

Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar
Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

SZAKDOLGOZAT

„Elfedett” pulzáció: csillagrezgések elemzése fedési
kettőscsillagok fénygörbéiben

Készítette: **Bókon András**
Fizika BSc szakos hallgató

Témavezető:
Dr. Bíró Barna Imre
tudományos munkatárs, SZTE Bajai Obszervatórium

Tanszéki konzulensek:
Dr. Szalai Tamás
tudományos munkatárs, SZTE Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék
Dr. Vinkó József
egyetemi docens, SZTE Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

Szeged
2015

Tartalomjegyzék

Bevezetés	2
1. Elméleti összefoglaló	4
1.1. Fedési kettőscsillagok	4
1.2. Pulzáló csillagok	6
1.3. Pulzáló komponenst tartalmazó fedési kettőscsillagok	10
2. Modellezés	12
2.1. Modellezés leírása	12
2.2. Modellezett rendszerek	14
3. Adatfeldolgozás	17
3.1. Grafikonkészítés összefoglalása	17
3.2. Diszkrét Fourier-transzformáció és a Period04 program leírása	19
3.3. Fedési geometriát vizsgáló C program bemutatása	21
4. Eredmények	24
4.1. Moduláció inklináció-függése	24
4.2. A moduláció csillagsugaraktól való függése	27
4.3. Modulációk megkülönböztetetheősége	28
4.4. Tercier módusok	32
Összefoglalás	33
Függelék	34
Hivatkozások	45
Köszönetnyilvánítás	46
Nyilatkozat	47

Bevezetés

A csillagokban zajló folyamatok megértése nemcsak a csillagászoknak, asztrofizikusoknak alapvető fontosságú, hanem az egész emberiség számára. A Napunk nélkül nem lenne élet a Földön, hasonlóan az esetlegesen élhető Naprendszeren kívüli bolygókon (exobolygókon) az anyacsillaguk nélkül. Még a héliumnál nehezebb anyagok, fémek sem alakultak volna ki Világegyetemünkben, ami az Univerzum kémiai gazdagságát és változatosságát biztosítja. A 20. század során sokat fejlődött az asztrofizika, tudjuk már, hogy a csillagok magjában fúziós folyamatok termelik az energiát, amelynek következtében kis tömegű csillagok esetén az atomok egyesülése a szénig történik. Elegendően nagy tömegű csillagok végállapotaiban és szupernóva-robbanások során keletkeznek a még nehezebb kémiai elemek, amellyel teljessé válik az általunk ismert periódusos rendszer. A távcsöves megfigyeléseknek és műszeres méréseknek köszönhetően meg tudjuk határozni a csillagok fényteltjesítményét, kémiai összetételét, egyre pontosabb képet kapva a csillagok fejlődéséről [1].

Nagy kihívást jelent a csillagok belső szerkezetének megállapítása. Ahogyan fel tudjuk térképezni a Föld belsejét a szeizmológia segítségével, földrengések útján, teljesen hasonló módon határozhatjuk meg csillagrendszerekből a csillagok belső szerkezetét. Fontos különbség, hogy amíg a Föld esetén a nagyobb mértékű rengések alkalomszerűen történnek, a csillagrendszerek folyamatosak, ezzel elősegítve a sűrű mintavételezésű megfigyeléseket. A Nap esetén könnyen elvégezhető volt ez a feladat, a helioszeizmológia derítette ki például, hogy a Nap áramlási és sugárzási zónája között egy átmeneti réteg, ún. „tachoklína” helyezkedik el, amely valószínűleg a Nap mágneses terének kialakításában játszik szerepet. Más csillagok belső szerkezetével az asztroszeizmológia foglalkozik, de eddig csupán a Nap-típusú oszcilláló csillagokra volt sikeres, mert a Fourier-spektrum vizsgálatával és néhány egyszerű mennyiség ismeretében néhány módus azonosítható, s a környezetük vizsgálatával további módusok detektálhatóak. Ki kell emelni, hogy ezek az amplitúdók alacsonyak és néhány ilyen típusú csillag esetében KEPLER-űrtávcső sem biztosított már kellő pontosságú fényességmérést. Ugyanakkor más típusú csillagoknál kevésbé eredményes a móduszonosítás [4], bár a KEPLER és CoRoT űrtávcsövek (ultrapontos és majdnem 4 éven át folyamatosan tartó) méréseinek elemzésével a helyzet javulóban van. A probléma egyik oka az, hogy sokkal távolabb helyezkednek el tőlünk és a csillagrendszerek okozta pulzáció is sokkal kisebb, amihez a műszerek még nem elég érzékenyek. De a fő akadály az, hogy a csillagoknak csak a korongra integrált fényének periodikus változását tudjuk mérni, a tényleges, korongon látható intenzitáseloszlásról nem tudunk információt szerezni. Ennek megoldásához az elmúlt évtizedekben számos módszert dolgoztak ki, több-kevesebb sikerrel. Ha fedési kettőscsillagok egyik komponense pulzál, akkor olyan abszolút fizikai jellemzők határozhatóak meg pontosabban, mint a csillagok tömege és

a sugara. Mivel a fedő csillag gyakorlatilag letapogatja a pulzáló komponens felszínét, egyedi moduláció lép fel az amplitúdókban, és ez segít visszakövetkeztetni a felszíni mintázatra.

Szakdolgozati munkám során pulzáló komponenset tartalmazó fedési kettőscsillagokkal foglalkoztam. Azt vizsgáltam meg, hogy az egyes lemodellezett konfigurációkban, bizonyos paraméterek megváltoztatásával milyen mértékben változik a fedéskori pulzációs moduláció, továbbá összevettem az egyes eseteket. Azt is megnéztem, hogy az egyes módusok mennyire megkülönböztethetők a különböző geometriájú rendszerekben. Szakdolgozatomban ezeket az eredményeket foglalom össze. Az **1. fejezetben** betekintést nyújtok a fedési kettőscsillagok, pulzáló változócsillagok elméleti hátterébe. A **2. fejezetben** kifejtem a modellezés egyes részleteit, valamint a lemodellezett konfigurációk megválasztott tulajdonságait. A **3. fejezetben** leírom az adatfeldolgozás lépéseit, kitérve a diszkrét Fourier-transzformációra és a Period04 program használatára. Ugyanebben a fejezetben röviden bemutatom az általam írt C program lényegi részeit, aminek segítségével az egyes konfigurációk egyes eseteinek geometriai képét lehet szemléletesebben bemutatni. A **4. fejezetben** végül kitérek a megállapított eredményekre, amelyeket különböző alpontokban ismertetek. Végül az **Összefoglalásban** összegzem következtetéseimet és leírom a jövőbeli terveimet.

1. Elméleti összefoglaló

Az **Elméleti összefoglaló** című fejezetben leírtak elsődleges forrása a **Hivatkozások** között található Asztrofizika tananyag [2], illetve asztroszeizmológiával foglalkozó könyv [4].

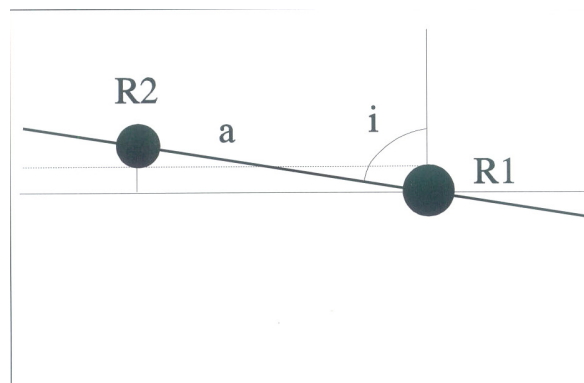
1.1. Fedési kettőscsillagok

Kettőscsillagoknak nevezzük az olyan csillagrendszereket, amelyek két, gravitációsan kötött csillagból állnak és közös tömegközéppontjuk körül keringenek. A legutóbbi évtizedek felmérései azt mutatják, hogy a Naphoz hasonló csillagoknak több, mint fele ilyen rendszerben található [7]. Ha egy kettőscsillag pályasíkja úgy helyezkedik el a térben, hogy a két komponens a keringése során kölcsönösen elfedi egymást, **fedési kettőscsillagnak** nevezzük. Ezeket a periodikus fényváltozásukból lehet felismerni. Ennek köszönhetően a fényváltozás időfüggése helyett egy választhatunk egy ún. *orbitális fázist*, ami definíció szerint a keringési időre normált, 0 és 1 közé eső szám. Képlettel kifejezve:

$$\phi_{orb}(t) = \frac{t - t_0}{T} - \left\lfloor \frac{t - t_0}{T} \right\rfloor \quad (1)$$

Itt t a megfigyelt időpont, t_0 egy tetszőleges kezdeti időpont, valamint T a keringési idő. A fedéshez egy egyszerű geometriai feltételnek kell teljesülnie:

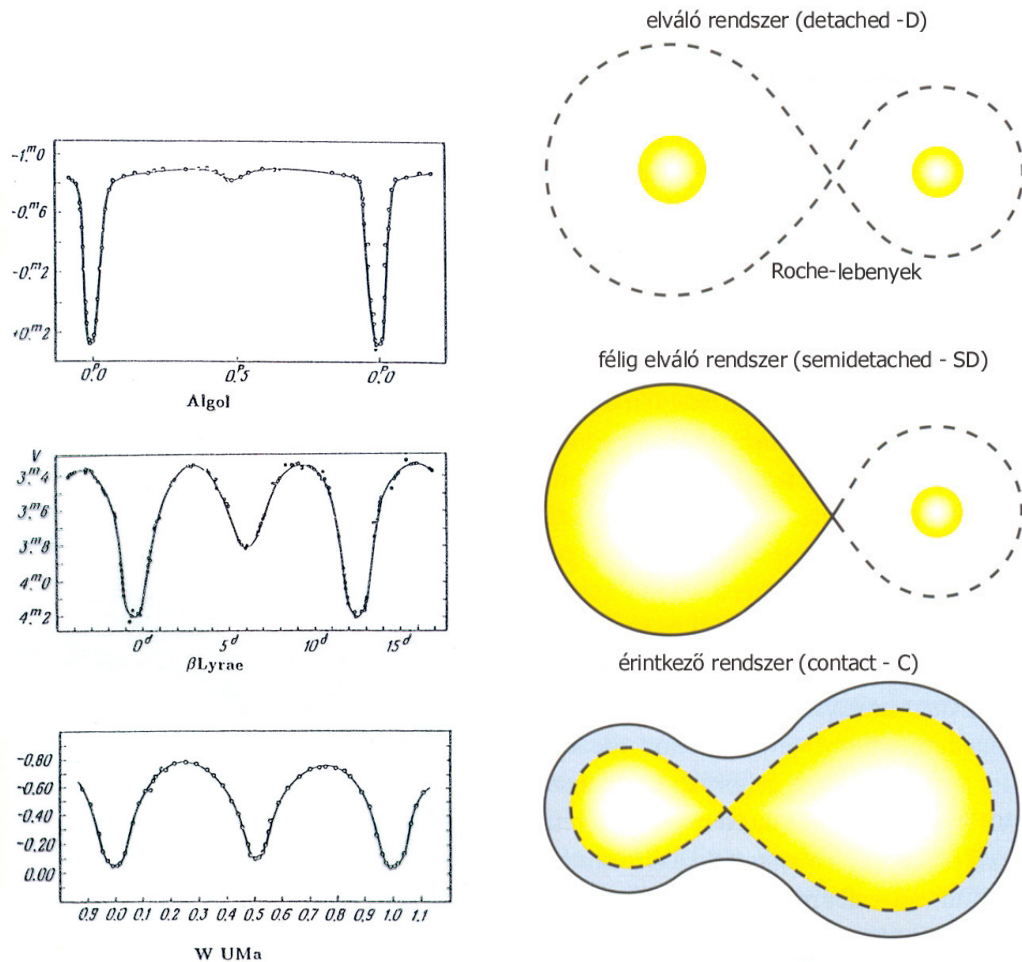
$$R_1 + R_2 \geq a \cdot \cos i \quad (2)$$



1. ábra. Fedés geometriai feltételéhez szemléltető ábra. (Forrás: astro.u-szeged.hu)

Itt R_1 és R_2 a csillagok sugarai, a a két csillag távolsága az együttállásuk pillanatában, illetve i a pálya hajlásszöge (inklinációja). A csillagok jellemzése szempontjából fontos tulajdonság még a csillagok tömege (M_1 és M_2), valamint fényteljesítménye, amelyet luminozitásnak nevezünk (L_1 és L_2). A csillagok tömegei helyett sok

esetben a két komponens tömegarányát (konvenció alapján M_2/M_1) is szokás megadni, amelyet q -val jelölnek. A továbbiakban feltesszük, hogy a csillagok körpályán keringenek, mivel a későbbi vizsgálatok során ezeket egyszerűbb lemodellezni, valamint az eredmény sem fog jelentősen eltérni.



(a) Fénygörbe alapján történő osztályozás (b) Roche-térfogat kitöltöttsége alapján történő osztályozás

2. ábra. Fedési kettősök osztályozása. (Forrás: astro.u-szeged.hu)

A fedési kettőscsillagokat általában két szempontból szokás osztályozni: fénygörbéjük alapján, illetve az ún. „Roche-lebeny” (vagy „Roche-térfogat”) kitöltöttsége alapján. **Fénygörbének** nevezzük azt a grafikont, amely a csillagok időbeli fényváltozását jellemzi. Ez alapján három osztály különíthető el, amelyet 2a. ábrán szemléltettem.

