ütemét lineárisnak találták, melynek értéke évente 0.58 nap. A szerzők szerint a periódusrövidülés 1770 körül vehette kezdetét, de nem vetették el annak lehetőségét sem, hogy esetleg még korábban, de lassabb ütemmel indult.

Az R Hya teljes adatsorának 10 napos intervallumokra meghatározott fényességadatai a 18. ábrán láthatók. Megfigyelhető, hogy a század elején, amikor a csillagot a mostanihoz képest hosszabb pulzációs ciklusok jellemezték, a rezgés amplitúdója



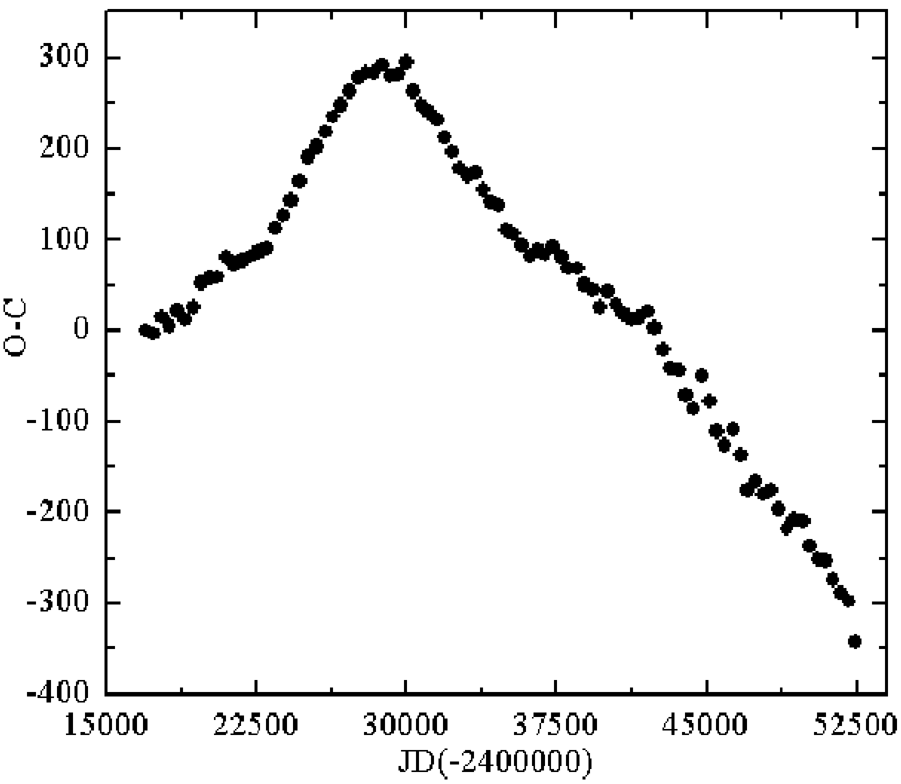
18. ábra. Az R Hya 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

is jelentősen nagyobb intervallumon mozgott. Az R Hya 10 napos átlagolt idősorára vonatkozó Fourier-transzformáltjának (19. ábra) felhasadása és kiszélesedése sajátos módon jelzi a periódusváltozást, az ábrán észlelhető jelenségeket azon-

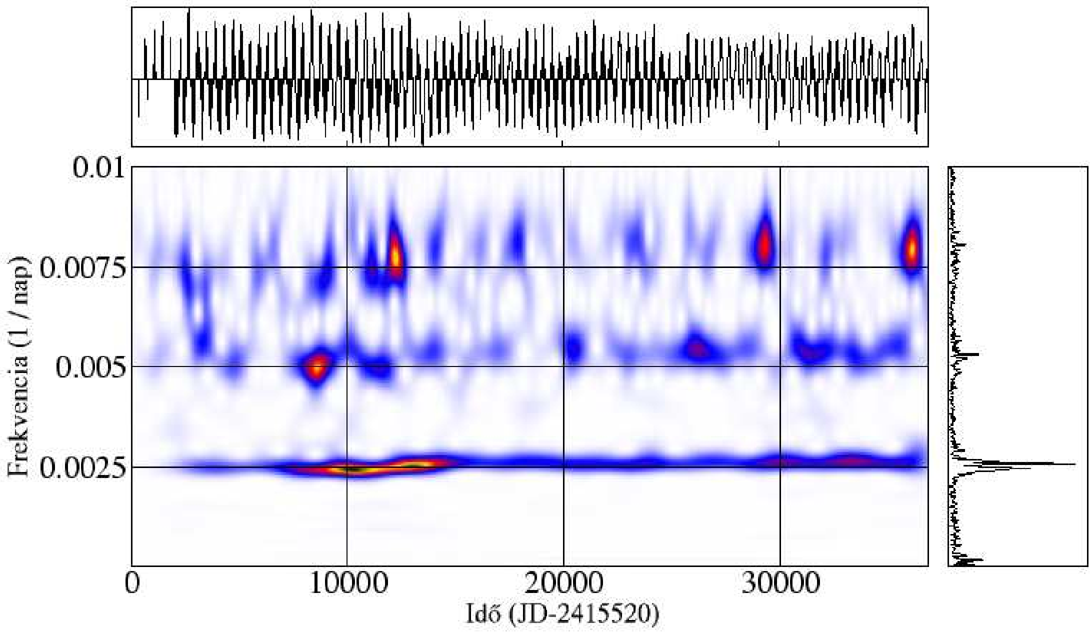


19. ábra. Az R Hya idősorának Fourier-transzformáltja

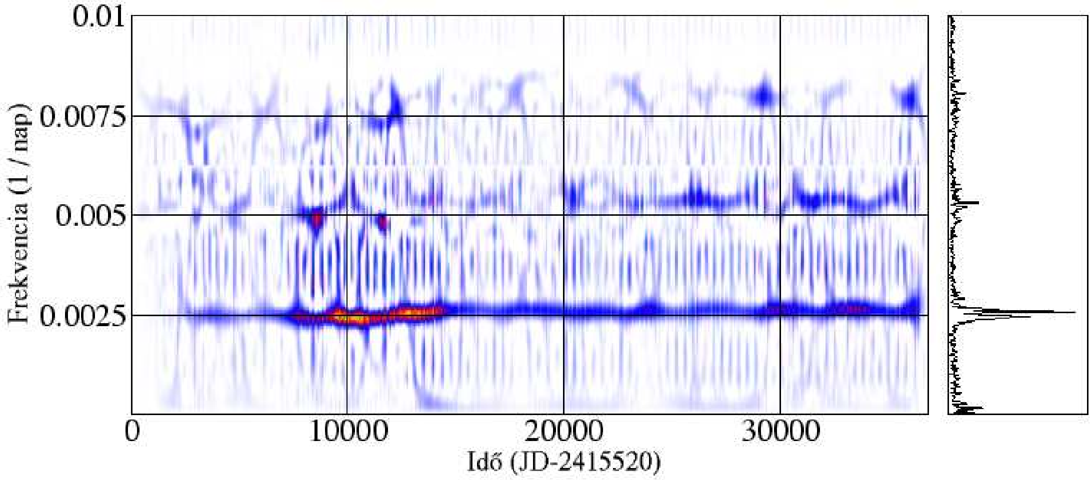
ban jól megmagyarázhatjuk az idő-frekvencia eloszlások segítségével. A 0.025 1/nap frekvencián mutatkozó szétválást az adatsor első harmadánál (JD2429000 környékén) fellépő ugrás és hirtelen amplitúdónövekedés okozza. Érdekes módon ezt követően vette kezdetét a periódusban észlelt változás is, mintha az ampli-



20. ábra. *Az R Hydrae O-C diagramja:* $C = 16980 + 398 \cdot n$.



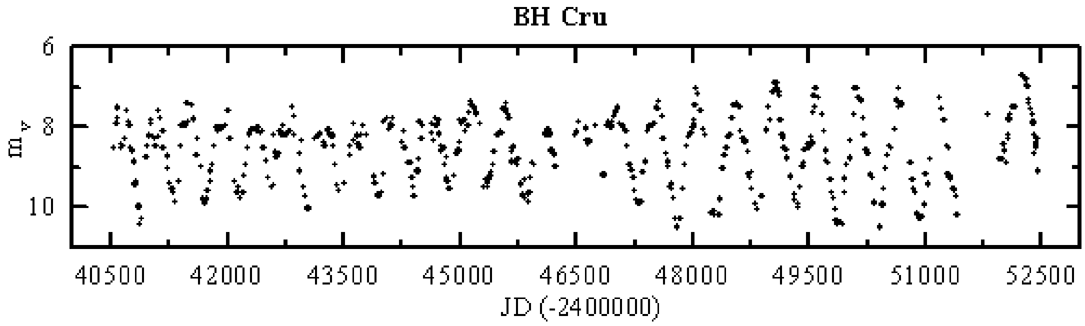
21. ábra. *Az R Hydrae wavelet-transzformáltja.*



22. ábra. *Az R Hydrae Zhao-Atlas-Marks eloszlása.*

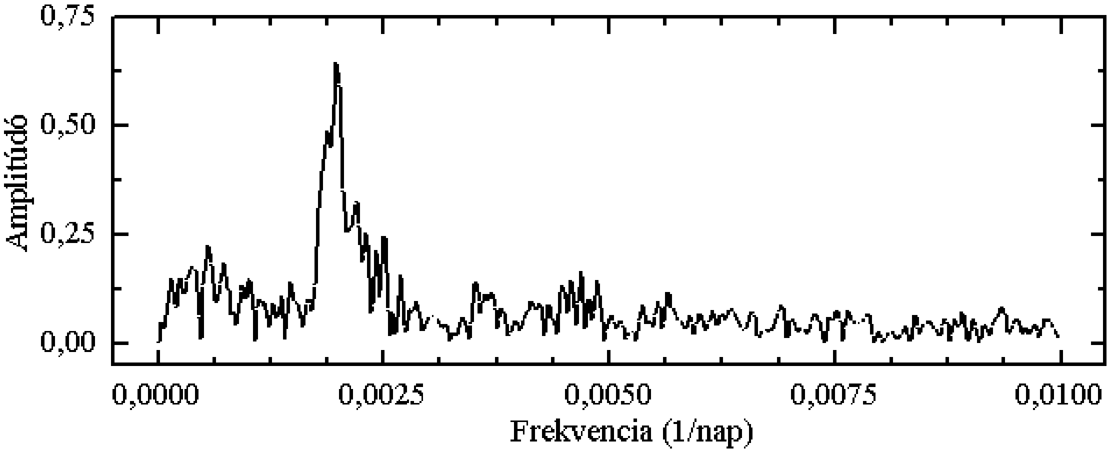
túdó utánozná a pulzációs ciklus evolúcióját. A csillag O-C diagramjának (20. ábra) meghatározásához 398 napos próbaperiódust alkalmaztam, kiindulási időpontja (JD_0) pedig JD2416980. Mivel a további szakasz egyenletes csökkenést ír le, a periódus-idő adatokból - egyenes illesztésével - számoltam változási ütemet, melynek eredményeként $-0.00127 \pm 1.23 \cdot 10^{-4}$ nap/nap érték adódott. A legelső és a legutolsó maximumidőpontkor észlelt pulzációs ciklus 394, illetve 353 nap hosszúságúnak mutatkozott. Az idő-frekvencia eloszlások meghatározásakor a korábbiakkal azonos paraméterezést alkalmaztam, a frekvenciatartományt pedig a 0.002, 0.004, illetve a 0.006 1/nap értékeknél bontottam szét. Az R Hydrae pulzációját - a T UMi-hoz hasonlóan - főként hirtelen kicsúcsosodó maximumok jellemzik (18. ábra), melynek következtében a korábban említettek szerint váltakozik az alap - és a kétszeres frekvencia amplitúdójának erőssége. A csillag idő-frekvencia eloszlásain jól megfigyelhetők a Fourier-transzformáltnál említett jelenségek, vagyis az amplitúdó átlagának mintegy 5000 napon keresztül észlelhető növekedése, mely - mint ahogy az adatsor is mutatja - azt követően - a periódussal gyakorlatilag szinkronban - napjainkra jelentős mértékben lecsökkent.