- **Algol**: a csillagkomponensek távolsága viszonylag nagy, így az árapályhatások elhanyagolhatóak. Angol rövidített jelölése: EA.
- **β Lyrae**: csillagpáros szeparációja kicsi, érintkeznek egymással, így erős árapály kölcsönhatás tapasztalható. Angol rövidített jelölése EB.

- **W UMa**: a Roche-lebeny annyira kitöltött, hogy már közös gázfelhő, atmoszféra alakul ki. Angol rövidített jelölése EW.

Roche-lebenynek nevezzük azt a kettőscsillagok ekvipotenciális felületei által határolt térrészt, ami a két csillag között érintkezik az úgynevezett L1 Lagrange-pontban. Ennek kitöltöttsége alapján három csoportba lehet osztályozni a fedési kettőscsillagokat (2b. ábra):

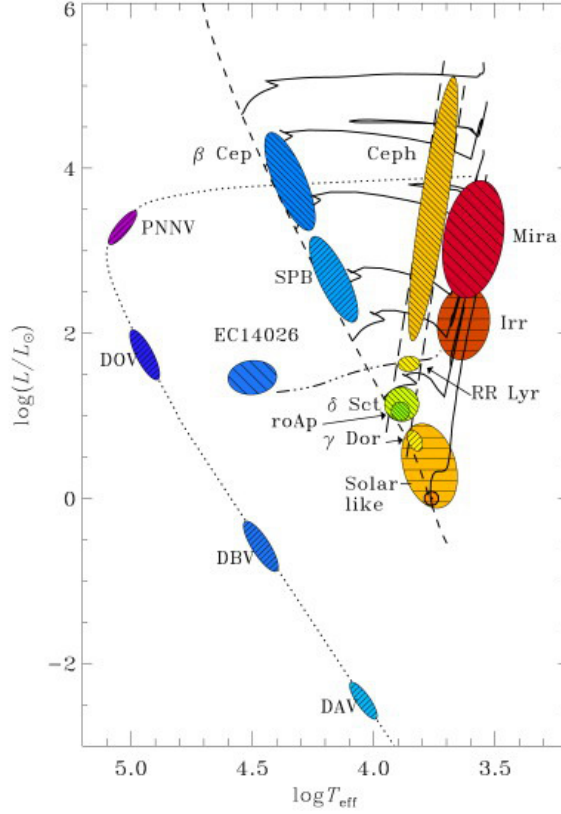
- elváló, angolul detached (D)
- félig elváló, angolul semi-detached (SD)
- érintkező, angolul contact (C)

Látható, hogy a kettőféle osztályozás között van egy lazább kötődés. Az Algol-féle típusú fedési kettőscsillagok elválóak, β Lyrae-típusúak félig elválóak, illetve a W UMa rendszerek érintkezőek. Meg kell jegyezni, hogy a fénygörbék jellegét több fizikai jelenség is befolyásolhatja. Például a közelebb elhelyezkedő csillagok egymást is fűthetik, ezáltal az egymás felé eső oldalaik forróbbak lesznek. Ráadásul az ilyen rendszerekben a csillagok már elnyúltak, csepp alakúak az árapályhatásnak köszönhetően. Ezek a fedésen kívüli fényességváltozás fő okai.

Az asztrofizikában a fedési kettőscsillagoknak különös jelentőségük van, mivel a fedési fénygörbének vizsgálatából és a csillagokon elvégzett szinképelemzés segítségével megállapíthatók a csillagok abszolút fizikai paraméterei, mint például a tömeg vagy a sugár.

1.2. Pulzáló csillagok

A csillagok periodikus fényváltozását mutató másik, nagy csoportját a pulzáló csillagok alkotják. Itt az ismétlődő fényességcsökkenés és növekedés a csillag ritmikus, lüktető összehúzódásának és kitérülésének következtében jön létre. A hosszú ideig tartó pulzálás arra utal, hogy a csillagok stabil egyensúlyi helyzetük körül tartósan „rezegnek”, amihez különleges belső szerkezet, kémiai összetétel szükséges. Emiatt az asztrofizika egyik legfontosabb ábrája, a *Hertzsprung-Russell Diagram* (továbbiakban HRD) jól meghatározott helyein találhatóak, amit a 3. ábrán tüntettem fel. A HRD-n a csillagok helyezkedik el a felszíni hőmérsékletük (x tengely) és fényteljesítményüket kifejező abszolút fényességük (y tengely) alapján. Fő jellegzetessége, hogy a bal alsó saroktól jobb felső sarokig egy jól kivehető sávban helyezkednek el a csillagok nagy része, amit *fősorozatnak* nevezünk. Az említett ábrán az is látható, hogy egyes pulzáló változócsillag-típusok (pl. γ Doriani, δ Scuti, RR Lyrae, stb.) egy sáv mentén helyezkednek el, amit *instabilitási sávnak* neveznek. A csillagok viszonylag rövid ideig



3. ábra. Legfontosabb pulzáló változócsillag típusok a HRD-n. Forrás: [2]

tartózkodnak ezen a területen, de emberi időskálán bőven elegendő ideig, hogy megfigyelhetőek legyenek.

A csillagok három dimenziós oszcilláló mozgása, illetve csomóhelyei matematikailag három, gömbi koordináta-rendszerben található ortogonális irányban írhatóak le a legkönnyebben. A pulzáció jellemezhető az r középponttól való távolsággal, θ szélességi jellegű, északi pólustól mért szöggel, illetve a φ szintén szögben mért hosszúsággal. A gömbszimmetrikus csillagok egyes pontjainak (r, θ, φ) irányokban mérhető elmozdulását a következő kifejezések adják meg:

$$\xi_r(r, \theta, \varphi, t) = a(r)Y_m^l(\theta, \varphi) \exp(-i2\pi\nu t) \quad (3)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \varphi, t) = b(r) \frac{\partial Y_m^l(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \exp(-i2\pi\nu t) \quad (4)$$

$$\xi_\varphi(r, \theta, \varphi, t) = \frac{b(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_m^l(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} \exp(-i2\pi\nu t) \quad (5)$$

A fenti egyenletekben $a(r)$ és $b(r)$ az amplitúdók, ν az oszcilláció frekvenciája, t az idő és $Y_m^l(\theta, \varphi)$ szférikus gömbfüggvények, amelyeknek formulája következőképpen néz

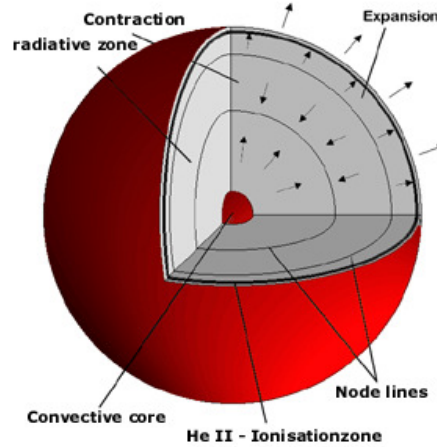
ki:

$$Y_m^l(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_m^l(\cos\theta) \exp(im\varphi) \quad (6)$$

ahol $P_m^l(\cos\theta)$ az ún. csatolt Legendre-polinomok:

$$P_m^l(\cos\theta) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d \cos^{l+m}\theta} (\cos^2\theta - 1)^l \quad (7)$$

Ha a pulzáció csak sugárirányú, akkor **radiális pulzációról** beszélünk. Ekkor a csillag összehúzódik és kitágul, ezzel párhuzamosan, némi késéssel a csillag felszíne némileg felmelegszik és lehűl. A radiális pulzációt egy rendnek nevezett n számmal lehet jellemezni, amely megadja a sugárirányban található csomófelületek számát. A csomófelületek ellentétes fázisú résztérfoakat választanak el, ahogyan a mellékelt 4. ábra is mutatja.

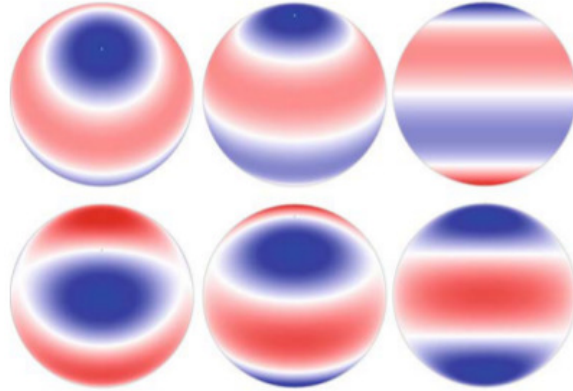


4. ábra. Radiális módus szemléltetése, $n=3$ esetén. (Forrás: Zima, 1999)

Nemradiális pulzáció esetén a csillag gömbszimmetriája megszűnik, ekkor egy kicsit deformálódik a csillag felszíne. Ez felszíni intenzitáseloszlásban is jelentkezik és kettő számmal lehet egyértelműen jellemezni. Az l módus fokszám megadja, hogy a csillag felszínén összesen hány csomóvonal található. Az m azimutális rend megadja, hogy ebből hány megy át a pulzációs tengely pólusain. Ennek értéke az l és $-l$ közé eshet, így adott l -hez $2l + 1$ féle m azimutális szám tartozhat. Ha az így létrejövő pulzációs mintázat a csillag egyenlítőjére nézve szimmetrikus, akkor ezt a módust szimmetrikusnak mondjuk. Aszimmetrikusnak nevezzük azokat a módusokat, amelyekhez tartozó pulzációs mintázat egyes pontjai az egyenlítőre nézve ellenkező fázisban rezegnek. Könnyen felismerhető, hogy a $l + |m|$ paritása határozza meg a módus szimmetrikusságát: ha páratlan, akkor aszimmetrikus, ha páros, akkor szimmetrikus. Tehát a pulzációt általában egy (n, l, m) számhármassal jellemezhetjük, amelyben az n -től

magya a frekvencia, illetve az (l,m) -től a felszíni mintázat függ elsősorban. A nemradiális pulzációra az 5. ábrán mutatok példát.

Az l és m viszonya alapján három típusú nemradiális oszcillációt szoktunk megkülönböztetni. Az $m = 0$ azimutális rendű módusokat *tengelyszimmetrikusnak*, az $|m| = l$ azimutális rendűeket *szektoriálisnak* nevezzük. Minden más l, m párossal leírt módust *tesszerális módusnak* hívjuk [8].



5. ábra. Nemradiális pulzációs mintázat szemléltése, $l = 3$ esetére. Soronként $m = 0$ és $m = 1$, illetve oszloponként a pulzációs tengely $60, 30$ és 0 fokkal van megdöntve a látóirányhoz képest (Forrás: Aerts, Dalsgaard, Kurtz: *Astroseismology* 2010).

A módus frekvenciáját a csillag forgása is befolyásolja. A fenti egyenletekből $m \neq 0$ módus esetén az exponenciális tagban megjelenik egy fázis faktor, ami

$$\exp(-i(2\pi\nu t - m\varphi))$$

alakú lesz. A fázis faktor azt jelenti, hogy ezek a módusok az előjelüknek megfelelően forgás irányába (pozitív m -ekre), illetve éppen ellenkező irányba haladnak (negatív m -ekre). Ha a gömbszimmetria sérülése elhanyagolható a kicsi amplitúdók miatt, akkor a látszólagos és valódi frekvencia között a következő összefüggés ad kapcsolatot:

$$\Omega_{obs} = \Omega_{phys} + m\Omega_0 \quad (8)$$

ahol Ω_{obs} a megfigyelt körfrekvencia, Ω_{phys} a csillag tényleges körfrekvenciája és Ω_0 a csillag forgási szögsebessége. Ez okozza a frekvenciák felhasadását: álló csillagban rögzített l mellett az összes m módusszámhoz ugyanaz a frekvencia tartozik, míg forgó csillagban azok a fenti képlet alapján egymástól egyenlő értékekre hasadnak fel.

A pulzációt kiváltó ok és fenntartó mechanizmus többféle lehet. Ehhez olyan elméletek szükségesek, amelyek öngerjesztőek és csillapítás ellenére is periodikus rezgéshez vezetnek. A szakirodalomban négy fő hajtómechanizmust különböztetnek meg: γ -, κ -folyamat, konvektív hajtás és sztochasztikus gerjesztődés.

A **γ -mechanizmus** során a csillag magjában zajló fúziós energiatermelés rátája változik. Amikor egy energiatermelő régió összenyomódik, a hőmérséklet megnő, így több energia tud felszabadulni. Ennek köszönhetően a fúziós régió kitágul, a hőmérséklet csökken, így energiatermelés is lecsökken, és a folyamat kezdődik előlről.

A **κ -folyamat** során a csillag belsejéből érkező energiafluxus felmelegíti a felszín közelében lévő réteget, ennek következtében az ott lévő atomok ionizációs foka megnő, azaz több elektron szakad le az atomról. Ezáltal megnő az opacitás (átlátszatlanság). A megnövekedett nyomás hatására kitágul a réteg, hőmérséklete lecsökken, így az atomok újra befogadják az előbb leszakadt elektronokat, vagyis csökken az atomok ionizációs foka. Az opacitás csökkenésével csökken a nyomás és az egész ciklus kezdődik előlről. Ez az egyik legsikeresebb elmélet, mivel egyes változótípusokra már tudni lehet, hogy mely kémiai elem (hidrogén vagy hélium) mely ionizációs változása okozza a pulzációt.

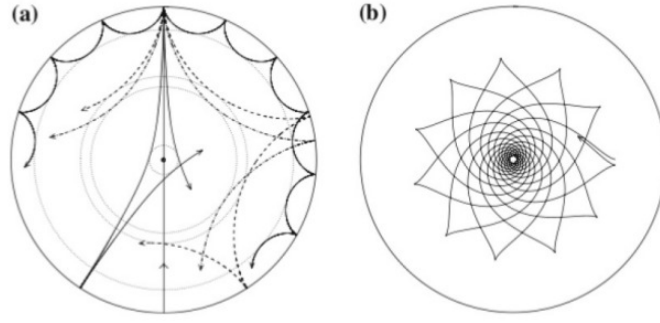
A **konvektív hajtásnál** hasonló szerepe van a külső, pulzáló rétegnek, de itt a csillag konvektív rétege akadályozza időről időre az érkező fluxus magból kifelé való áramlását. Összenyomódáskor eltárolja a benne rejlő energiát, majd kitáguláskor továbbadja a pulzáló rétegnek.

A **sztochasztikus gerjesztődés** a Naphoz hasonló csillagok pulzációjánál jelentős. A véletlenszerű gerjesztődés oka a konvektív cella külső rétegeiben történő turbulencia. Az erős konvektív áramlás pedig a felszíni rétegekben széles frekvenciatartományú akusztikus zajt generál, és ez Nap-szerű oszcillációkat gerjeszt.

A nemradiális módusok kétféle módon jönnek létre: p-hullám és g-hullám segítségével (6. ábra). A **p-hullámokat** nyomáshullámnak is szokták nevezni, nevükből adódóan a nyomás határozza meg ezeket és amplitúdója a felszín közelében a legnagyobb. A **g-hullámoknál** a gravitáció és a felhajtóerő együttesen határozza meg a nemradiális módus terjedését. Frekvenciájuk kisebb, és a csillag belsejében a legerősebbek. Így ezeknek a hullámoknak az észlelése, detektálása nehéz, nagy érzékenyséű távcsövek és műszerek szükségesek hozzá. Ilyenek például a CoRoT és KEPLER űrtávcsövek, amelyek fotometriai érzékenysége százszor, illetve ezerszer jobb a legjobb földi műszerekénél.

1.3. Pulzáló komponenst tartalmazó fedési kettőscsillagok

Az önálló pulzáló csillagok megfigyelése során a fénygörbe csak a benne rejlő frekvenciákról ad információt, ami több (radiális és nemradiális) módus esetén nagyon sokféle lehet. Az is előfordulhat, hogy egy frekvenciához több módus is tartozik, de az ezeket eredményező fizikai folyamatok különböznek tőlük. Ha sikerülne meghatározni, hogy mely frekvencia melyik pulzációs módushoz tartozik, akkor modellező programok segítségével megismerhetnénk a csillag belső szerkezetét. Egyedülálló csillagoknál például több olyan modell létezik, amellyel spektroszkópia segítségével tu-



6. ábra. A p- (a) és g-hullámok (b) szemléltetése (Forrás: [4])

dunk módusokat azonosítani, mert a nemradiális pulzáció modulálja a színekvonalak profiljait. Ugyanakkor ez a moduláció még mindig a látható korongra felösszegzett mennyiség, nincsen felszíni mintavételezés, emiatt ezek a módszerek nem túl hatékonyak. Ráadásul bemenetként ismerni kell a csillag légköri modelljét.

Erre nyújthat segítséget egy másodlagos fedési komponens. A csillag minden egyes módushoz tartozó pulzációs mintázata gömbfüggvények segítségével modellezhető le, és ezek összege határozza meg lényegében, hogy mit látunk a fénygörbén. Fedéskor az inklinációtól függően megtörik ez a szimmetria, aszimmetria és amplitúdómoduláció lép fel. Ezeken kívül sok mindentől függ még a moduláció jellege, mint például a forgástengelytől, pulzációs tengelytől is. Általában ez a kettő tengely megegyezik, de vannak olyan esetek, amikor ez nem teljesül. Egyik ilyen eset, amikor a pulzáló komponens roAp típusú, ami egy gyorsan rezgő (**r**apidly **o**scillating), erős mágneses térrel rendelkező, forró csillag. Itt az erős mágneses tér miatt a pulzációs tengely nagyobb valószínűséggel áll be a mágneses tengely irányába, ami eltérhet a forgástengelytől (ferde rotátor modell). A másik eshetőség, hogy ha a kettőscsillag rendszere szoros, akkor az árapályerők miatt a pulzációs tengely elbillenhet a kísérő felé, és annak keringésével a pulzációs tengely is forog. Mindkettő esetenél fedésen kívül is látható frekvenciafelhasadás és álmódusok jönnek létre. Ezekről a speciális esetektől eltekintve a moduláció magán a teljes fénygörbén alig vehető észre, de a fedési fénygörbe levonásával már látható különbség van a normál és a fedéskori pulzációban. Mivel minden egyes módushoz eltérő pulzációs mintázat tartozik, a fedéskor is jól megkülönböztethető amplitúdó moduláció fordul elő. Ha ezeket összevetjük a mért fénygörbével, akkor ilyen módon a módusok azonosítása is elvégezhető. Vannak nehézségek is ennek elvégzésében, mint például a felszíni fényességeloszlás időbeli változása, de szakdolgozatomban célja a modellezés, annak vizsgálata, hogy a fedéskori amplitúdómoduláció milyen mértékben járul hozzá a teljes fedési, illetve a csak a pulzációt tartalmazó fénygörbéhez az inklináció és a csillagok sugarainak függvényében.

2. Modellezés

2.1. Modellezés leírása

A szintetikus fénygörbék adatsorát a `pulsecl` nevű program segítségével hoztam létre, amelyet témavezetőm bocsátott rendelkezésemre (módszer leírása: [5]). A program olyan kettőscsillagokat tud reálisan modellezni, amelyeknek komponensei gömbszimmetrikusak, körpályán keringenek, s figyelembe veszi a szélsötétedést. További megszorítások a következők:

- A pulzációk okozta csillagfelszíni torzulások elhanyagolhatóak. A vizsgált kis amplitúdójú, rövid (perc, óra) periódusú pulzációkra ez teljesül.
- Nincsenek jelen árapály-erők miatt fellépő torzulások.
- A pulzációs mintázatok **forgási szimmetriával** rendelkeznek, melynek köszönhetően az amplitúdók nem változnak a hosszúsági kör mentén, valamint a kezdeti fázis azonos szélesség mentén állandó.

A program egy olyan `par` kiterjesztésű paraméter fájlra vár, amelyben a modellezéshez szükséges adatok, paraméterek találhatóak.

Sokféle rendszer lemodellezésének lehetőségét biztosítja például a rendszer távolságának, a csillagok sugarainak, tömegarányának, rendszer inklinációjának megadása. Fontos kiemelni, hogy a komponensek távolsága itt skálázó szereppel bír és ez is a sugarak mértékegysége. Emiatt a szakdolgozat további részében a **csillagok R_1 és R_2 sugarán a szeparációra normált nagyságot** értjük, nem a tényleges fizikai méretet. Ezen kívül lehetséges az elliptikus pályán mozgó csillagokra vonatkozó fénygörbe-adatsor elkészítése az excentricitás és pericentrum-argumentum paramétereinek beállításával.

A szintetizált fénygörbe adatpontjainak tényleges legenerálásához külön kell megadni a csillagok **alapintenzitását**, amely a felületegységenként érkező intenzitást határozza meg. A program végül a felénk eső sztatikus F érkező fluxust a következő képlet alapján számítja ki:

$$F = 2\pi R^2 I_{base} \quad (9)$$

ahol R a csillag sugara, I_{base} az alapintenzitás értéke.

Ahogy korábban is említettem, a csillagok **szélsötétedését** ismeri a program, ami több fizikai effektusának köszönhetően jön létre. Mivel a korong közepén nagyobb sugárirányú mélységre látunk be, és a helyi hőmérséklet befelé nő, a megfigyelő úgy látja a csillagok korongját, hogy annak közepe nagyobb intenzitású, mint a szélei (7. ábra). Ezt sokféle modellel lehet leírni, illeszteni, ezek közül a legegyszerűbb a lineáris együtthatójú modell, amelynek összefüggése a következő:

$$I_{\mu} = I_0 (1 - c(1 - \mu)) \quad (10)$$

ahol c az illesztett vagy illesztendő lineáris koefficiens, és $\mu = \cos \gamma$, melyben γ a látóirány és a megfigyelt felületelem normálisa által bezárt szöget jelenti.



7. ábra. Szélsötétedés jelenségét szemléltető fekete-fehér kép a Napról. Forrás: <http://academic.regis.edu/dbahr/GeneralPages/Dave/DaveAstroPics.htm>

Azt is meg kell adni, hogy a lemodellezendő csillagoknak milyen típusú rácshálózatot szeretnénk adni, amellyel a program a csillagok korongját pixelekre bontja. Ez négyféle lehet, ezek közül a modellezésekre ajánlott, úgynevezett **gömbi polárrácsot** használtam. Ennél a koordinátahálózatban a program a jól ismert szélességi és hosszúsági körök mentén osztja fel pixelekre a csillag felszínét. Foroghat, és a forgástengelyt bármerre lehet dönteni. A lemodellezendő rács kívánt felbontását is szabadon lehet megadni: kettő számot kell megadni, a hosszúsági és szélességi felosztás miatt.

A forgástengely állását kettő irányszöggel, a θ és φ Euler-szögekkel adhatjuk meg. **Pulzációs módusok** megadása kötelező, mivel a program ennek alapján generálja le a fénygörbe pulzációs részét. Ha több módus van, akkor az **Elméleti összefoglaló** című fejezetben leírtaknak megfelelően felösszegzi, és azt adja a sztatikus fedési fénygörbéhez. Ehhez minden egyes módushoz kell a frekvencia, amplitúdó, l és m értéke, valamint a hozzá tartozó pulzációs tengely. Ez a tengely ugyan elvileg mindig egybeesik a forgástengellyel, de előfordulhat, hogy a módushoz tartozó sajátfüggvény leírására létezik egy egyszerűbb koordinátarendszer. Ennek polártengelyét tekintjük pulzációs tengelynek.

A program úgy generálja le a fénygörbe adatsorát, hogy az időt a keringési időre normálja le, ezzel ciklusokra bontva az egész adatsort. Ráadásul a program a kezdeti időt úgy állítja be, hogy a $(0, 0 + k)$, ahol $k \in \mathbb{Z}$ -hoz az elsődleges fedés maximuma, illetve (körpálya esetén) $(0, 5 + k)$, ahol $k \in \mathbb{Z}$ -höz pedig a másodlagos fedés maximuma tartozik. Ennek hossza, mintavételezése kötelező bemeneti adat, amit következőképpen kell megadni (forma, alatta példával):

[kezdőfázis] [végfázis] [mintavételezés gyakorisága] [ciklusszám]

A program ezen bemeneti adatok segítségével létrehoz először egy `krn` kiterjesztésű, úgynevezett fedési kernel fájlt, amely azt tartalmazza, hogy a modellezendő rendszer fedési fázisai során az elfedett csillag egyes pixeljei milyen mértékben járulnak a fedési fénygörbéhez. A pulzációs mintázatot egy külön `fit` kiterjesztésű fájlban menti el. A fedési kernelt és pulzációs mintázatot tartalmazó fájl egyaránt FITS formátumú. A program ezen kettő fájl dekonvolúciójával hozza létre a fénygörbének az adatpontjait a kívánt formában: fázis, teljes fluxus, hiba, egyes pulzációs mintázathoz tartozó járulék a fénygörbéhez.

A `-p` módosító paraméter segítségével a program a fenti fájlokon kívül még létrehoz egy `apvar` kiterjesztésű fájlt. Ebben a fájlban azt adja meg, hogy az egyes ciklusokban mekkora lett a kiszámolt amplitúdó és fázismoduláció, amit módusonként határoz meg. Például egy kettő módust tartalmazó elsődleges komponens esetén a következő adatok találhatóak meg: orbitális fázis, első és utána a második módus amplitúdó- és fázismodulációja.

2.2. Modellezett rendszerek

A szakdolgozatban a modellezési paramétereket úgy választottam meg, hogy a valósághoz a lehető legközelebb álljanak. Azt szerettem volna megtudni, hogy a csillag sugarainak és inklinációjának változásával milyen pulzációs módusok kerülnek előtérbe, és melyek tűnnek el a fedés alatt. Emiatt a első közelítésben három fő konfigurációt választottam sugarak, valamint a pulzációs mintázat helye szempontjából:

- $R_1 \approx R_2$, azaz az elsődleges és másodlagos komponens közel azonos sugárral rendelkezik, és az elsődleges komponens a pulzáló.
- $R_1 \approx 2R_2$, vagyis az elsődleges, pulzáló komponens közel kétszer nagyobb sugarú, mint a sztatikus másodlagos
- Sugarak aránya ugyanaz, mint az előző esetben ($R_1 \approx 2R_2$), csak a másodlagos komponensen található a pulzációs mintázat.

Hogy a lemodellezett rendszerek elkészült fénygörbéit fájlnevekből könnyen meg lehessen különböztetni, **jelölés** szempontjából a harmadik esetet $2R_1 \approx R_2$ -vel jelezzük. A fájlnevek eleje ennek köszönhetően: `m-r1-r2*`, `m-r1-2r2*` és `m-2r1-r2*`.