3.2.4. BH Crucis



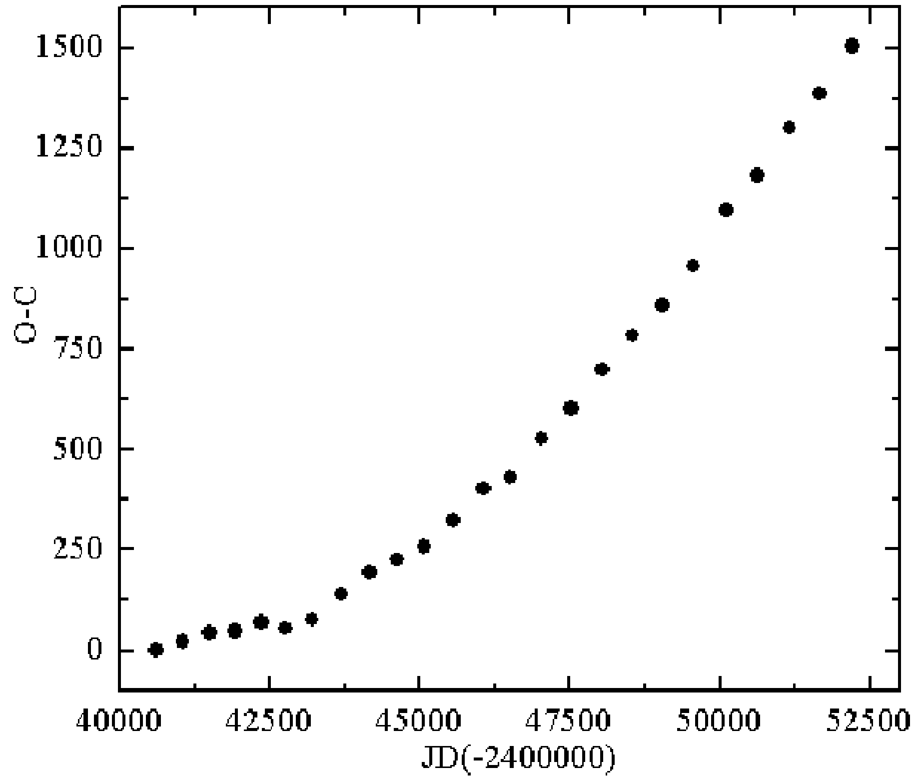
23. ábra. *A BH Cru 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.*

A BH Crucis a déli égbolt Crux csillagképében található, nyilvánvalóan ez indokolja az északi félteke adatbázisainak csekély információmennyiségét ezzel az objektummal kapcsolatban. A korábbiakban elemzett csillagokkal ellentétben a BH Cru periódusa növekszik, mely a hélium-héj fellobbanási ciklusának másik, felszálló fázisára utal. A csillag fénygörbéjén (23. ábra) JD2445000-et megelőzően érdekes amplitúdóváltozás mutatkozik, melyet közelebbről szemügyre véve úgy találtam, hogy a fényességmaximumok átlagának alacsony voltát egy szisztematikus hatás váltotta ki. Ez minden egyes ciklus felfelé ívelő szakaszait hirtelen visszaszorította, így a jellegzetes Mira fénygörbe maximumai ellaposodtak. Azonban a legutóbbi időszak észlelése szerint az amplitúdó szemmel láthatóan ismét megnövekedett, mely tehát minden bizonnyal nemcsak egyedül a perióduscsökkenés következtében lépett fel - mint ahogy például az R Aql esetében. Valószínűsíthető, hogy a csillagot porfelhő veszi körül - infravörös megfigyelések megerősítik a porködök jelenlétét egyes Mirák környezetében -, vagy esetleg foltos és ez váltotta ki a különleges hatást.

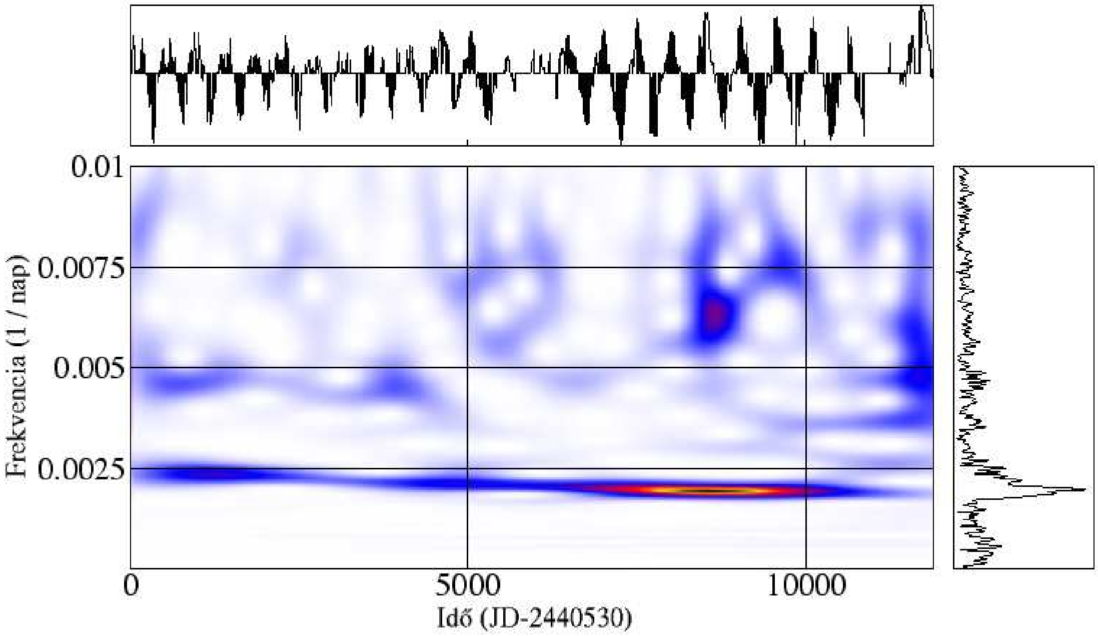


24. ábra. *A BH Cru idősorának Fourier-transzformáltja.*

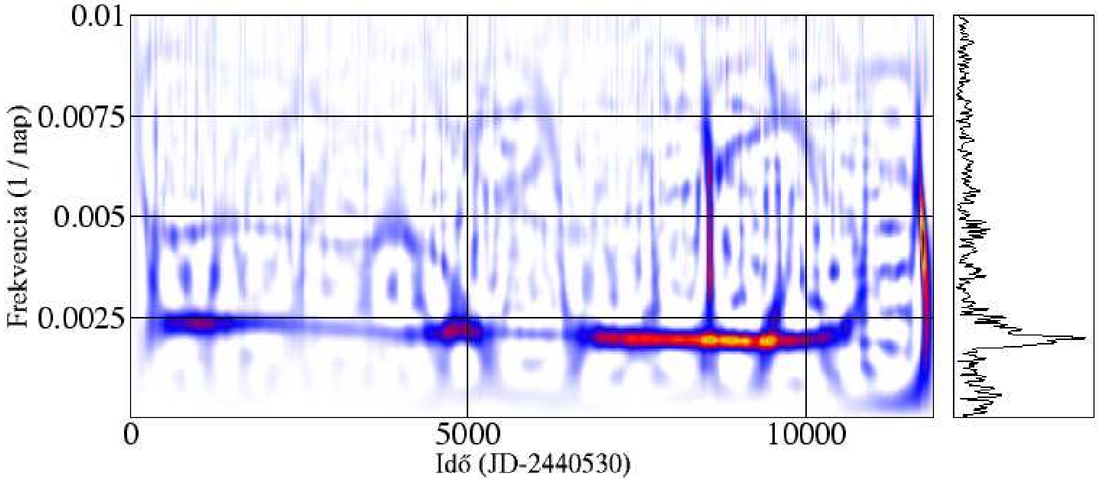
A csillag O-C diagramjának (25. ábra) meghatározásakor 420 napos próbaperiódust alkalmaztam, kezdőpontként pedig 2400000 levonásával a rendelkezésre álló legkorábbi fényességmaximum idejét ($JD_0 = 40624$). A diagramra illesztett



25. ábra. *A BH Cru O-C diagramja:* $C = 40624 + n \cdot 420$.



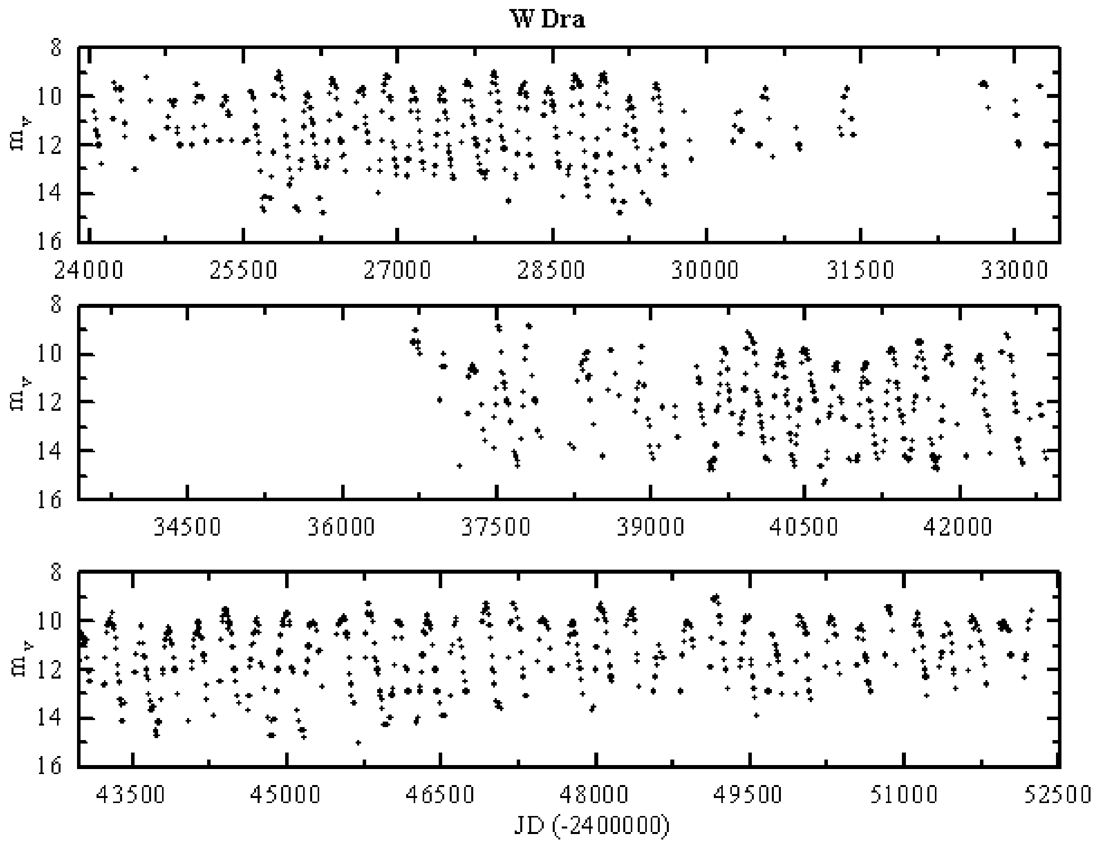
26. ábra. *A BH Cru wavelet-transzformáltja.*