A második és harmadik esetben meg kellett határozni a két csillag I_{base} alapszenyitítésének az arányát. Ehhez felhasználtam, hogy a $u = \sigma T^4$ Stefan-Boltzmann törvénnyel meghatározott, egységnyi felületen egységnyi idő alatt kisugárzott energia az I_{base} mennyiséggel analóg. A csillagászatban használatos luminozítás ($L = 4\pi R^2 u$) mennyiségek arányát pedig egy empirikus tömeg-luminozítás ($L \sim M^{3.5}$) összefüggés

segítségével közelítettem meg. Ehhez fel kellett tételeznem, hogy a rendszer kettős csillaga a fősorozaton helyezkedik el, amelyre érvényes az előbb említett reláció. Így $I_{base,1}/I_{base,2}$ hányadosra közelítőleg 0,38-at kaptam. Minden egyes konfigurációhoz különböző inklinációkat választottam meg úgy, hogy a fedés a súroló fedéstől egészen a teljes fedésig fokozatosan növekedjen. Az előzetes vizsgálatok után a három konfigurációhoz a kiválasztott inklinációértékeket foglalom össze az 1. táblázatban:

konfigurációk	$R_1 \approx R_2$	$R_1 \approx 2R_2, 2R_1 \approx R_2$
inklinációk [°]	75; 80; 85; 90	67; 70; 74; 78; 83; 87; 90

1. táblázat. Tervezett konfigurációk

A pulzációs módusokhoz **hét szimpla**, 49,432451 orbitális frekvenciájú módust választottam. Ez egy átlagos érték a kettős rendszerekben található, δ Scuti típusú csillagok frekvenciájára. Fontos szempont, hogy ez ne egész szám, valamint ne kicsi p és q egész számok p/q hányadosa legyen az orbitális frekvencia. Az utóbbi esetben ugyanis alacsony p/q rendű rezonanciában lenne a keringéssel, ez pedig a relatív fázisok ciklikus ismétlődéséhez vezetne. A pulzációs módusokhoz olyan felszíni amplitúdót állítottam be, amelyekkel a legkisebb lemodellezett inklinációknál a pulzációs fénygörbe fedésen kívüli, fluxusbeli amplitúdója 0,03 volt. Ennek mértékegysége W/m^2 , csak a modellezés miatt valamilyen faktoriall át van skálázva. Bár a felszíni amplitúdó megválasztása ilyen módon egy kicsit önkényesnek tűnik, a modellezés szempontjából ez közelebb áll a valósághoz, mivel a felszíni amplitúdók lesznek rögzítve, s az inklináció növekedésével nem változnak. Ezzel a módusok valódi erősödése és gyengülése fog látszódni. A kiválasztott módusok a következők (l,m) : (1,1), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,-1). Végül egy **három módust** (idegen szóval **tercier**) tartalmazó pulzáló komponens generáltattam le a programmal, amelyek amplitúdóban és frekvenciában is különböznek. Az amplitúdókat szimpla módusok esetéhez hasonlóan választottam meg. Az ehhez az esethez kiválasztott módusokat a következő táblázatban foglaltam össze:

módus $[(l,m)]$	frekvencia [orb]	relatív amplitúdó
(1,1)	49,432451	0,03
(2,0)	23,157185	0,025
(2,2)	57,478532	0,035

2. táblázat. Tervezett terciér módusok

Tehát 3 tervezett főkonfigurációval, összesen 16 féle konfigurációval modelleztem le a 7 szimpla módust, valamint ezt az 1 terciér módust. Mindegyik konfigurációhoz lineáris szélsőtétedési modellt választottam, amelyben a lineáris koefficiens 0,4 volt. A

nagy alapintenzitás miatt részletesre, 240 x 120-ra kellett venni a gömbi polárrácsot.
Mind a rotációs, mind a pulzációs tengely merőleges a keringési síkra.

3. Adatfeldolgozás

3.1. Grafikonkészítés összefoglalása

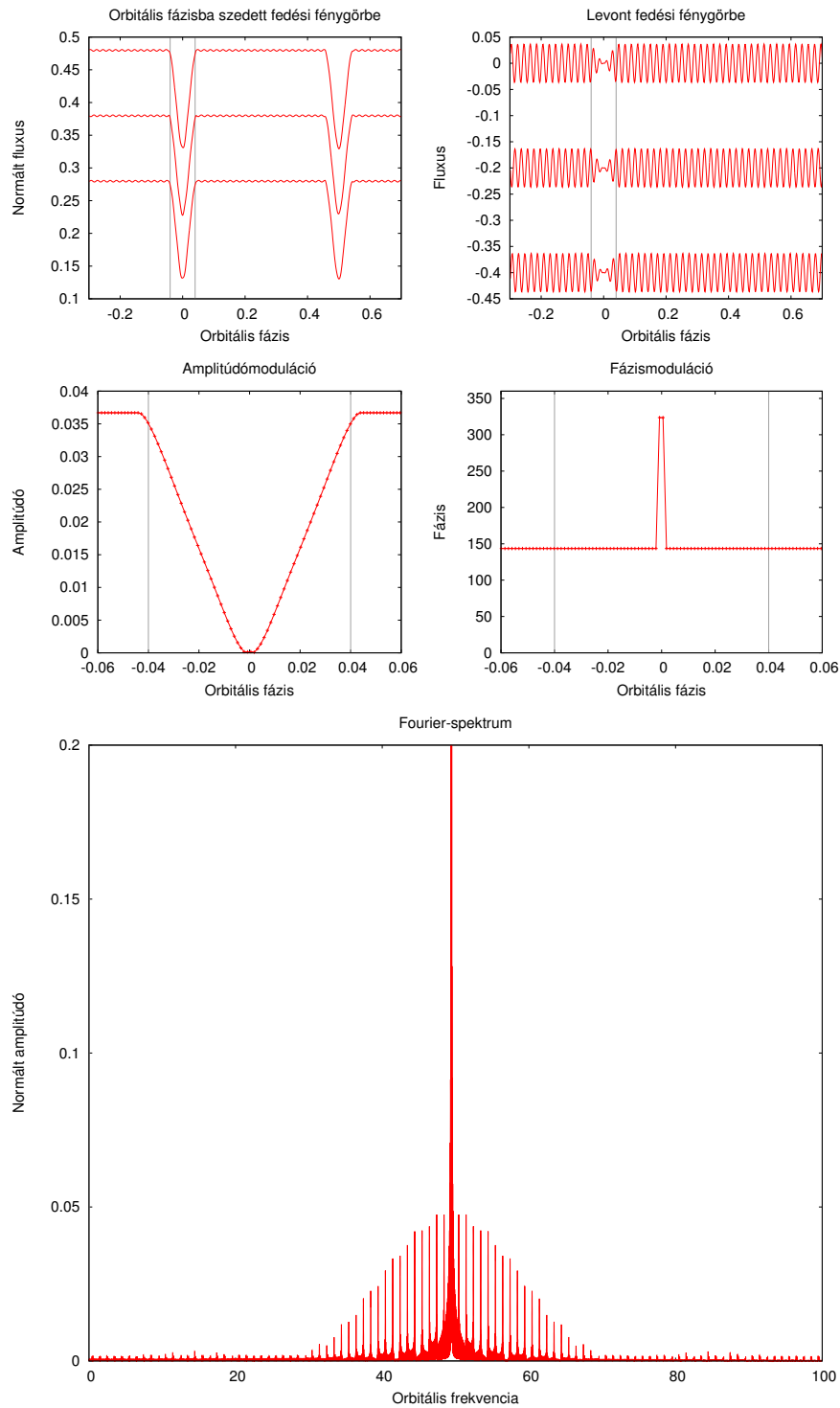
A kapott adatokból öt különböző típusú grafikont készítettem el a **gnuplot** nevű programmal. Ezeket egy darab összetett ábrán helyeztem el csoportosítva, amelynek köszönhetően könnyen össze tudtam hasonlítani az egyes eseteket az előzetes vizsgálatoknál.

Kihasználva, hogy az **1c** fájlokban a ciklusok függvényében lettek kiszámolva az adatok, a felső kettő grafikonon három teljes ciklusnyi fénygörbét ábrázoltam, amiket adott egységekkel toltam el függőlegesen egymáshoz képest. A bal oldalon található **fedési fénygörbén** a relatív fluxust egyre normáltam le, mivel a relatív fluxust mennyiségileg nem lehet vizsgálni, továbbá nem is fontos ennek relatív nagysága szemszögünkben. Nagy előny, hogy könnyebb így megválasztani a vertikális eltolás nagyságát. Ezen három ciklus közül legfelül helyezkedik el az első és alatta a másik kettő időbeli sorrendben. A jobb oldali grafikon **csak a pulzációt** tartalmazza, hasonló elrendezésben, mint a fedési fénygörbénél. Fontos különbség, hogy **y** tengelyen már a relatív fluxus szerepel. Azt kívántam a több ciklus ábrázolásával szemléltetni, hogy egy tetszőlegesen kiválasztott orbitális fázisban a fedés a pulzációnak más fázisában történik és ezzel egy független információt nyerhetünk ki a fénygörbéből. Az orbitális fázis mindkét grafikonon **-0,3-nél** kezdődik.

A fénygörbék alatti két grafikonon az **amplitúdó-** és **fázismoduláció** látható az orbitális fázis függvényében. Mindhárom konfigurációban a pulzáló komponens elfedésének idejére nagyítottam, hogy az elemzést megkönnyítsem. Ez az elsődleges fedés esetén nagyjából **-0,06** és **0,06** közé, míg a másodlagosnál **0,44** és **0,56** közé esik. A fázismodulációt tartalmazó grafikonot úgy hoztam létre, hogy a fázis **0** és **360** fok közé essen.

A legalsó, és egyben legnagyobb grafikon a csak a pulzációt tartalmazó adatsor **Fourier-spektrumát** ábrázolja, vagyis a frekvencia függvényében vannak feltüntetve az egyre normált amplitúdók. A Fourier-spektrumot a **Period04** nevű programmal számítottam ki. Ennek elméleti háttérét és a program bemutatását a következő alponthoz ismertetem. Ehhez a részhez kellett **30** ciklusnyi adatot generálni.

Mivel **100-nál** is több fénygörbéhez tartozó adatfájlok készültek, és mindegyikhez elkészítettem a Fourier-spektrumot, körülményes lenne grafikononként kiadni a sok, kicsit speciális parancssorozatot. Ezért a szakdolgozati munkálatok elemzési részéhez kettő egymásba kapcsolódó **gnuplot** szkriptet és egy **C** programot írtam. Az első gyakorlatilag a kívánt összetett grafikonokat készíti el, amihez parancssori bemenetként várja az **1c** fájlt, a modulációkat tartalmazó **apvar** fájlt, a Fourier-spektrumot tartalmazó **fou** fájlt és a kimeneti **eps** fájlt nevével, a fedési fénygörbéhez és a Fourier-spektrumhoz tartozó normálási faktort, végül az első és második grafikonhoz tartozó eltolási értékeket. A



8. ábra. Egy példa a modellek tulajdonságait bemutató ábracsoportra. Legfelső grafikonok közül bal oldalon három ciklusnyi teljes fedési fénygörbe látható, jobb oldalon már a fedési miatt bekövetkező sztatikus járuléék levonásával kapott, csak a pulzációt tartalmazó fénygörbe. Alatta a fedés idejére kinagyított amplitúdó- és fázismoduláció található az orbitális ciklus függvényében. Legalul a Fourier-spektrum látható az orbitális frekvencia függvényében ábrázolt relatív amplitúdókkal. (első főkonfiguráció, $i=85$ fok, $(2,0)$ módus)

második, amit vezérlő szkriptnek nevezek, ezt a szkriptet hívja meg a megfelelő parancsori argumentumokkal. Pluszként egy olyan C nyelvű programot írtam, ami a benne definiált l,m páros értékeket, Fourier-spektrumokhoz tartozó normálási faktorokat és az inklinációkat tartalmazó fájlok beolvasásával automatikusan legenerálja a kívánt vezérlő szkriptfájlt. Az itt beolvasandó normálási faktorokat egy másik, ezúttal bash szkripttel vezérelt C program segítségével számítottam ki és irattattam ki a megfelelő bemeneti fájlba. A két gnuplot szkript, és C program forráskódját a **Függelékben** csatolom, de a maradék kettő fájl egyszerűsége (maximum keresés) miatt nem mellékelem. Természetesen teljesen nem automatizálható ez a folyamat, mivel előzetesen meg kell nézni a relatív intenzitáskülönbségeket, de ettől függetlenül a munka jó részét lerövidíti. A szakdolgozatba beillesztett grafikonok egy része vagy ezzel az alapszkripttel, vagy pedig ennek megfelelő módosításával, átírásával készültek el. Összehasonlítások minél jobban történő ábrázolására külön összefoglaló ábrákat hoztam létre, lásd az **Eredmények** című fejezetet.

A szakdolgozathoz mellékeltem egy digitális mellékletet, amely az ilyen módon elkészített ábracsoportokat tartalmazza.

3.2. Diszkrét Fourier-transzformáció és a Period04 program leírása

Az ebben az alfejezetben leírtak DFT-re vonatkozó részéhez a már említett Asztrofizika tananyagot [2] vettem elsődleges forrásnak.

Időben periodikus jelek jellemzésére gyakran használják a Fourier-transzformációt. A csillagászatban belül a változó csillagoknál, főleg a pulzáló csillagoknál általános ennek használata, például a fénygörbe periódusainak meghatározásánál. Ha a csillag $m(t)$ időben változó fényessége egymástól független és időben állandó harmonikus oszcillációknak a szuperpozíciója, akkor a következő alakot használjuk Fourier-transzformációként:

$$m(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(2\pi\nu_i t + \phi_i) \quad (11)$$

ahol A_i , ν_i , ϕ_i rendre az i . harmonikus taghoz tartozó amplitúdó, frekvencia és fázis. Ezek meghatározása a transzformáció feladata, amelynek létezik folytonos és diszkrét változata. Mivel a csillagászatban csak véges idejű adatsorok állnak rendelkezésre, valamint időközönként is csak diszkrét pontokat tudunk mérni, emiatt a **diszkrét Fourier-transzformációt** szoktuk használni. Ennek formulája a következő:

$$D(\nu) = \sum_{i=1}^N m(t_i) \exp^{-i2\pi\nu t_i} \quad (12)$$

Az adott ν frekvenciához tartozó A amplitúdó az alábbi egyenlettel számítható ki:

$$A(\nu) = \sqrt{\left(\frac{2}{N}C_\nu\right)^2 + \left(\frac{2}{N}S_\nu\right)^2} \quad (13)$$

ahol N az adatsor pontjainak száma, és az S_ν -re, C_ν -re pedig a következő összefüggések állnak:

$$C_\nu = \sum_{i=1}^N m(t_i) \cos(2\pi\nu t_i) \quad (14)$$

$$S_\nu = \sum_{i=1}^N m(t_i) \sin(2\pi\nu t_i) \quad (15)$$

A fázist végül az alábbi egyenlet adja meg:

$$\phi = \arctan\left(\frac{-S_\nu}{C_\nu}\right) \quad (16)$$

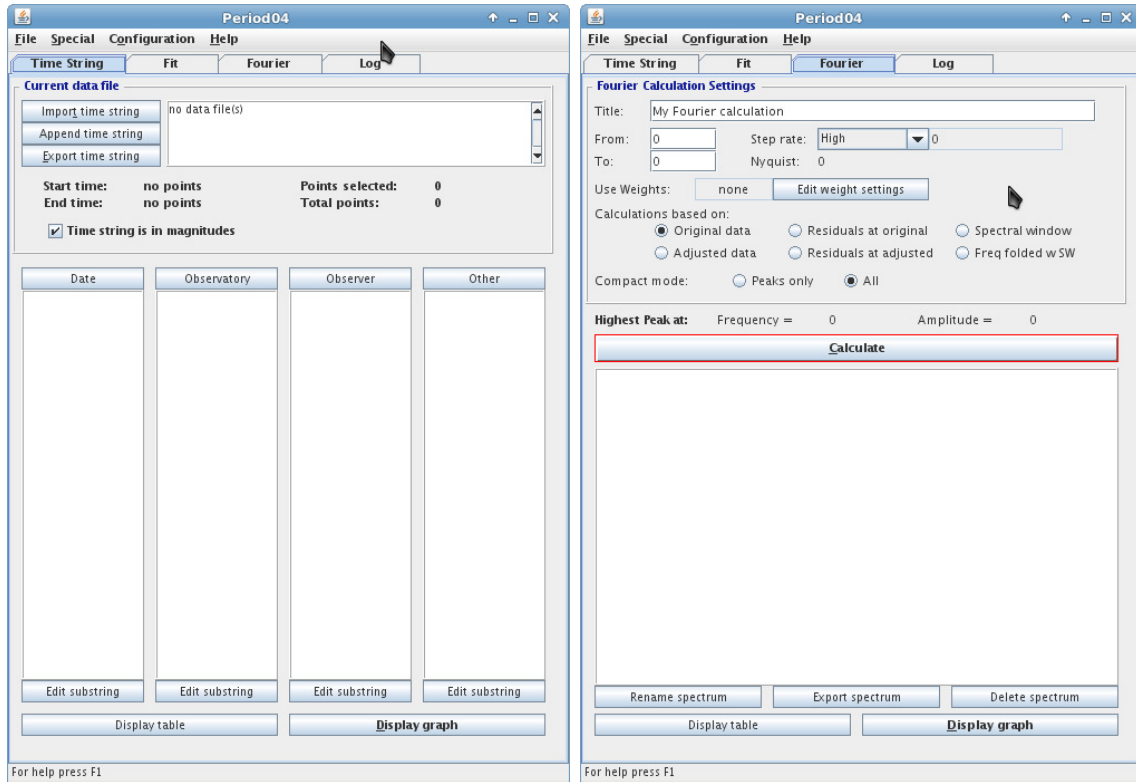
Meg kell jegyezni, hogy a fázisnál gyakori a tized radián nagyságú hiba, emiatt a DFT-vel kapott frekvenciával legkisebb négyzetes illesztést végzünk, amiből kiszámítható a fázis, valamint esetenként a frekvencia is finomítható. A transzformáció során használni kell az ún. $W(\nu)$ spektrálablak-függvényt, amely az adateloszlást jellemzi, ez pedig meghatározza a spektrum csúcsainak az alakját, ezáltal a frekvencia meghatározását ilyen módon befolyásolja. A spektrálablak-függvény függ továbbá az adatsor hosszától, valamint a benne lévő adatok eloszlásától is. Ezt a DFT során a következő összefüggéssel lehet kiszámolni:

$$W(\nu) = \left(1/N \sum_{i=1}^N \cos(2\pi\nu t_i)\right)^2 + \left(1/N \sum_{i=1}^N \sin(2\pi\nu t_i)\right)^2 \quad (17)$$

A Fourier-transzformáció során a legnagyobb frekvenciát, amit még meg lehet határozni, Nyquist-frekvenciának nevezzük. Ezt a $\nu_N = 1/2\Delta t$ adja meg, ahol a Δt a mintavételezés időköze.

A **Period04** program [9] többek között képes elvégezni a DFT-t, és így a Fourier-spektrum kiszámítása nagyban leegyszerűsödik. A program szabadon hozzáférhető az interneten, JAVA-s környezet kell a futtatásához. Mielőtt még beolvastattam az adatokat a programba, egy egyszerű awk szkripttel a kettő leglényegesebb oszlopot, a ciklus és a fénygörbe pulzáló részét ki kell szedni egy `dat` fájlba. Azt tapasztaltam ugyanis, hogy a program lefagyott az adatok beolvasása közben, valószínűleg a túl sok adat miatt. A létrehozott fájl beolvasatását a 9a. ábrán látható modulon végezhető el. Ezután a **Fourier** fülön elérhető lesz a 9b. ábrán látható modul. Ezen sok paraméter, beállítható, mint a minimális frekvencia, maximális frekvencia, lépésköz, de

praktikus okokból meghagytam a minimális frekvenciát nullának és a 0,00166 nagyságú lépésközt. A maximális frekvenciát kellett (folyamatosan) változtatni, aminek kisebbnek kellett lennie az adatsor Niquist-frekvenciánál. A Fourier-spektrum kiszámítása után egy külön adatfájlba kimenthetjük a transzformációból nyert adatokat, amely tartalmazza a meghatározott frekvencia és amplitúdó párosokat.



(a) A Timestring ablak a Period04-ben.

(b) A Fourier ablak a Period04-ben.

9. ábra. A Period04 program két használt főablaka.

3.3. Fedési geometriát vizsgáló C program bemutatása

Mint ahogyan említettem a **2. fejezetben**, az volt a célom, hogy minél jobban tudjam érzékelteni a az adott konfigurációhoz tartozó fedési geometriát. A megírt program, amit `eclar-calc.c`-nek neveztem el, alapvetően három paraméterből tudja ezt meghatározni: a két komponens sugarából és az inklinációból. Ezeket rendre r_1 , r_2 , és i változókkal jelöltem a programban. Ha valamelyik a három közül hiányzik, automatikusan figyelmeztet, és kilép a program. Kétféle módon számolja a fedési geometriát:

- Százalékosan kiszámolja, hogy a konjunkció (együttállás) pillanatában az elsődleges komponensnek mekkora részét fed el a másodlagos, és ezt a másik esetben is megadja, vagyis amikor másodlagos fedés esetét vizsgálja.

- A pulzáló komponensre nézve kiszámolja, hogy a fedő csillag mely szélességi köreit takarja le a fedő komponens. Itt feltesszük, hogy az r_1 a pulzáló csillag.

A program parancssori argumentumokban várja a szükséges adatokat, de fenthagy-tam biztonság kedvéért egy „verbose” módot az esetleges hibák megtalálására. A meglétük ellenőrzése után beolvassa a megadott paramétereket és elkezd a számolást. A program megkülönbözteti a „lapos”, mély és teljes vagy gyűrűs fedést is, amiket a következő táblázat alapján határoz meg (ehhez tartozó formulák forrása: [6]).

alsó határ	kategória	felső határ
$R_1 + R_2 \geq \cos i$	lapos fedés	$\cos i \geq \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$
$\sqrt{R_1^2 + R_2^2} \geq \cos i$	mély fedés	$\cos i \geq R_1^2 - R_2^2 $
$ R_1^2 - R_2^2 \geq \cos i$	teljes/gyűrűs fedés	-

3. táblázat. Határfeltételek, amiknek értékei az R_1 és R_2 valamilyen kapcsolatára szorítkozik, nem az inklináció koszinuszára.

Ha nincsen fedés, akkor ezt tudatja velünk a program, utána automatikusan kilép.

Bár az első kettőnél kétféleképpen lehetne kiszámolni, a programozás során az egyszerűbb utat választva kihasználtam a szinusz és koszinusz függvények tulajdonságait. Ha a maximális fedéskor megfigyelő látóirányára vett merőleges síkján vesszük a két csillag korongvetületét, akkor az 10. ábrán látható képet látjuk. A két korong közös metszete lényegében két körcikk szeletének összegéből áll, aminek egyik A_1 területét az ábrán jelölt α_1 és az R_1 sugár ismeretében lehet meghatározni a következő összefüggés segítségével:

$$A_1 = \frac{1}{2} R_1^2 (\alpha_1 - \sin \alpha_1) \quad (18)$$

Az α szöget pedig közvetlenül következő képlet segítségével használja a program, amelyet egyébként a koszinusztételből lehet levezetni:

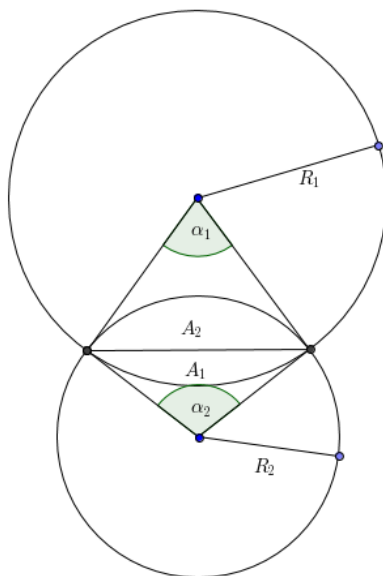
$$\alpha_1 = 2 \arccos \left(\frac{R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1 d} \right) \quad (19)$$

ahol R_1 és R_2 a csillagsugarak nagysága, d a csillagok szeparációjának a vetülete, ami programunkban a $\cos i$ (inklináció koszinusza). Az A_2 -re és α_2 -re nézve is teljesen hasonló a formula, csak a kétfajta alsó indexet kell felcserélni.

A program végül a lapos és mély fedés esetre az elfedett területek a teljes csillagkoronghoz viszonyított p_1 arányát azonosan az

$$p_1 = \frac{A_1/\pi + A_2/\pi}{R_1^2} \quad (20)$$

segítségével adja meg, aminek értéke 0 és 1 közé esik. A fenti összefüggés az elsődleges fedésre vonatkozik, a másodlagos fedésre vonatkozó p_2 az 1 és 2 alsó index cseréjével



10. ábra. Elfedett területet szemléltető ábra.

érhető el. A teljes/gyűrűs fedés esetén a másodlagos komponensre nézve számol csak a program, itt csupán a két sugár négyzetének arányát veszi figyelembe. Ki kell hangsúlyozni, hogy ez az információ nem az elhalványodás mértékéről ad információt, mivel a látszólagos korong felülete nem egyenletes fényességű.

A program második feladatát szintén egyszerű geometriai megfontolásokkal levezetett összefüggések segítségével számítja ki. Ki kell emelni, hogy a fedő csillag (látszólagos) északi és déli pólusa által meghatározott szélességi tartományokat kalkulálja ki a program. Ha $R_1 - R_2 \geq \cos i$, akkor teljesen elfedi a fedő komponens északi pólusa a területeket. Ellenkező esetben a következő képlettel határozza meg a program azt a szélességet, amit eltakar az északi pólus:

$$\theta_N = i - \arcsin \frac{R_2 - d}{R_1} \quad (21)$$

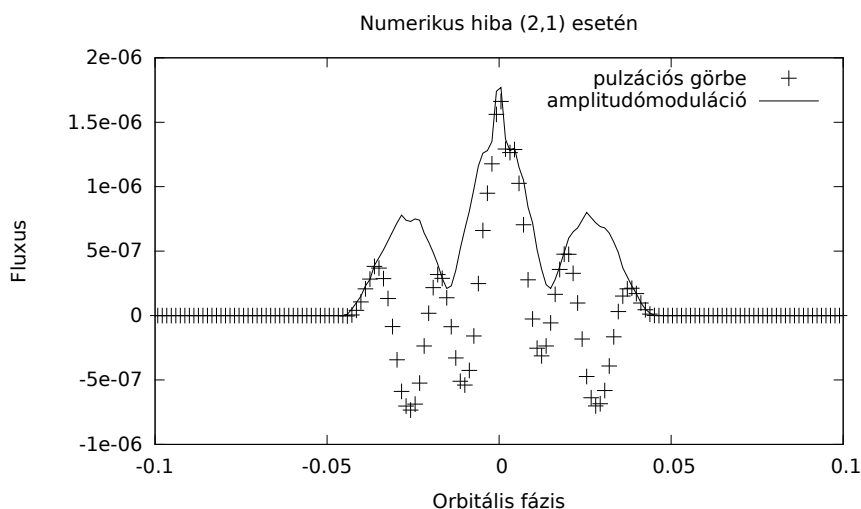
Déli pólus fedésére vonatkozóan a határfeltétel $R_1 - R_2 \geq -\cos i$, ami ha nem teljesül, akkor a következő képlet lesz érvényes (az a szélesség, amit eltakar a déli pólus):

$$\theta_S = i - \arcsin \frac{R_2 + d}{R_1} \quad (22)$$

Természetesen a program figyelembe veszi, hogy a pályahajlás miatt a pulzáló csillag koordináta hálózata egy kicsit meg van döntve. A program forráskódját a **Függelékben** mellékeltem.