27. ábra. *A BH Cru Zhao-Atlas-Marks eloszlása.*

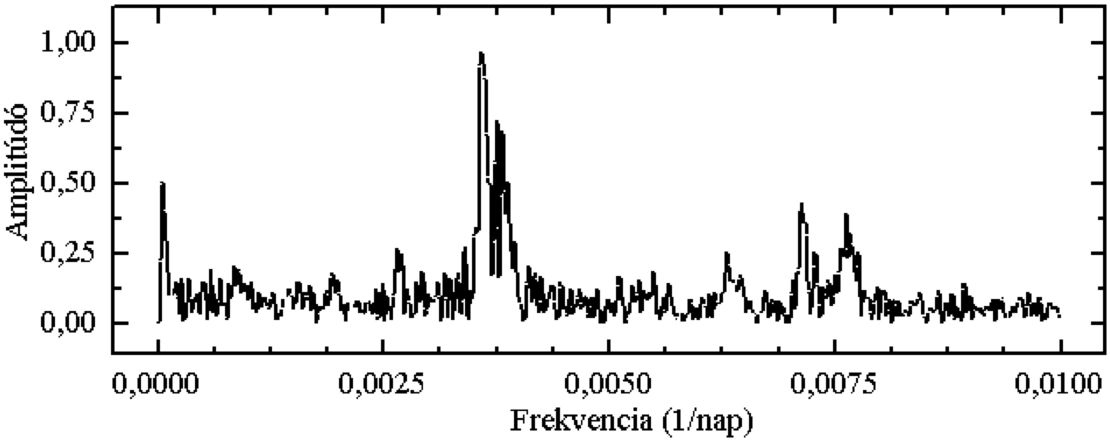
parabola másodfokú tagjának együtthatója $9.813 \cdot 10^{-6} \pm 3.51 \cdot 10^{-7}$ nap/nap, így a (25) egyenlet értelmében a periódusváltozás relatív ütemére az $1.986 \cdot 10^{-5} \pm 7.02 \cdot 10^{-7}$ nap/nap érték határozható meg. Ekkor az éves mértékre (dP/dt) 1.5 ± 0.054 nap/év adódik, mely a igen jelentős változásra utal. A csillag észlelt maximumidőpontjai alapján a bemutatott adatsor kezdetén (JD2440624) a pulzációs ciklus hossza még csak 441 nap volt, mely a legutolsó megfigyelés szerint (JD2452209) napjainkban hozzávetőlegesen 540 napos értékkel jellemezhető. Az idő-frekvencia eloszlásokon ez látványosan megmutatkozik, azonban fellépnek az adatsor hosszához képest dominánsnak mondható szakadások is, valamint a viszonylag magas zajszint is erős hatást fejt ki. A rövid intervallumokon megnyilvánuló jelenségek (pl. zaj) evidens módon a frekvenciatartomány magasabb értékeinél fejtik ki hatásukat, ezt láthatjuk a JD2450000-et követő szakaszon is.

3.2.5. W Draconis



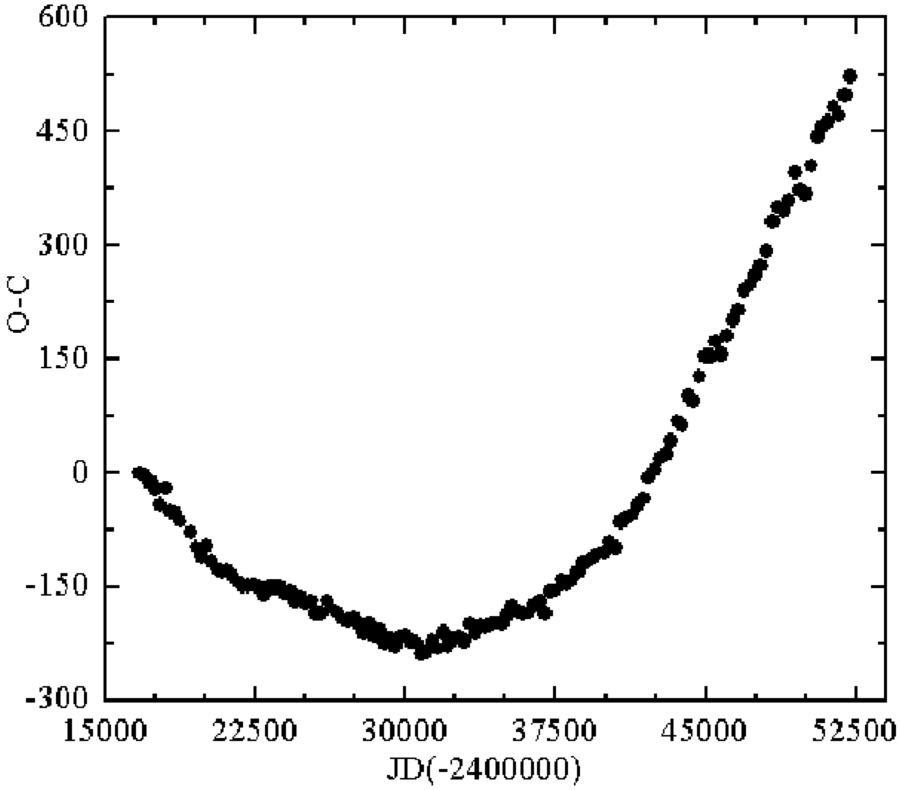
28. ábra. *A W Dra 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.*

A Mira típusú W Draconis a BH Crucis-hoz hasonlóan növekvő periódust mutat, mely szerint hélium-héjának fellobbanási ciklusa még emelkedő fázisban van. Mivel ez a csillag viszonylag halvány - látszó fényessége 8.5 és 15.5 magnitúdó között változik -, minimumai környezetében meglehetősen kevés adattal rendelkezünk. A W Dra amplitúdója a korábban bemutatott objektumokhoz hasonlóan a periódusváltozással párhuzamosan észlelhető, erős csökkenést mutat. 10 napos átlagolt adatsorának Fourier-transzformáltján (29. ábra) erős frekvenciafelhasadás figyelhető

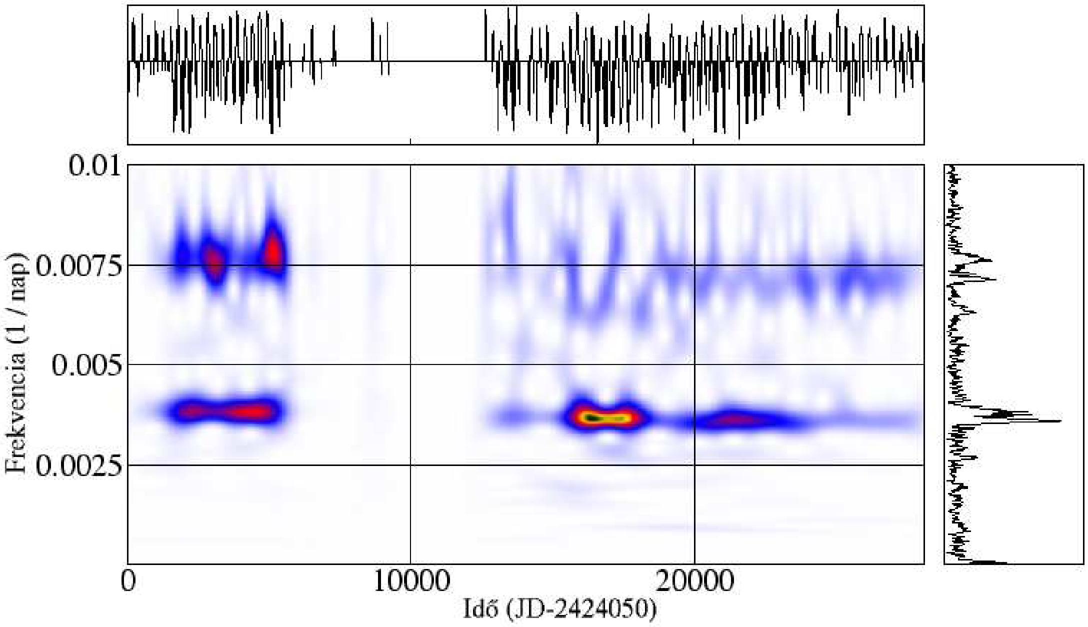


29. ábra. *A W Dra idősorának Fourier-transzformáltja.*

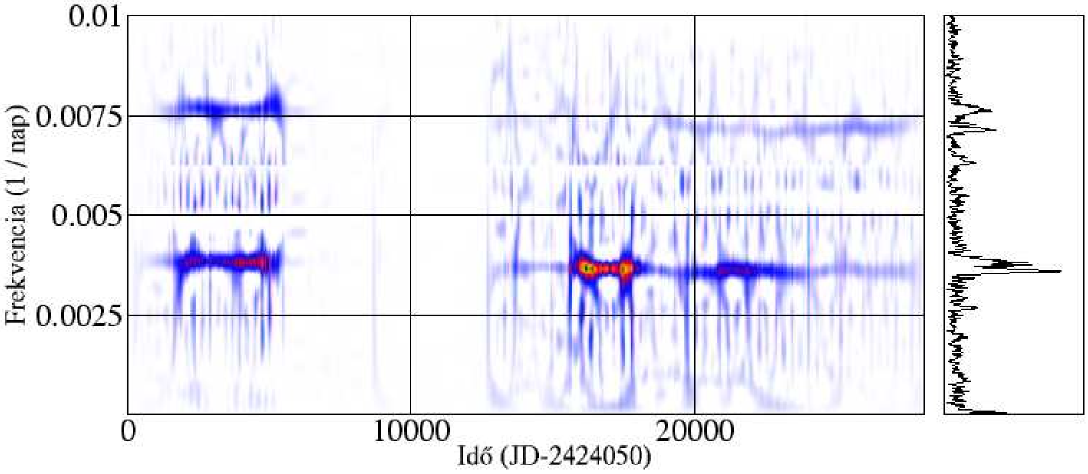
meg, melynek fő oka a JD2430000 és JD 2438000 közötti hiányos szakasz. Az O-C diagram megszerkesztéséhez 265 napos próbaperiódust alkalmaztam, melynek kezdetét a legkorábbi észlelt fényességmaximum időpontja ($JD_0 = 2416750$) adja meg (számolás során természetesen ebből 2400000-et le kell vonni).