4. Eredmények

A fénygörbék adatsorainak létrehozása és feldolgozása során a 90 fokos inklináció esetében kihagytam az $l + |m|$ páratlan, aszimmetrikus módusokat, mert azok a geometria szimmetriája folytán mind a fedésen kívül, mind pedig alatta kioltódnak. Jelen készletben ez a (2,1) és (3,0) módusokat érinti. A program ugyan rájuk is ad egy nagyon kicsi, 10^{-6} nagyságrendű jelet és modulációt a fedés alatt, de az csupán a felület véges felbontásának numerikus hibája. Ezekre a DFT-t tartalmazó fájlt kézzel hoztam létre. A jellegzetes „pulzációs” fénygörbére és amplitúdómodulációra a lenti, 11. ábra mutat szemléltetést.



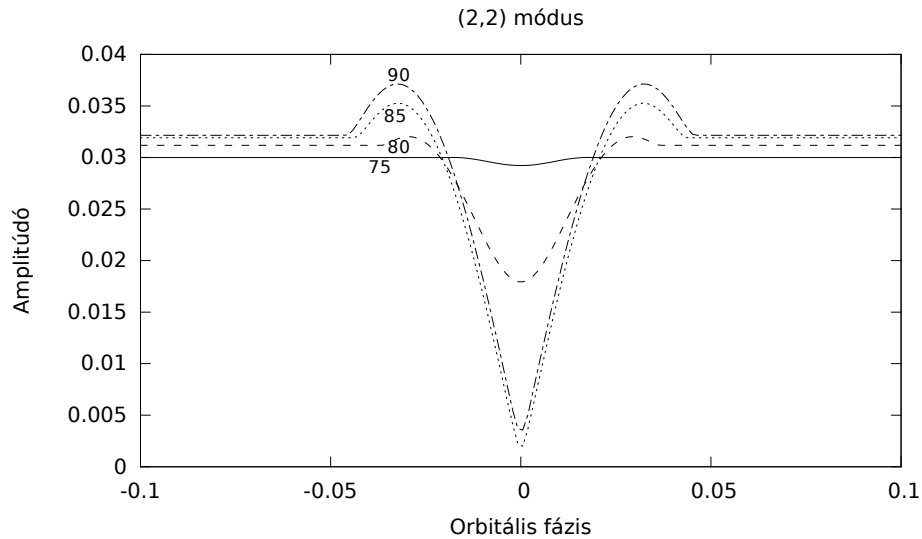
11. ábra. Példa a bemutatott numerikus hibára. (első főkonfiguráció, (2,1) módus)

4.1. Moduláció inklináció-függése

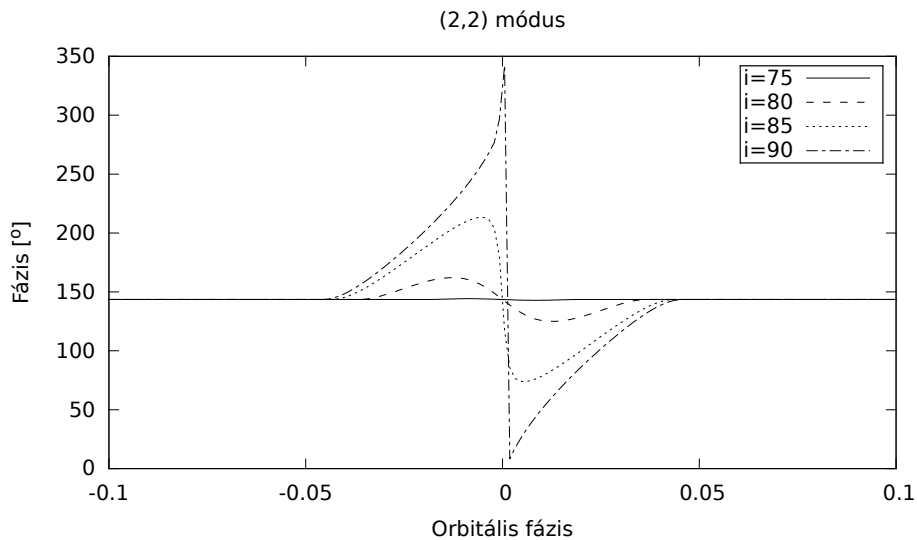
A modellezések után elsőként azt vizsgáltam meg, hogy az inklináció növekedése miként befolyásolja a pulzációs fénygörbe viselkedését. Az érdekes tendenciát az első főkonfiguráción keresztül ismertetem, de a másik két esetről is hasonló következtetéseket lehet levonni.

A legalacsonyabb inklinációnál a fedési maximum csupán 2,3%-os, az együttállás pillanatában 131 és 165 fokos szélességi körök közötti terület kerül fedésre. Így az alacsony pályahajlásnál a páros módusok közül az egyszerű pulzációs mintázatúaknál moduláció alig látható a fénygörbében, ahogy egyébként fázismoduláció sem. A bonyolultabbaknál, különösen (3,1) és (3,-1) páros esetén már erősebb az amplitúdó változása, de nem elegendő mértékben. A páros, azaz aszimmetrikus módusok modulációja erősebb a páratlan szimmetrikusok nagy átlagához képest. A relatív amplitúdóváltozásuk 15-20 % körül alakul. Ennek oka az, hogy az aszimmetria miatt az

egyenlítőre nézve pont ellenkező fázisban történik a nemradiális pulzáció, és így a déli félteke összintenzitásának rovására az északi félteke lesz dominánsabb, s ezt a csillag pályahajlása is elősegíti.



12. ábra. (2,2) módus amplitúdómodulációja különböző inklinációkban (első főkonfiguráció).



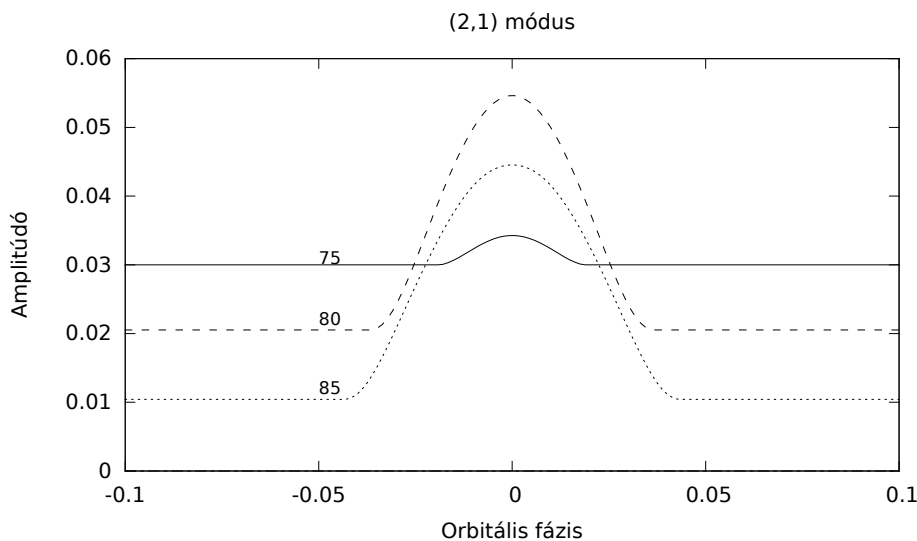
13. ábra. Fázismoduláció fejlődése a (2,2) módusnál (első főkonfiguráció).

Az inklináció növekedésével mind az amplitúdó-, mind a fázismoduláció erősödik, mely közül az első nagyban elősegítheti a változás detektálását. Bár ennek erősödése nem esik egy nagyságrendbe a fedés okozta fényességcsökkenéssel, a moduláció nyilvánvalóvá válik a sztatikus fényesség levonása után. Az első főkonfigurációhoz tartozó fedési geometriát (75° és 90° között) a 4. táblázat foglalja össze.

i [°]	p_1 [%]	$\theta_{min} - \theta_{max}$ [°]
75	2,3	131,4 - 165
80	25,8	94,2 - 170
85	58,4	64,5 - 175
90	90,6	17,9 - 162,1

4. táblázat. Az első főkonfiguráció geometriája szembenálláskor. Az első oszlopban találhatóak az inklináció értékek, a másodikban az elfedett területek százalékos arányai a csillagkorongoz képest, az utolsóban pedig az elfedett csillag azon szélességi körei, amelyek elfedésre kerültek.

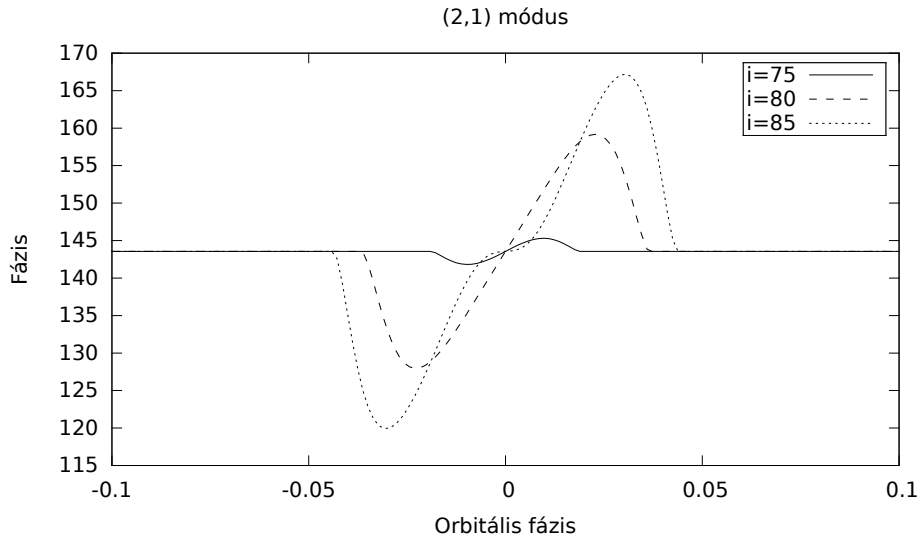
Általános tendenciaként az írható le, hogy 90 fok felé haladva a páros és páratlan módusok dominanciája megváltozik. A merőleges pályahajlás közelében már a szimmetrikusoké erős, míg az aszimmetrikusé gyengül. Ennek magyarázata az, hogy itt már szimmetria megtörése lesz egyre dominánsabb a fedés alatt, míg az aszimmetrikus esetben éppen kezd kompenzálódni a két félgömből érkező összintenzitásváltozás értéke.



14. ábra. (2,1) módus amplitúdómodulációja különböző inklinációkban (első főkonfiguráció).

A páros módusok fejlődésére a 12. és 13 ábrán mutatok egy példát, amelyen az amplitúdómodulációt tüntettem fel, kinagyítva a fedés idejére. A páratlan módusok evolúcióját a 14. és 15 ábrán szemléltetem. Ehhez a részhez ki szeretnék emelni egy-egy látványosabb példát, amelyeket a **Függelékben** csatoltam.

Az $(l,0)$ típusú módusok fázismodulációja nem változik, azonosan konstans marad. Ez annak köszönhető, hogy a csomóvonalak a szélességi körökkel párhuzamosak, a fedés iránya pedig ezekkel pont párhuzamos. Meg kell jegyezni, hogy ha elliptikus pályákkal



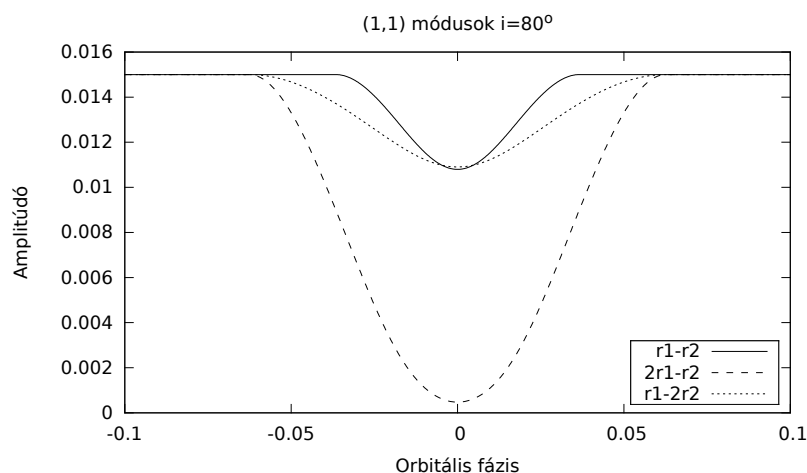
15. ábra. Fázismoduláció fejlődése a (2,1) módusnál (első főkonfiguráció).

lett volna lemodellezve, valamint a fedés nem az egymáshoz képesti legközelebbi vagy legtávolabbi pontokon történik, akkor a fedés vonala már nem lenne párhuzamos a szélességi körökkel, és látnánk egy gyenge fázismodulációt.

Amellett, hogy a párosok közül egyes módusok amplitúdó- és fázismodulációja igen egyedivé válik, előfordulhat, hogy olyan móduscsoportok alakulhatnak ki, amelyeknél a moduláció hasonló alakú. Ezeket **4.3. alfejezetben** fogom részletezni.