30. ábra. *A W Dra O-C diagramja:* $C = 16750 + n \cdot 265$.



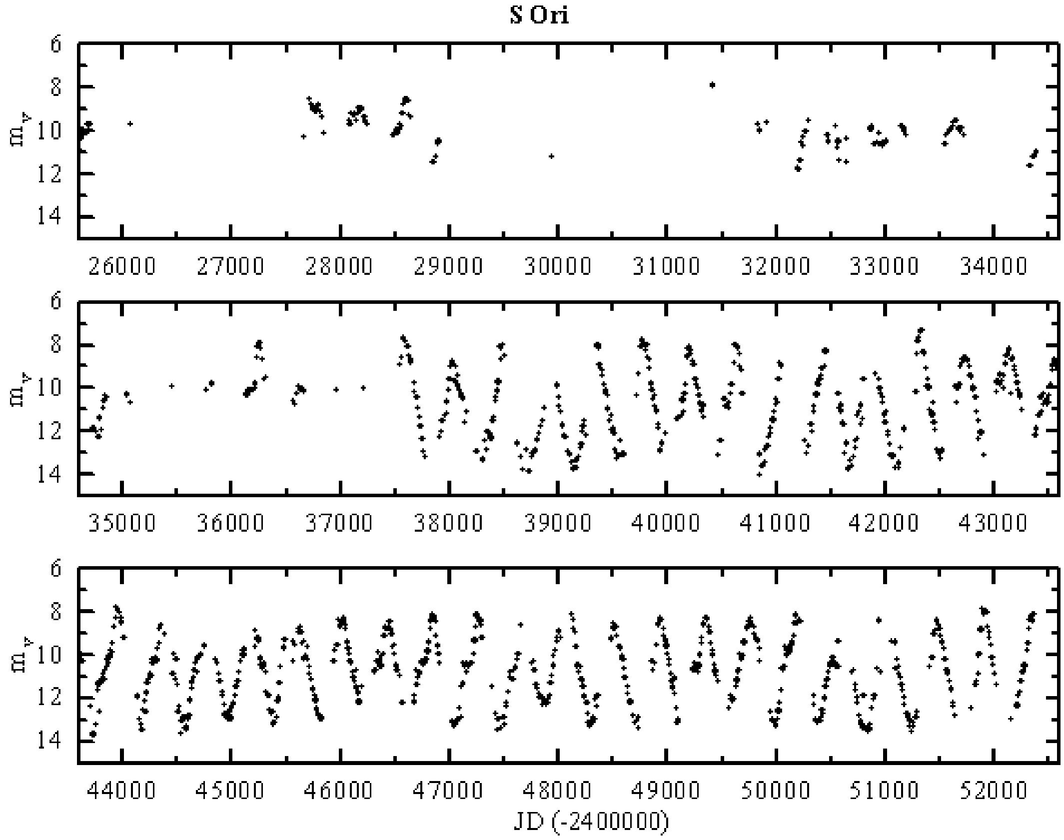
31. ábra. *A W Draconis wavelet-transzformáltja.*



32. ábra. *A W Draconis Zhao-Atlas-Marks eloszlása.*

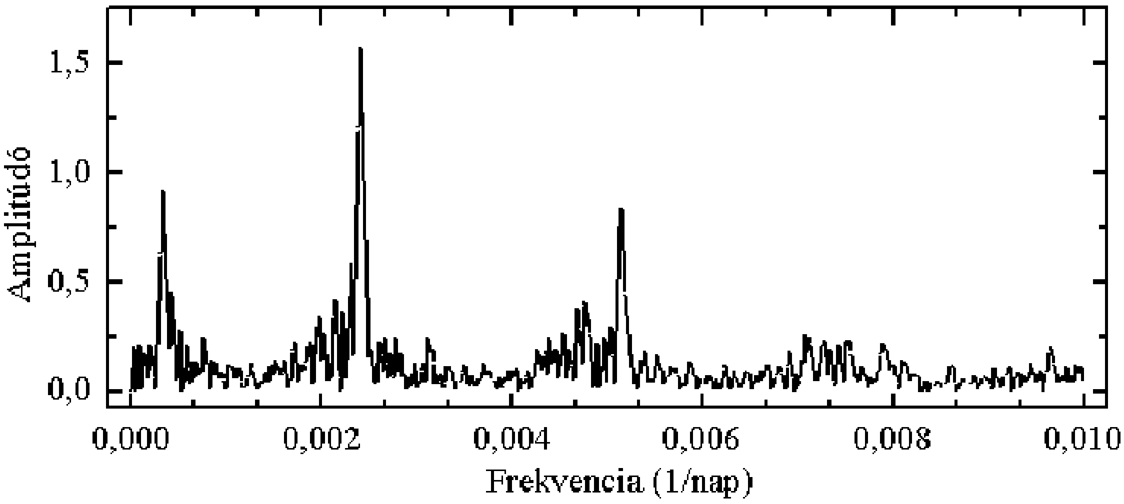
A rendelkezésre álló legkorábbi észlelés idején (JD2417011) a csillag ciklushossza 260 nap körüli értéket mutatott, manapság azonban ez már mintegy 290-re növekedett. A változási ütemet a korábbiakhoz hasonlóan parabola illesztésével határoztam meg. A másodfokú tag együtthatójára az $1.505 \cdot 10^{-6} \pm 1.752 \cdot 10^{-8}$ nap/nap érték adódott, mellyel az (25) összefüggés értelmében kiszámítottam a növekedés relatív ütemét: $7.525 \cdot 10^{-7} \pm 8.76 \cdot 10^{-9}$ nap/nap. Az egy évre vonatkozó növekedési ráta a korábbiak alapján $7.283 \cdot 10^{-2} \pm 8.479 \cdot 10^{-4}$ nap/év-vel egyenlő. Mivel az adatsorban ilyen sok szakadás található, az amplitúdóváltozásra vonatkozóan nehéz egyöntetű megállapítást tenni, azonban könnyen észrevehető az utóbbi tíz év során zajló csökkenő tendencia. A W Draconis adatsorának idő-frekvencia eloszlásain megfigyelhetjük, hogy az alapfrekvencia csökkenését követi az első felharmonikus, amiből (továbbá a fénygörbe alakjából) arra következtethetünk, hogy a kétszeres frekvencia pusztán a számolásból fakadóan lép fel.

3.2.6. S Orionis



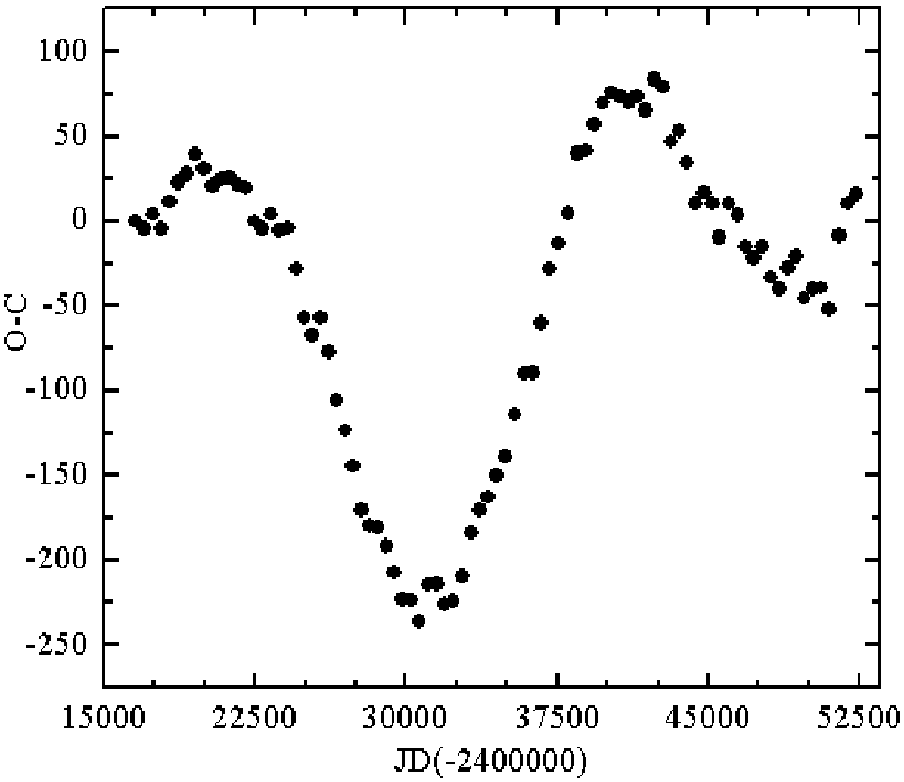
33. ábra. *Az S Ori 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.*

Az S Orionis periódusváltozásával kapcsolatban nemrég megjelent egy részletes elemzés (Benítez és Vargas, 2002), melyben a csillag megfigyelhető periódusváltozásait szintén lehetséges hélium-héj fellobbanással magyarázták. Azonban a shell flash-re vonatkozó modell (Wood & Zarro, 1981) alapján az S Ori által mutatott hullámzó hosszúságú pulzációs ciklusok inkább cáfolják ezt az elgondolást. Ezt az objektumot éppen annak illusztrálása érdekében választottam, hogy bemutassam a