4.2. A moduláció csillagsugaraktól való függése

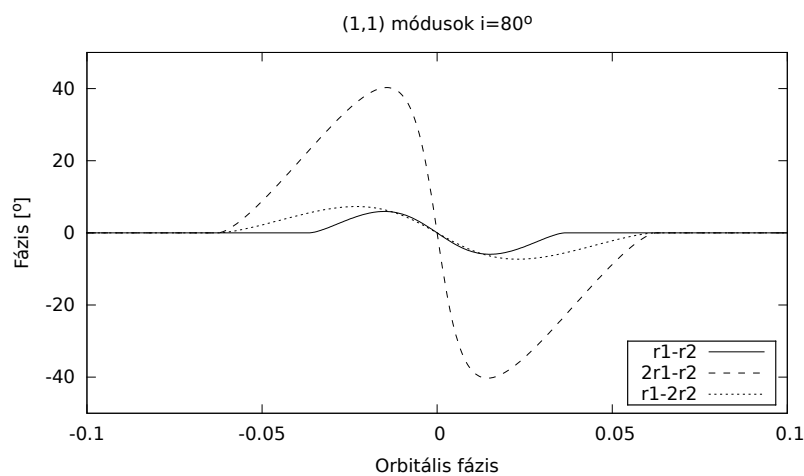
Mint említettem, a három főkonfigurációban hasonló tendenciákat tapasztaltam. A köztük lévő lényegi különbség a moduláció nagysága volt.



16. ábra. (1,1) módus amplitúdómodulációja a különböző főkonfigurációkban

A **Modellezett rendszerek** című alfejezetnél leírt inklinációkon kívül még az $i = 80$ fokot modelleztem le a főkonfigurációk összevetéséhez. Ezen kívül úgy készítettem el a szintetikus fénygörbét, hogy a fedésen kívüli amplitúdók egyaránt 0,015 legyenek. Azt lehetett megállapítani a fénygörbék összevetésénél, hogy minél nagyobb a fedő csillag sugarának aránya a pulzálóhoz képest, annál nagyobb lesz az amplitúdómoduláció. Ennek oka az lehet, hogy különböző nagyságú területeket fed el a társcsillag, s az általa okozott moduláció is ezzel függ össze. Ez a különbség a második és harmadik konfiguráció összevetésénél a legszemléletesebb.

A 16. és 17. ábrán szemléltetett (1,1) módusnál szépen látszik mind az amplitúdó-, mind a fázismoduláció sugártól való függése.

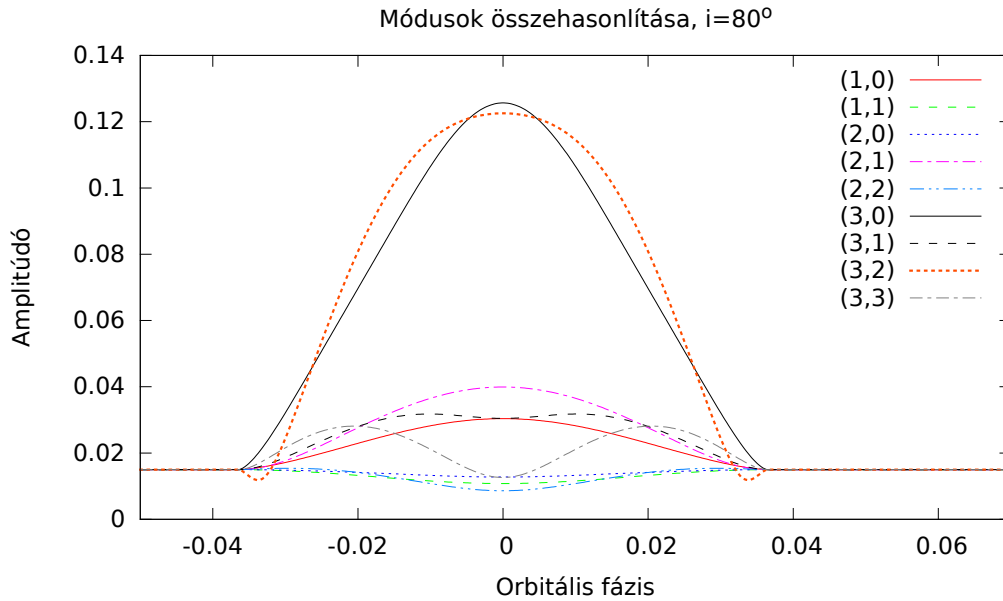


17. ábra. (1,1) módus fázismodulációja a különböző főkonfigurációkban.

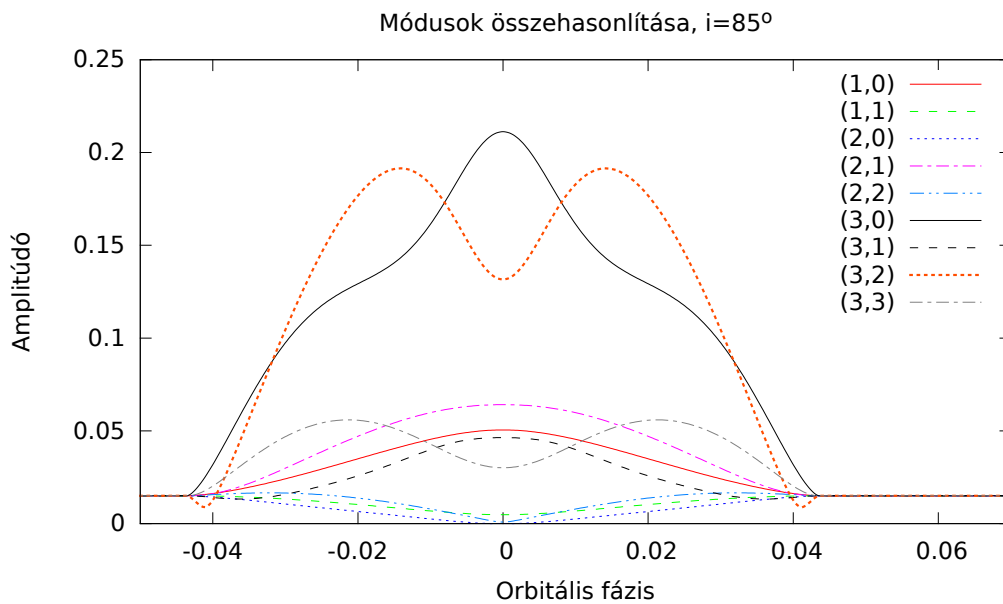
4.3. Modulációk megkülönböztetetheisége

A modulációk detektálhatóságának elemzése után azt vizsgáltam meg, hogy egy rögzített geometriai konfiguráció (csillagsugarak és inklinációk) mellett mennyire különböznek egymástól a különböző módusok okozta amplitúdó- és fázismodulációk. Ha ugyanis kevés különbség található, akkor az inverz feladatnál, a módusok meghatározásánál nem lesz egyértelmű, hogy a kérdéses moduláció milyen pulzációs mintázathoz tartozik. Ehhez $l = 3$ -mal bezárólag az összes módust is lemodelleztem. Mivel a negatív m azimutális rendre csak a fázismoduláció előjele változik meg a pozitív m -hez képest, ezért elegendő az $m > 0$ eseteket nézni modulációk megkülönböztetetheiségének vizsgálatánál. Az előző alfejezethez hasonlóan itt is 0,015-re modelleztem le a fedésen kívüli pulzáció amplitúdóját, hogy megkönnyítsem az összehasonlítást.

Az amplitúdómodulációkat első főkonfiguráció 80 fokos inklinációjára a 18. ábrán, 85 fokos inklinációjára a 19. ábrán foglaltam össze. A hozzájuk tartozó fázismodulációk rendre a 20. és 21. ábrán találhatóak.

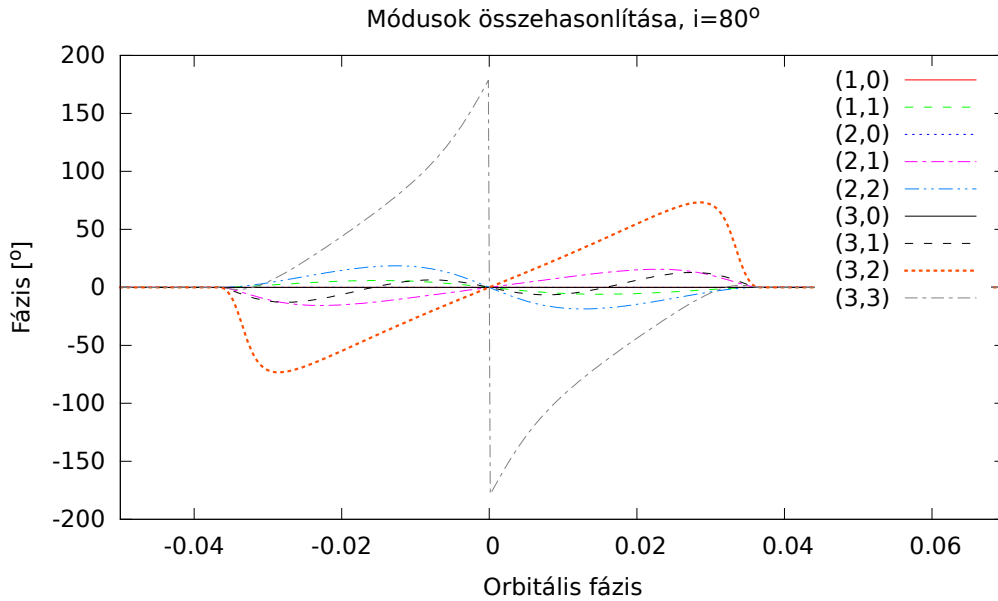


18. ábra. Összes módus amplitúdómodulációjának összehasonlítása $i=80$ fokra, első főkonfiguráció esetén.

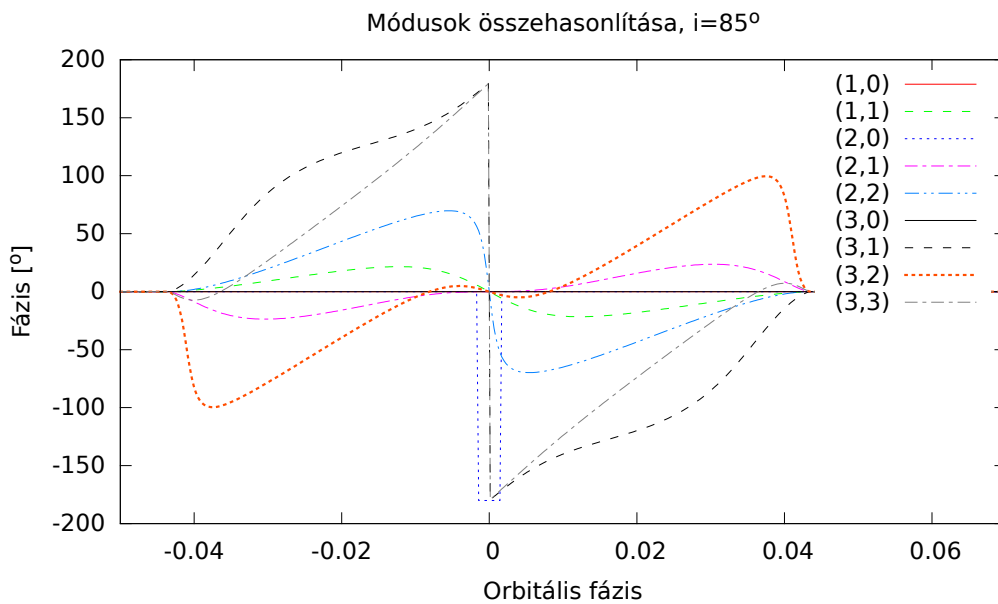


19. ábra. Összes módus amplitúdómodulációjának összehasonlítása $i=85$ fokra, első főkonfiguráció esetén.

Az összehasonlító ábrák alapján azt lehetett megállapítani, hogy módusazonosítás szempontjából sem a túl alacsony, sem a túl magas inklináció nem előnyös. Azonos csillagsugaraknál a 75 és 80 fokban fordulnak elő hasonló amplitúdómodulációk, 90 fokban pedig a páratlan módusok pulzációja tűnik el, így ebben az esetben meg ez okozhat problémát. A tengelyszimmetrikus módusok közül az (1,0) és (3,0) módusok



20. ábra. Összes módus fázismodulációjának összehasonlítása $i=80$ fokra, első főkonfiguráció esetén.



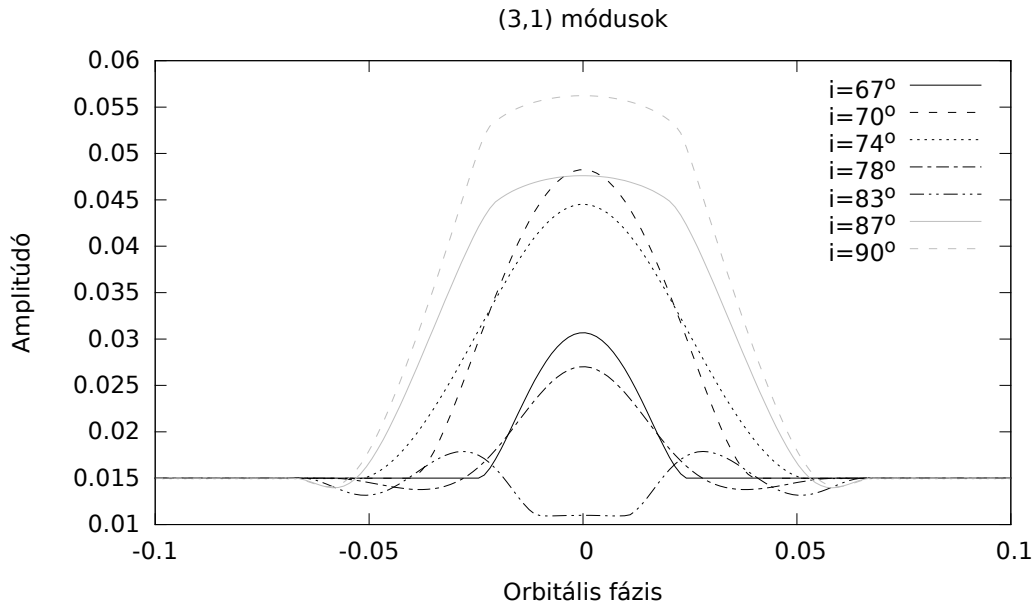
21. ábra. Összes módus fázismodulációjának összehasonlítása $i=85$ fokra, első főkonfiguráció esetén.

amplitúdómodulációja hasonló alakú. Körpályánál nem történik fázismoduláció, így ezeket a módusokat nem lehet megkülönböztetni. A (2,0) módus jól elkülönül tőlük, és 90 fokos inklinációnál egyedül ez a módus látható, tehát a tengelyszimmetrikus módusok közül egyedül ez azonosítható.