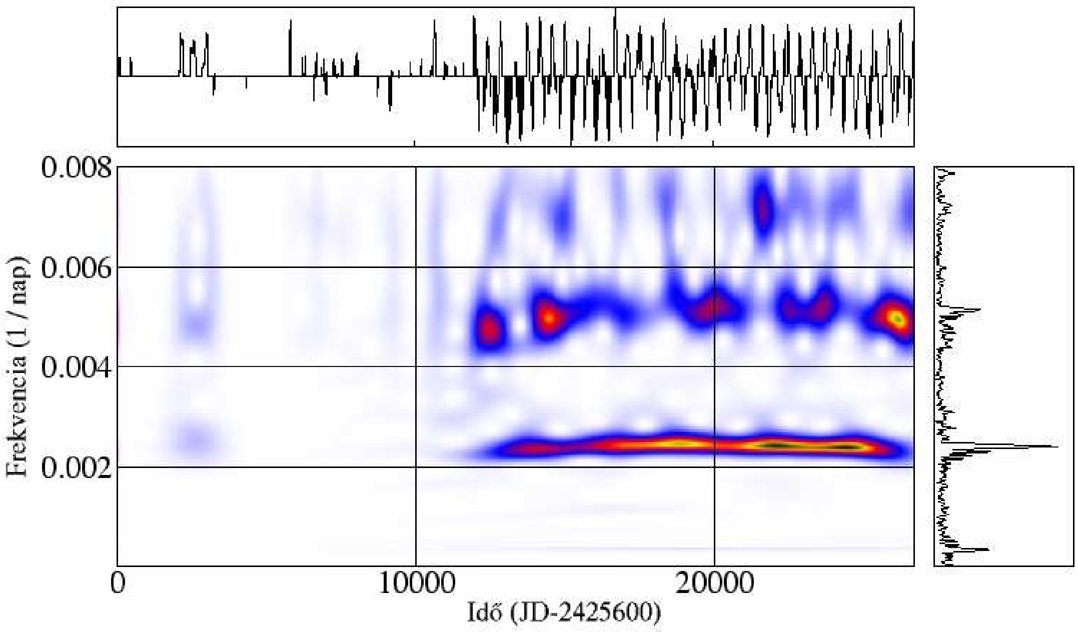


34. ábra. *Az S Ori Fourier-transzformáltja.*

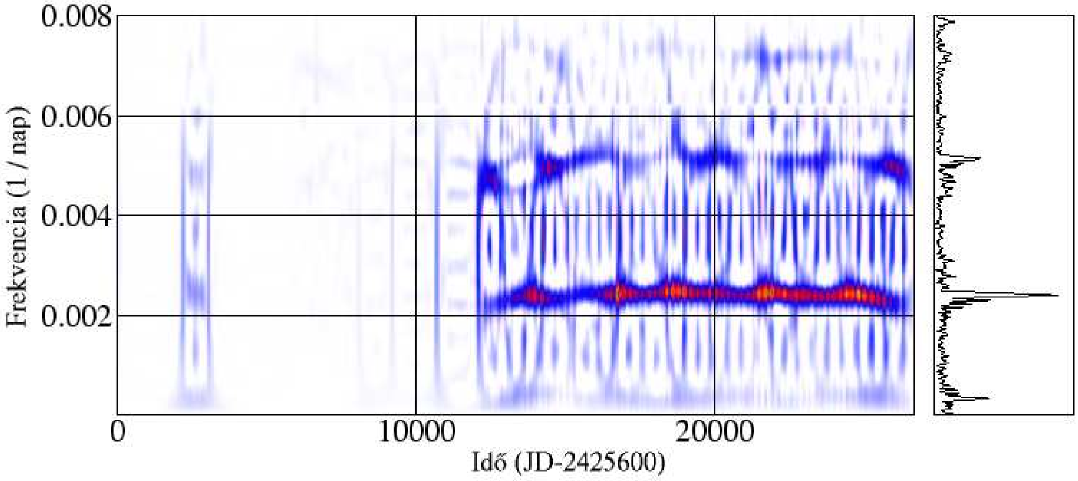
Miráknál tapasztalható, a korábbiaktól eltérő viselkedést is, mely azonban az egyöntetű csökkenéshez, vagy növekedéshez hasonlóan nem kevésbé különleges. A szerzők 71 évet felölelő adatsort vizsgálva úgy találták, hogy a csillag korábbi 445 nap körüli



35. ábra. *Az S Ori O-C diagramja:* $C = 16587 + n \cdot 420$



36. ábra. *Az S Orionis wavelet-transzformáltja.*



37. ábra. *Az S Orionis Zhao-Atlas-Marks eloszlása.*

periódusa JD 2438000 és 2444000 között viszonylag nagy ütemben (0.007 nap/nap) 397-re csökkent. A változás mértéke túllépi a Mirák szokásos ingadozásainak határát, tehát mindenképp figyelemreméltó. A csillag Fourier-transzformáltjának (34. ábra) alacsony frekvenciájú tartományán egy erős csúcsot figyelhetünk meg, mely esetleg egy hosszabb időskálájú változásra utal, azonban előfordulhat, hogy pusztán az adatsor hiányosságai következtében lép fel.

A csillag O-C diagramjának meghatározásához 420 napos próbaperiódust alkalmaztam, kezdeti időpontként pedig 2400000 levonásával a legkorábbi fényességmaximum idejét ($JD_0 = 16587$). A megfigyelhető hullámzás az idő-frekvencia eloszlásokon is megjelenik, melyet a kétszeres frekvenciakomponens is erőteljesen produkál - tehát ismét jelentkeznek a fűrészfog-rezgés spektrális összetevői. Sajátos viselkedése ellenére azonban az S Orionis esete mégis azt illusztrálja, hogy a periódus nagyobb intervallumon történő változásai sem minden esetben utalnak hélium-héj fellobbanásra. Mivel ciklushossza nem parabolikusan, hanem szinuszosan változik, e jelenség magyarázatára nagy valószínűséggel nem alkalmas a Wood- és Zarro-féle elmélet.

3.3. A modell alkalmazása, és a csillagok fizikai paramétereinek meghatározása

A vizsgált csillagok megfigyelt változásai és a héjban fellépő fellobbanásra vonatkozó számítások között a pulzációelmélet jól ismert egyenletei segítségével teremthetünk kapcsolatot. Ennek során periódusváltozás ütemét luminozitási rátára konvertáljuk át, melyhez az alábbi

$$C = P \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^a \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-b} = konstans \tag{26}$$

$$L = 4\,\pi\,\sigma R^2 T_{eff}^4 \tag{27}$$

és

$$log \frac{L}{L_\odot} = \alpha - \beta\, logT_{eff} \tag{28}$$

összefüggésekre van szükség. Az (26) egyenlet a pulzációra vonatkozó periódus-sűrűség reláció, (27) az effektív hőmérséklet definíciója, (28) pedig az óriáság HR diagramon elfoglalt helyét határozza meg. A keresett kifejezés ezek

$$log\frac{L}{L_\odot} = \frac{2}{b\left(1+\frac{4}{\beta}\right)} logP(nap) + \left(\frac{4}{4+\beta}\right)\left[\alpha + \beta log\left(\left(\frac{4\pi\sigma R_\odot^2}{L_\odot}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{\frac{a}{2b}} C^{-\frac{1}{2b}}\right)\right] \tag{29}$$

kombinációjaként állítható elő. Ennek alapján nyilvánvalónak látszik, hogy a luminozitásváltozás üteme adott ciklushossz változás mellett kizárólag a b és a β paraméterek értékeitől függ, azaz sem a csillag M össztömege, sem a C pulzációs konstans, illetve az a és α állandók nem befolyásolják. Ekkor a modell alkalmazása során kapott görbékre b és β feltételezett elméleti értékeit felhasználva illeszthetjük a megfigyelt periódusváltozást. Mivel tehát egyedül a luminozitásváltozás időskáláját vesszük figyelembe, az α, a, M és C értékeire vonatkozóan semmiféle feltételezéssel nem kell élnünk. A ciklus során meghatározható luminozitásváltozás csakis a mag tömegétől függ, ezáltal lehetőség nyílik a modell és a pulzációelmélet alapján kapott eredmények összevetésére, melynek révén a csillagok magtömegére és bolometrikus fényességére vonatkozóan mérsékelt pontosságú becslések tehetők.
A bizonytalanságok fő oka az, hogy b és β paramétereknek csak empírikus értékeit ismerjük; ezek közül β adja meg annak az egyenesnek a meredekségét a HRD-n, amelyen a csillag hélium-héj fellobbanásának során végighalad. Mivel azonban

kistömegű égitesteknél ennek eltérése a nyugalmi AGB-től nem jelentős, ezért az AGB-nek az alacsony hőmérsékletű vörös óriásokra (Eggen 1975, idős korongpopuláció: $\beta = 16.67$, $\alpha = 62.5$) vonatkozó meredekségét fogadjuk el. A b paraméter értékét Fox és Wood (1981) publikációja alapján a fényes óriáscsillagokra végzett lineáris, nemadiabatikus pulzációval kapcsolatos számítások szerint becsülhetjük meg. *Alapmódusú* rezgésre b 2.0 és 2.5 között változhat, mely igen komoly hibaforrást jelent; *első felhang* esetén pedig $1.5 < b < 2.5$, ahol a kisebb értékeket $M \geq 2M_\odot$, a nagyobbakat pedig $M \leq M_\odot$ tömegek (azaz kis buroktömeg) esetén veszi fel. Wood és Zarro (1981) alapmódusú pulzációra az $a = 0.74$, $b = 2.0$ és $C = 5.75 \cdot 10^{-3}\,(nap)$, az első felhang esetére pedig $a = 1.0$, $b = 2.0$ és $C = 2.8 \cdot 10^{-3}\,(nap)$ értékeket alkalmazta.

3.3.1. Periódusváltozás-luminozitás diagramok

Az ismertetett számításokat a szerzők (Wood és Zarro, 1981) által korábban már vizsgált csillagokra is elvégeztem, főleg annak megállapítására, hogy a modell nagyobb időskálán is megfelel-e az észlelések során kapott tényeknek. Ennek értelmében a (29) egyenletet alkalmazva pusztán a megfigyelt időskálát illesztjük a számolt luminozitásváltozásra, melynek révén a b és β paraméterek bizonytalanságait is számításba véve becslést tehetünk a csillagok magtömegeire vonatkozóan. Első közelítésben feltettem, hogy a vizsgált objektumok első felhangú pulzációjáról van szó, ezért a számoláshoz az előző részben megadott (a, b és C-re vonatkozó) paramétercsoportok közül az utóbbit választottam. A csillagok megfigyelt kezdeti időpontjait úgy kalibráltam, hogy az elméleti görbéken a legjobb illeszkedést valósítsák meg. A megállapított magtömegek ismeretében meghatároztam a hélium-héj fellobbanásra vonatkozó karakterisztikus időskálákat és luminozitási értékeket, melyekhez a 2.3. fejezet összefüggéseit alkalmaztam. Az eredményeket - a meghatározott magtömegekkel együtt - a 3. táblázatban gyűjtöt-

Csillag	$\frac{M_c}{M_\odot}$	$log\frac{L_Q}{L_\odot}$	$log\frac{L_P}{L_\odot}$	Δt [év]	τ_P [év]	τ_E [év]
T UMi	0.7800	4.227	4.402	14897.726	175.794	1531.087
R Aql	0.6890	4.060	4.215	32210.688	253.659	2870.781
R Hya	0.6530	3.971	4.111	43699.855	293.258	3681.289
BH Cru	0.8300	4.297	4.478	9752.591	143.714	1083.927
W Dra	0.5957	3.775	3.866	71014.004	369.424	5468.900

3. táblázat. *A meghatározott modellparaméterek.*

tem össze. A teljesség kedvéért még egyszer összefoglalom a 3. táblázatban felsorolt változókat; M_c a csillag magjának tömege, L_Q a hélium-héj fellobbanását megelőző, nyugalmi szakasz luminozitása, L_P pedig a shell flash során elért maximális fényteljesítmény. A Δt a két egymást követő fellobbanás között eltelt időt, τ_P és τ_E pedig a csúcsot alkotó parabola, illetve az azután bekövetkező exponenciális csökkenés időskáláját jelöli években.

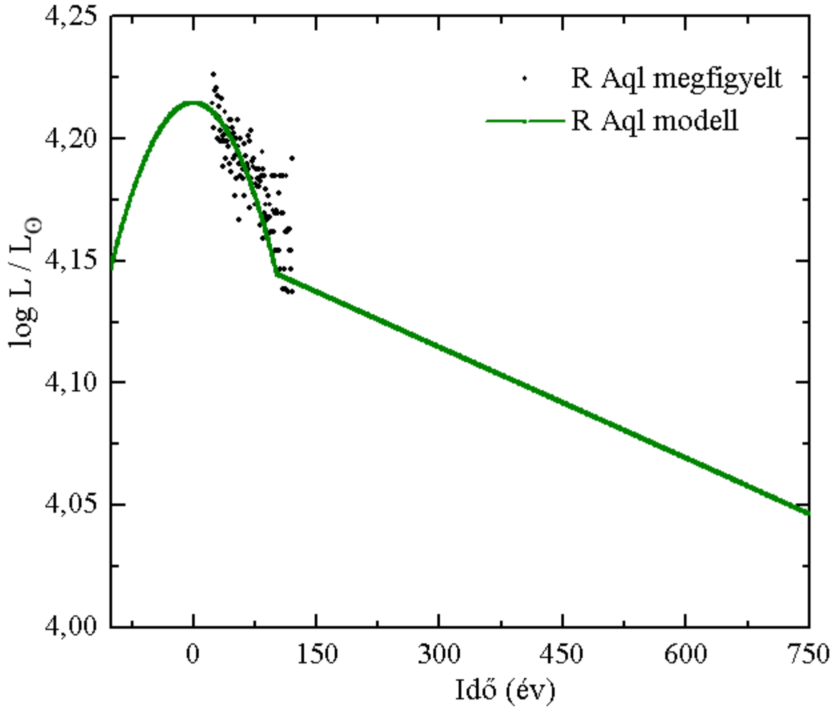
A következőkben bemutatott ábrák az 1981-ben közölt, Wood és Zarro-féle modell alkalmazásával meghatározott elméleti görbéket, valamint a korábbi fejezetek során vizsgált Mira típusú változócsillagok[9] megfigyelt periódusváltozásait mutatják. Az egyes objektumokra meghatározott magtömegek értékeit a 3. táblázat tartalmazza, melynek révén általános megállapítások tehetők a hélium-héj fellobbanási ciklusának karakterisztikus időskáláira vonatkozóan.

Az egyes csillagok luminozitási diagramjain megfigyelhető, hogy növekvő magtömeg esetén egyre rövidebbé válik a csúcsot alkotó parabola időskálája (τ_P), azaz a hirtelenebb felfutó szakaszt viszonylag gyors lecsengés követi. Az is szembetűnő, hogy nagyobb magtömegek (BH Cru, R Aql) mellett mind a nyugalmi (L_Q), mind a maximális (L_P) luminozitás értéke megnövekszik. A Δt időintervallumok azonban (3. táblázat) - melyek az egyes fellobbanási ciklusok hosszát mutatják - nagyobb magtömegekre kisebb értéket mutatnak, tehát a shell flash jelenségek azoknál a csillagoknál viszonylag nagyobb gyakorisággal követik egymást. Ennek oka, hogy a hélium-héj fellobbanásához vezető fizikai folyamatok a nagyobb tömegű mag környezetében uralkodó - a kisebb magtömegekkel rendelkező csillagokhoz viszonyítva - extrémebb fizikai feltételek között zajlanak.

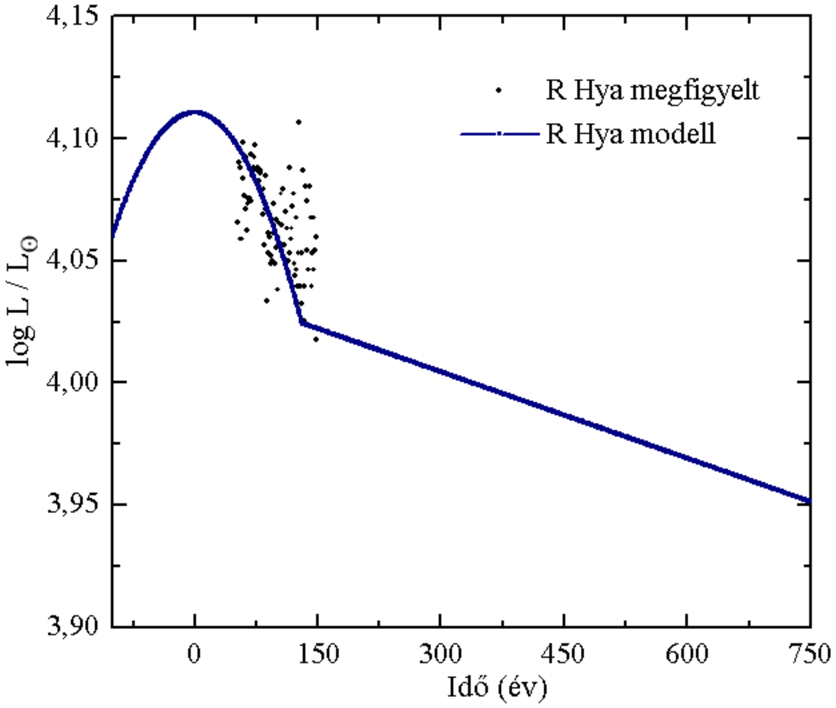
A legutolsó, összesített ábrán (42. ábra) a vizsgált csillagokat együtt is megjelenítettem, hogy a luminozitás magtömegtől való függése minél szembetűnőbb legyen. Az egyes objektumokra vonatkozó karakterisztikákat színkóddal jelöltem. A nyugalmi szakaszokat egyenes jelzi, azonban a luminozitás növekedésének kezdeti időpontjára (7. ábra, B pont) és a leszálló szegmens pontos karakterisztikájára vonatkozóan inkább csak becslések tehetők.

A dolgozatban bemutatott csillagok közül hármat (R Aql, R Hya, W Dra) 1981-es publikációjában Wood és Zarro is vizsgált és ezek az objektumok az azóta eltelt két évtized során is jól követték az elméleti görbéket. Ezek szerint periódusváltozásuk üteme elméletileg várhatóan hamarosan változik majd, amikor rátérnek

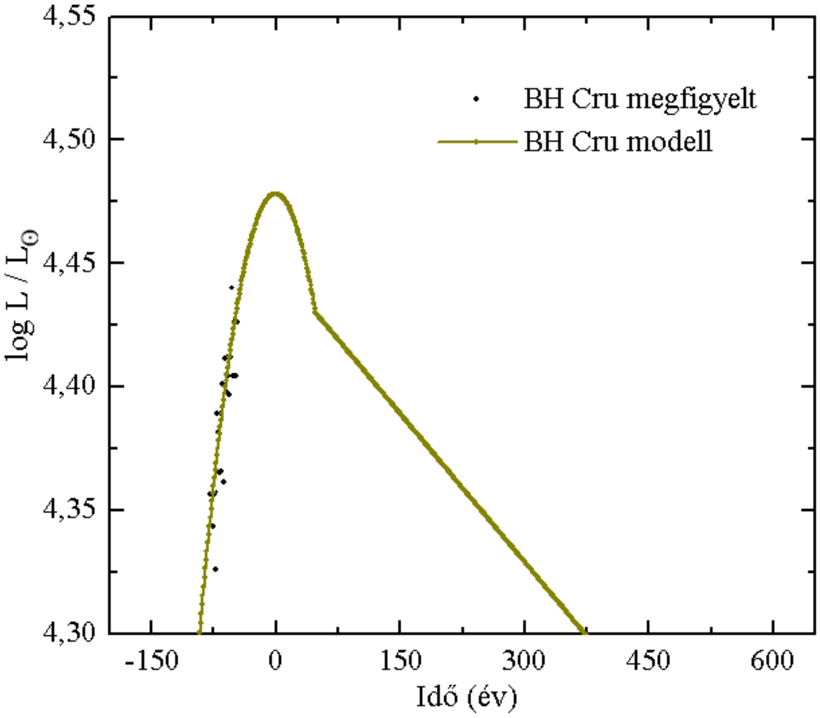
[9] A korábban ismertetettekre való tekintettel az ebben a fejezetben vizsgált csillagok között az S Orionis már nem szerepel.



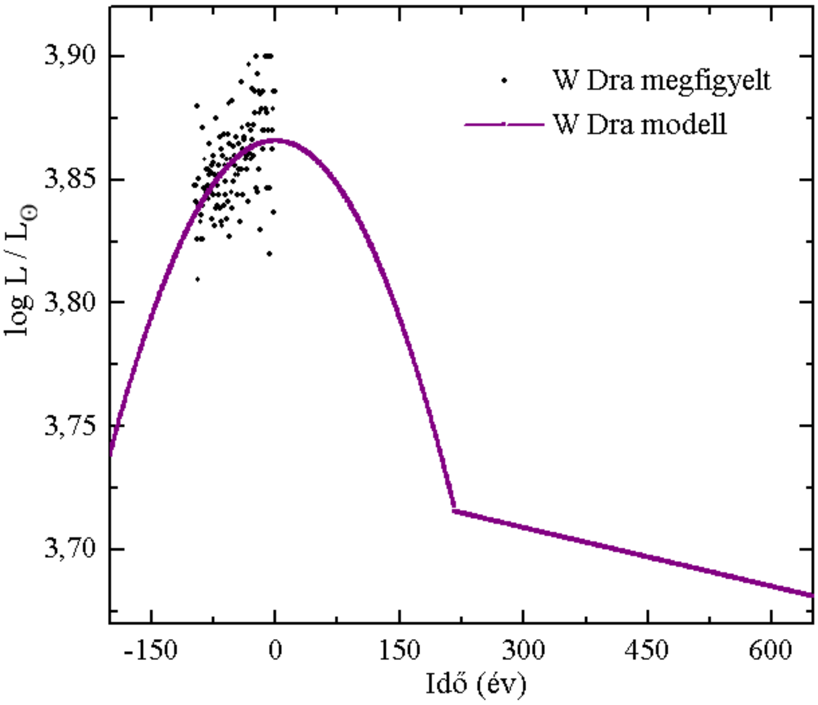
38. ábra. *Az R Aquilae periódusváltozása a luminozitás-idő diagramon.*



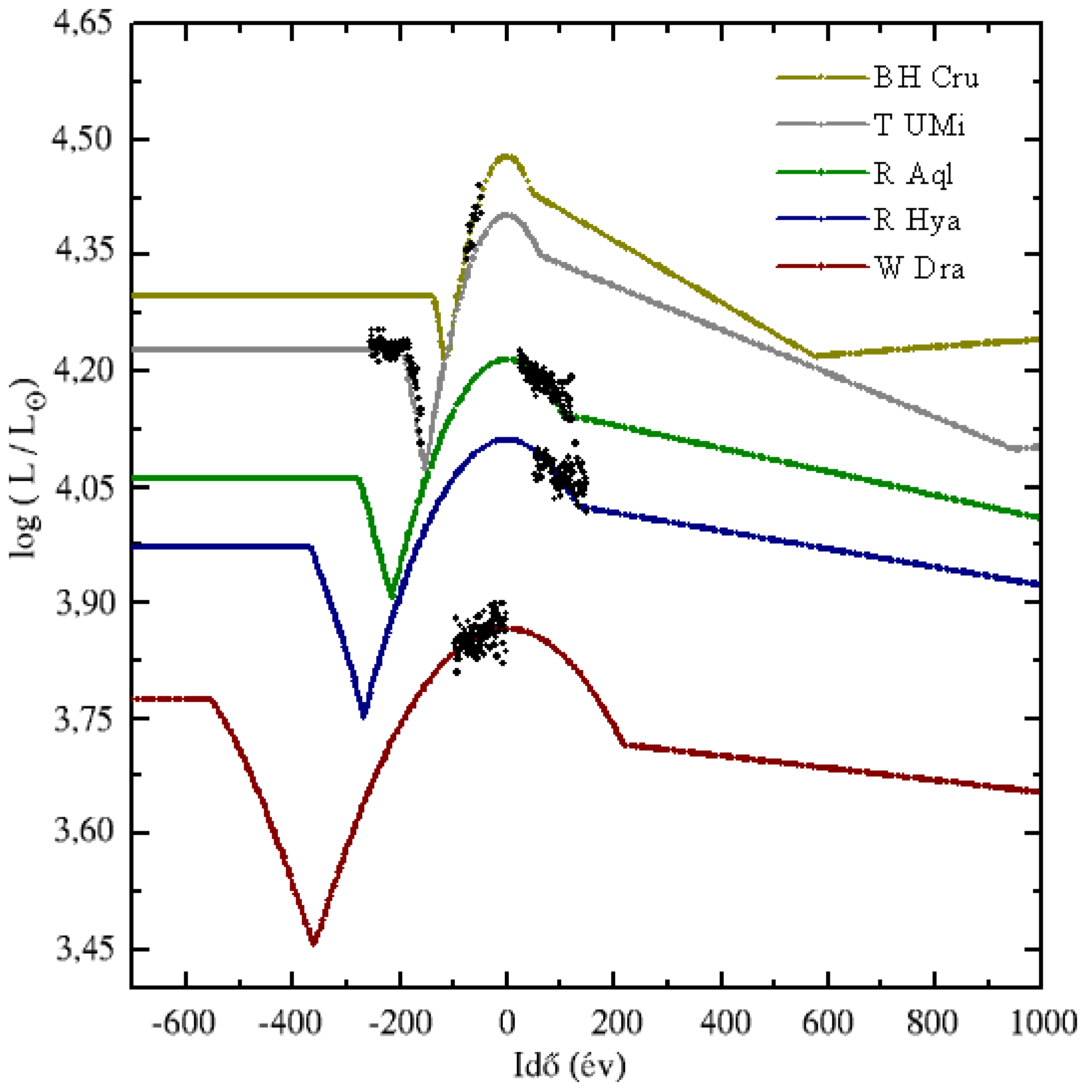
39. ábra. *Az R Hydrae periódusváltozása a luminozitás-idő diagramon.*



40. ábra. *Az BH Crucis periódusváltozása a luminozitás-idő diagramon.*



41. ábra. *Az W Draconis periódusváltozása a luminozitás-idő diagramon.*



42. ábra. *A vizsgált csillagok elhelyezkedése a luminozitás-idő diagramon.*

az exponenciálisan csökkenő szakaszra. A T UMi esetében az elmélet előrejelzései alapján nemsokára érdekes fejleményekre számíthatunk, mivel a csillag éppen a fellobbanási ciklus szinte legfontosabb, gyorsan csökkenő szakaszán tartózkodik. Mivel ez a folyamat a nagyobb magtömeggel rendelkező objektumok esetén viszonylag rövid, elképzelhető, hogy a T UMi periódusa akár az elkövetkező tíz év folyamán ismét növekedni kezd. Fontos tehát a csillag pulzációjának folyamatos figyelemmel kísérése, mivel esetleges periódusnövekedésének megfigyelése egyben az elmélet közvetlen bizonyítékául is szolgálna.

3.3.2. A vizsgált csillagok modell alapján meghatározott fizikai paraméterei

A következőkben a modell révén kapott nyugalmi luminozitásértékeket (L_Q) felhasználva elemi összefüggések segítségével meghatároztam a csillagok néhány fontos fizikai paraméterét.
Elsőként távolságra vonatkozó becslést végeztem, melyhez az alábbi, jól ismert

$$< m_v > -M_v = -5 \,+\, 5\,log\,r(pc) + A_v \tag{30}$$

összefüggést alkalmaztam, ahol $< m_v >$ a megfigyelt látszó fényesség maximuma, M_v az abszolút fényesség, r a csillag távolsága parsec-ben kifejezve, A_v pedig a vizuális tartományban észlelt intersztelláris extinkció. Az A_v extinkció meghatározásához egy FORTRAN rutint[10] használtam (Hakkila et al., 1997), melylyel a csillagok galaktikus koordinátáinak (l, b) ismeretében a kpc-ben megadott távolságokra vonatkozóan pontos A_v adatokat kaphatunk. Ezek az értékek természetesen magasabb galaktikus szélességeken (b) a távolsággal nem változnak számottevően, azonban a galaktikus sík közelében elhelyezkedő csillagok esetében már lényeges eltérések adódnak. A program különböző módszerek szerint számol, melyekben az egyes égterületek korábbi felméréseinek eredményeit, továbbá másmás skálamagasságokat és extinkciós formulákat tételeztek fel a szerzők. Ezért csillagok első közelítésben feltételezett (extinkció nélkül számolt) távolságának, és a galaktikus koordinátáinak megfelelően választottam ki az eljárást. Az extinkcióra vonatkozó adatokat a 4. táblázatban foglaltam össze, ahol a számolásnál felhasznált

Csillag	l	b	A_v
T UMi	118.72	43.34	0.152 ± 0.141 (1)
R Aql	41.95	0.45	0.656 ± 0.255 (1)
R Hya	314.22	38.75	0.248 ± 0.150 (2)
BH Cru	298.04	6.25	0.358 ± 0.180 (2)
W Dra	95.70	29.24	0.425 ± 0.410 (3)

4. táblázat. *A vizsgált csillagok fizikai paraméterei (I).*

módszert minden esetben számmal jelöltem meg, melynek magyarázatát a lábjegyzet[11] tartalmazza. Látható, hogy a program által megadott hibák esetenként igen

[10] EXTINCT.FOR, letöltés: ftp.mankato.msus.edu/pub/astro
[11] (1) Fitzgerald 1968, (2) Arenou et al. 1992, (3) Berdnikov & Pavlovskaya 1990

jelentősek lehetnek. A galaxis síkjának közelében tartózkodó objektumoknál (BH Cru, R Aql) az extinkció nélkül számolt távolságokból kiindulva iterációval állapítottam meg a lehetséges értékeket.
A felhasznált M_v adatok - továbbá az effektív hőmérsékletek - standard táblázatokból (Straizys & Kurliene, 1981) származnak. A számolás során megállapított hibahatárok az illesztés miatt kissé önkényesek, ezért a nyugalmi luminozitás meghatározásakor minden esetben 0.1-es hibaintervallumot tételeztem fel.
A csillagok bolometrikus fényességeit a

$$M_{Bol} - M_{Bol_\odot} = -2.5\, log \frac{L}{L_\odot} \tag{31}$$

egyenlet alapján számoltam ki, ahol M_{Bol} a vizsgált objektumra, $M_{Bol_\odot}$ pedig a Napra[12] vonatkozó értéket jelöli. Az eredményeket a 5. táblázatban foglaltam össze, melyben m_v a csillagok maximális látszó fényességét jelöli. A standard táblázatokból

Csillag	m_v [mag]	M_{Bol} [mag]	Színkép-típus	T_{eff} [K]	M_v [mag]	r [pc]
T UMi	9.1	-5.87 ± 0.3	M4II	3100 ± 200	-3.1 ± 0.3	2570 ± 500
R Aql	5.2	-5.45 ± 0.3	M4II	3100 ± 200	-3.1 ± 0.3	340 ± 80
R Hya	4	-5.23 ± 0.3	M3II	3300 ± 200	-3.0 ± 0.3	235 ± 50
BH Cru	6.6	-6.04 ± 0.3	M5II	2950 ± 200	-3.1 ± 0.3	740 ± 150
W Dra	7	-4.74 ± 0.3	M2II	3500 ± 200	-3.0 ± 0.3	820 ± 220

5. táblázat. *A vizsgált csillagok fizikai paraméterei (I).*

származó színképtípus[13]- és effektív hőmérséklet-adatokkal kapcsolatosan viszonylag nagy hibával kell számolni, ezért a 5. táblázatban felsorolt értékek inkább csak becslésnek felelnek meg.
A fényességadatokból meghatározott periódusokat az 6. táblázat tartalmazza, ahol P_i és P_f a rendelkezésre álló maximumidőpontok alapján kiszámított kezdeti, illetve a legutóbbi értékeket jelentik. Ezek P_a számtani közepét a 6. táblázat utolsó oszlopában tüntettem fel. A P_a periódusátlagokat felhasználva a csillagok felszíni

[12] A Nap adatai:
$R_\odot = 6.96 \cdot 10^8$ m
$L_\odot = 3.826 \cdot 10^{26}$ W
$M_{Bol_\odot} = 4.^m7$
$T_{eff_\odot} = 5775K$
$g_\odot = 27380\, cm/s^2$
[13] A II jelzés fényes óriáscsillagra utal.

Csillag	P_i [nap]	P_f [nap]	P_a [nap]
T UMi	320	220	270
R Aql	323	259	291
R Hya	394	353	373.5
BH Cru	441	540	490.5
W Dra	260	290	275

6. táblázat. *A vizsgált csillagokra vonatkozó periódus-adatok.*

gravitációs gyorsulását alapmódusú pulzáció esetén a

$$log\, g = 2.62 \pm 0.035 - (1.142 \pm 0.43) \cdot log\, P(nap) \qquad (32)$$

empírikus periódus-gravitáció reláció (Fernie, 1995) segítségével becsülhetjük meg. Ennek vörös pulzáló (főleg félszabályos) változókra kiterjesztett formája (Szatmáry & Kiss, 2002) a

$$log\, g = 2.3 - 1.142\, log\, P(nap) \qquad (33)$$

összefüggés, mely alapvetően első felhangú rezgést tételez fel. A

$$log\, \frac{L}{L_\odot} = 2\, log\, \frac{R}{R_\odot} + 4\, log\, \frac{T}{T_\odot} \qquad (34)$$

egyenlet alapján az effektív hőmérsékletek ismeretében a csillagok sugara, a

$$log \frac{g}{g_\odot} = log \frac{M}{M_\odot} - 2 \cdot log \frac{R}{R_\odot} \qquad (35)$$

formulával pedig a tömege is meghatározható. Végül a korábbiakban már ismertetett, tömegvesztésre vonatkozó (2) kifejezés[14] alkalmazásával közelítőleg kiszámítható az anyagkiáramlás éves mértéke. A fenti összefüggések alapján számolt paramétereket a 7. táblázatban foglaltam össze. A (32) összefüggés alapján $log\, g$ meghatározásakor hozzávetőlegesen egy nagyságrendnyi hibával kell számolni. A 7. táblázat gravitációs gyorsulás-értékei mellett feltüntetett (F) és (1H) jelzések alap-, illetve első felhangú pulzációra utalnak. Mivel a csillagok össztömegeire vonatkozó (35) egyenlet alapján is csak becslést értékű eredményeket kapunk, a tömegekhez mindegyik esetben hozzávetőlegesen egy naptömegnyi hibát rendeltem. A gravitációs gyorsulásra vonatkozó formulák alap, illetve első felhangú pulzációt tételeznek

[14] $log\, \dot{M}\, (M_\odot\, /\, e'v) = -11.4 + 0.0123\, P\, (nap)$

Csillag	g (F) cm/s^2	g (1H) cm/s^2	$\dot{M}$ ($M_\odot$/év)	$R/R_\odot$	$M/M_\odot$ (F)	$M/M_\odot$ (1H)
T UMi	0.697	0.233	$8.3 \cdot 10^{-9}$	447 ± 95	5.1	1.7
R Aql	0.641	0.306	$1.5 \cdot 10^{-8}$	371 ± 80	3.2	1.5
R Hya	0.482	0.231	$1.6 \cdot 10^{-7}$	297 ± 55	1.6	0.74
BH Cru	0.352	0.169	$4.3 \cdot 10^{-6}$	540 ± 110	3.74	1.8
W Dra	0.682	0.326	$9.6 \cdot 10^{-9}$	210 ± 35	1.1	0.52

7. táblázat. *A vizsgált csillagok fizikai paraméterei (II).*

fel, így a számolt tömegekből a csillagok pulzációs módusával kapcsolatos becslés végezhető. Az erre vonatkozó számolások eredményeit a 7. táblázatban tüntettem fel. Mivel a vizsgált égitestek tömegei az eddigi asztrofizikai modellek alapján feltételezhetően 2.5, illetve 1 naptömeg közé esnek, valószínűsíthető, hogy a bemutatott csillagok közül az R Hya és a W Dra alapmódusú, a T UMi, az R Aql és a BH Cru pedig első felhangú pulzációt végez. Az R Hya és a W Dra esetében még az is indokolhatja ezt a feltételezést, hogy első felhangra ezeknél a csillagoknál olyan kis tömegek adódtak, hogy a korábban meghatározott magtömegek mellett nem rendelkeznének elegendő burokanyaggal a hélium héj-fellobbanási folyamat beindulásához.

4. Konklúziók

Dolgozatomban hat olyan Mira típusú változócsillag vizuális észleléseit elemeztem, amelyek az elmúlt időszakban hélium-héj fellobbanásra utaló periódusváltozást mutattak. Közülük öt esetében a folyamatokat Wood és Zarro 1981-es modellszámításai révén elméleti alapon is meg lehet magyarázni. A csillagok pulzációját különböző periódusmeghatározó (Fourier-transzformáció, O-C diagram, idő-frekvencia eloszlások) módszerek alkalmazásával vizsgáltam, majd meghatároztam a fellobbanási ciklusra vonatkozó modell paramétereit. Ennek révén - a felhasznált empírikus konstansok bizonytalanságai miatt - mérsékelten pontos becslések tehetők a csillagok magtömegére vonatkozóan. Mivel a ciklushossz észlelt változásait pulzációelméleti egyenletek alkalmazásával luminozitás változásnak feleltethetjük meg, a modell révén maghatározott paraméterekből a csillagok számos fizikai jellemzője is megbecsülhető.
A dolgozatban bemutatott Mirák közül az R Aquilae, az R Hydrae és a W Draconis periódusváltozását 1981-ben Wood és Zarro is elemezte, és a csillagok elmúlt 20 év során követték az elméleti görbéket. Ennek értelmében néhány csillag (R Aql, R Hya, T UMi) esetében hamarosan várható a változás ütemének módosulása. A T UMi esete különösen figyelemreméltó, mivel ez az objektum minden bizonnyal a hélium-héj fellobbanási ciklus gyors változásokkal jellemezhető, leszálló szakaszán tartózkodik. Ennek megfelelően elképzelhető, hogy a csillag periódusa az elkövetkező tíz év során ismét növekedni kezd, ami az elmélet közvetlen bizonyítékául szolgálna.
A továbbiakban tervezem még a csillagok változásainak nyomon követését, esetleg fotometriai észlelését, melynek révén a jelenlegi paraméterek más megközelítésben is meghatározhatók, illetve pontosíthatók.

5. Irodalomjegyzék

1. Alard C., Terzan A., Guibert J., 1996, Light curves and periods of Mira variables. Astronomy and Astrophysics Supplement, 120, 275.

2. Arenou F., Grenon M., Gomez A., 1992, A tridimensional model of the galactic interstellar extinction. A&A 258, 104.

3. Bedding T. R., Conn B. C., Zijlstra A. A., 1999, Studies of Mira and semiregular variables using visual databases. IAU Colloquium, 176

4. Benítez P. M., Vargas M. J., 2002, S Orionis: A Mira-type variable with a marked period decrease. A&A 386, 244

5. Berdnikov L. N., Pavlovskaya E. D., 1991, Interstellar Extinction at Galactic Longitudes 65-165DEG. SvAL, 17, 215.

6. Blöcker T., 1998, Structure and evolution of AGB stars. in Proc. IAU Symposium 191, "AGB Stars", eds. T. Le Bertre, A. Lébre and C. Waelkens, p. 21-30

7. Bowen G. H., Wilson L. A., 1991, From wind to superwind: The evolution of mass-loss rates for Mira models. ApJ 375, 53.

8. Breger M., Pamyatnykh A. A., 1998, Period changes of δ Scuti stars. A&A 332, 958.

9. Cohen L., 1966, Generalized phase-space distribution functions, Math. Phys. 7, 781

10. Csubry Z., 2002, Time-frequency analysis of variable star light curves - The program package TiFrAn. Publication of the Astronomy Department of the Eötvös University, 12, 117.
"2^{nd} Workshop of Young Researchers in Astronomy and Astrophysics",
ed. E. Forgács - Dajka.

11. Eggen O. J., 1975, The classification of intrinsic variables.5 The large-amplitude red variables. ApJ 195, 661.

12. Feast M. W., 1996, The pulsation, temperatures and metallicities of Mira and semiregular variables in different stellar systems. MNRAS 278, 11.

13. Fernie J. D., 1995, The period-gravity relation for radially pulsating variable stars. AJ 110, 2361.

14. Fitzgerald, M. P., 1968, The Distribution of Interstellar Reddening Material. AJ, 73, 983.

15. Fox M. W., Wood P. R., 1982, Theoretical growth rates, periods, and pulsation constants for long-period variables. Ap.J. 259, 198.

16. Gál J., Szatmáry K., 1995, T Ursae Minoris: a Mira star with rapidly decreasing period. A&A 297, 461.

17. Greaves J., Howarth J. J., 2000, Further investigations of R Aquilae. JBAA 110, 3.

18. Iben I. Jr., 1967, Stellar Evolution Within and off the Main Sequence. Ann. Rev. Astr. Ap. 5, 511.

19. Habing H. J., 1996, Circumstellar envelopes and asymptotic giant branch stars. Astron. Astrophys. Rev., 7, 97.

20. Hakkila J., Myers J. M., Stidham B. J., 1997, A computerized model of large-scale visual interstellar extinction. AJ, 114 (5), 2043.

21. Knapp G. R., Morris M., 1985, Mass loss from evolved stars. III - Mass loss rates for fifty stars from CO J = 1-0 observations. ApJ, 292, 640.

22. Kolláth Z., Buchler J. R., 1995, Time-Frequency Analysis of Variable Star Light Curves. Eleventh Annual Florida Workshop in Nonlinear Astronomy and Physics

23. Kolláth Z., Buchler J. R., 1995, Nonlinear Analysis of Irregular Variables. Astrophysics and Space Science Library 257, 185-213

24. Lattanzio J., Forestini M., 1998, Nucleosynthesis in AGB stars. in Proc. IAU Symposium 191, "AGB Stars" eds. T. Le Bertre, A. Lébre and C. Waelkens, p. 31-40

25. Paczynsky B., 1970, Evolution of single stars. I. Stellar evolution from main sequence to white dwarf or carbon ignition. Acta. Astronomica, 20, 47.

26. Reimers D., 1975, Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes. W. H. Kegel & G. Traving (Berlin, Srpinger), 229. Ed. B. Bashenk.

27. Schwarzschild M., Härm R., 1967, Hydrogen Mixing by Helium-Shell Flashes. ApJ, 150, 961.

28. Szatmáry K., Kiss L.L., 2002, Period-gravity relation for semiregular stars, in Proc. IAU Colloquium 185 "Radial and Nonradial Pulsations as Probes of Stellar Physics", 26-31 July 2001, Leuven, Belgium, eds. C. Aerts, T. Bedding and J. Christensen-Dalsgaard, ASP Conf. Series 259, 566-567.

29. Szatmáry K., Kiss L. L., Bebesi Zs., 2003, He-shell flash in action: T Ursae Minoris revisited. A&A 398, 277.

30. Szatmáry K., Vinkó J., Gál J., 1994, Application of wavelet analysis in variable star research. I. Properties of the wavelet map of simulated variable star light curves. A&A Supplement Series 108, 377.

31. Vassiliadis E., Wood P. R., 1993, Evolution of low- and intermediate-mass stars to the end of the Asymptotic Giant Branch with mass loss. AJ 413, 641.

32. Weidemann V., 1990, Masses and evolutionary status of white dwarfs and their progenitors. ARA&A, 28, 103.

33. Weidemann V., Koester D., 1983, The upper mass limit for white dwarf progenitors and the initial-final mass relation for low and intermediate mass stars. A&A 121, 77.

34. Wood P. R., Cahn J. H., 1977, Mira variables, mass loss, and the fate of red giant stars. Ap.J. 211, 499.

35. Wood P. R., Whiteoak J. B., Hughes S. M. G., Bessell M. S., Gardner F. F., Hyland A. R., 1992, OH/IR stars in the Magellanic Clouds. ApJ, 397, 552.

36. Wood P. R., Zarro D. M., 1981, Helium-shell flashing in low-mass stars and period changes in Mira variables. Ap.J. 247, 247.

37. Zijlstra A. A., Bedding T. R., Mattei J. A., 2002, The evolution of the Mira variable R Hydrae. MNRAS 334, 498.