A (1,1), (2,2) és (3,3) szektorális módusok jól elkülöníthetőek, mert a amplitúdó-, és

fázismodulációjuk is különbözik. Az $l - |m| = \text{konstans}$ típusú (tesszerális) módusoknál vannak ugyan hasonló amplitúdómodulációk, de például az (1,0), (2,1), (3,2) módusok fázismodulációinak meghatározásával külön lehet választani ezeket. Bár a fázismodulációs ábrákon lehet látni, hogy profiljuk hasonló, azok amplitúdói már különböznek.

Kisebb fedő csillagsugár esetén a modulációk csökkenése tovább nehezíti a kitűzött feladatot. Tehát a módusok azonosítása annál sikeresebb lesz, minél nagyobb a fedő csillag a pulzálóéhoz képest.



22. ábra. (3,1) módus a második főkonfigurációban

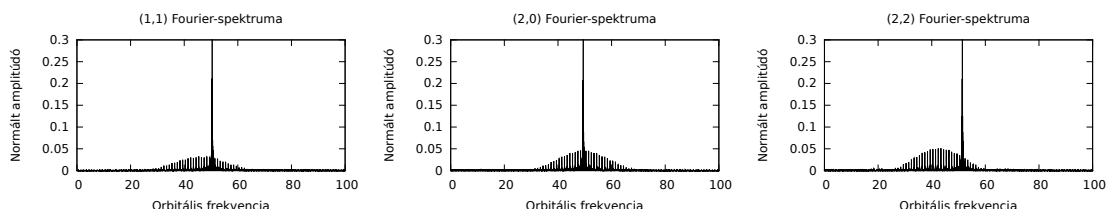
Az is megfigyelhető még a 19. ábrán, hogy minél nagyobb az m azimutális rend, annál összetettebb amplitúdómoduláció található a fénygörbén. Ez valószínűleg annak tudható be, hogy a hosszúsági körök mentén is vannak csomóvonalak, így lesznek olyan területek, aminek eltakarásával időlegesen az amplitúdó növekedni fog, majd a fedés további részeiben csökken, majd szimmetria okokból ismét növekszik. Látszólag ez $m \geq 2$ -nél jelentkezik, de például a második konfigurációban is megjelenik ez a jellegzetes moduláció. Ezt a 22. ábrán szeretném szemléltetni, ahol a (3,1) módusnál 83 fokos inklinációnál egy „plató” jelent meg.

A 21. ábrán felfedezhető egy érdekes fázismoduláció: a (3,1) és (3,3) módusoknál 360 fokos fázisugrás történik a fedések alatt.

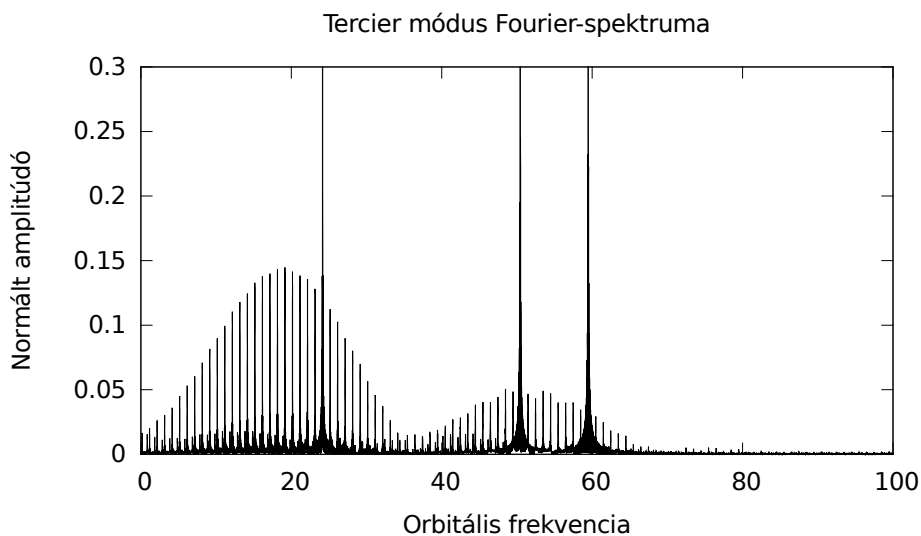
Az ebben az alfejezetben megállapított szabályszerűségek a másik két konfigurációra is igazak, csak az első főkonfiguráció segítségével mutattam be.

4.4. Tercier módusok

Ha a pulzáló komponensen már nem egy, hanem három módus található, akkor a pulzációt tartalmazó fénygörbe már bonyolult amplitúdómodulációjú lesz. A különböző pulzációs mintázathoz tartozó pulzáció és annak modulációja egyszerűen összeadódik, így például a Fourier-spektrumban jól elkülöníthetőek, ha tudjuk, milyen típusú módus-hoz milyen felharmonikusok tartoznak.



23. ábra. A tercierben lemodellezett módusok szimpla módusként kapott Fourier-spektruma



24. ábra. Tercier módus Fourier-spektruma 85 fokos inklinációnál

Minél összetettebb egy adott csillagnak a pulzációja, annál nehezebb lesz „szemre” megmondani, milyen felharmonikus melyik főfrekvenciához tartozik. Ehhez nyújthat segítséget a módusokhoz tartozó ablakfüggvény előzetes kiszámítása, pl. Period04 programmal, majd a pulzációs fénygörbe Fourier-spektrumával rá lehet illeszteni a főfrekvenciákra a megfelelő ablakfüggvényeket.

Összefoglalás

A szakdolgozatomban a pulzáló komponenset tartalmazó fedési kettőscsillagok jelentőségét és segítségükkel történő módusazonosítás elvi lehetőségét mutattam meg. Számos rendszer fénygörbéit modelleztem le és többféle szemszögből megvizsgáltam, mennyire különbözőek a fedéskori modulációk a fénygörbéken. A munka során a következőket állapítottam meg:

- Az inklináció növekedésével az amplitúdómoduláció nem számottevő a fedés miatt bekövetkező fényváltozáshoz képest, de a sztatikus fényesség levonása után nyilvánvalóvá válik a megléte.
- Kezdetben az aszimmetrikus módusok dominálnak, de a teljes fedés felé haladva fokozatosan erősödnek meg a szimmetrikus módusok, míg az előbbiek teljesen eltűnnek. Ez a fedésen kívül is igaz, valamint a növekvő szimmetriának köszönhetően a fedés is egyre kevésbé változtat rajta.
- Minél nagyobb a fedő komponens sugara, annál nagyobb a fedés alatt bekövetkező amplitúdó- és fázismoduláció.
- A módusazonosításnak sem a túl kicsi, sem a túl nagy pályahajlás nem kedvez.
- Ideális esetben is lehetnek gondok a tengelyszimmetrikus módusoknál, de a szektorális és tesszerális módusoknál a fázismoduláció sokat segít a módusok elkülönítésében.

Bár a dolgozat modelljei közel távolról sem fedik le az eddig ismert pulzáló komponensű kettősöknek a változatos körét, nem ez volt a szakdolgozati munkálataimnak a célja. Arra törekedtem, hogy néhány egyszerű modellen megvizsgáljam a modulációknak a jellegzetességeit, szabályszerűségeit.

A jövőben szeretnék ennek a feladatnak az inverzével foglalkozni, vagyis egy adott fénygörbéből a felszíni pulzációs mintázatok rekonstrukciós eljárását megismerni és gyakorlatban alkalmazni. Azok az elemzések, amelyeket a szakdolgozatban ismertettem, bármely konkrét rendszerre el kell végezni, még a rekonstrukciós kísérlet elvégzése előtt. Ennek segítségével ugyanis megállapítható az azonosítható módusok köre, és az összetéveszthető módusok csoportjai. A kellő rutin megszerzése után pedig szeretném egy tényleges rendszer fénygörbéjét megvizsgálni, amelyet a Kepler-úrtávcső mért ki 2009 és 2012 közötti időszakában.

Függelék

A) Forráskódok

Az alábbiakban szeretném csatolni szakdolgozatomhoz az általam írt szkripteket és programokat, a szakdolgozatban tett hivatkozási sorrendjében. A kényelmes olvasás érdekében mindegyik forráskódban az @Ä karaktersorozat dokumentumbeli sortörést jelent.

(1) Összetett EPS fájl készítő gnuplot szkript.

```
#!/usr/bin/gnuplot -persist
# Ujabb modositás történt, ezuttal nem lesznek fourier fájlok, hanem
# apv kiterjesztesu, amplitudo- es fazismodulaciót tartalmazó
# grafikonok is lesznek.
# v2.2 - A program már 2,2,1 elrendezésű grafikonegyüttest készít,
# Fourier spektrumot is fogja tartalmazni. Az lc fájlokat mostantól
# már úgy várja, hogy feltételezi a több grid használatát, vagyis
# gridenként külön-különpulzációs mintázatot (módust) tesz fel.
# A modellezőnek nagyon kell figyelni, melyik oszlophoz társítja
# az lm-id értékeket...

phase(x) = x-int(x+0.3)  # -0,3 és 0,7 közé lesz normálva a függvény @Ä
és így definiáljuk az orbitális fázist.

#Konvertálás lc és apvar oszlopai között
apm(x) = (x-4)*2        # PRI esetén 4-et, SEC esetén 5-öt kell levonni
phm(x) = (x-4)*2+1

print "argc=$# lc-file=$0 apv-file=$1 output=$2 norma-factor=$3 @Ä
align-1=$4 align-2=$5 lm-id=$6 fourier-file=$7 amp-fac=$8"

# INICIALIZALAS
set encoding iso_8859_2
set term postscript colour enhanced size 22.,37. font "Helvetica,28"
set out '$2'

set multiplot

# Bal felső ábra
set origin 0.0,0.75
set size 0.5,0.25
```

```

set title "Orbitális fázisba szedett fedési fénygörbe"
set xlabel "Orbitális fázis"
set ylabel "Normált fluxus"
plot [-0.3:0.7] [] '$0' every :::::2 using
(phase($$1)):((($$2-$$5-$$6-$$7-$$8-$$9-$$10+column($6))/$3-$4* @Ä
column(-1)) notitle with l

#Bal második ábra
set origin 0.0,0.5
set size 0.5,0.25
set title "Amplitúdómoduláció"
set ylabel "Amplitúdó"
plot [-0.06:0.06] [] '$1' every :::::0 using (phase($$1)): @Ä
(column(apm($6))-0.005*column(-1)) notitle w lp

#Jobb felső ábra
set origin 0.5,0.75
set size 0.5,0.25
set title "Levont fedési fénygörbe"
set ylabel "Fluxus"
plot [-0.3:0.7] [] '$0' every :::::2 using (phase($$1)): @Ä
(column($6)-$5*column(-1)) notitle with l

#Jobb második ábra
set origin 0.5,0.5
set size 0.5,0.25
set title "Fázismoduláció"
set xlabel "Orbitális fázis"
#set grid xtics lc rgb "#bbbbbb" lw 1 lt 0
set ylabel "Fázis"
plot [-0.06:0.06][120.0:175.0] '$1' every :::::0 using
(phase($$1):(column(phm($6))>0?column(phm($6)):column(phm($6))) @Ä
+180) with lp notitle

#Alsó, Fouriernek szánt hely. Spec. esetnél készíteni kell egy @Ä
0,0 alibi fájl.
set origin 0,0
set size 1.0,0.5
set title "Fourier spektrum"

```

```

set xlabel "Orbitális frekvencia"
set ylabel "Relativ amplitúdó"
if ($8!=0) plot [0:100][0:0.2] '$7' using 1:($$2/$8) with l @Ä
notitle; else plot [0:100][0:0.2] '$7' using 1:($$2) with l @Ä
notitle # módosítandó, ha újragyártjuk a FS-t. + ter2 fájlok esetén

unset multiplot
reset

```

(2) Vezérlőszkript az ábrakészítéshez, néhány példasorral

```

#!/usr/bin/gnuplot -persist

call "02c-mp-mod-to-eps.gnu" "m-r1-r2-i75-00-7es.lc" @Ä
"m-r1-r2-i75-00-7es.apvar" "m-r1-r2-i75-00-l1m1.eps" @Ä
64.3 0.1 0.2 5 "m-r1-r2-i75-00-l1m1.fou" 0.029973
call "02c-mp-mod-to-eps.gnu" "m-r1-r2-i80-00-7es.lc" @Ä
"m-r1-r2-i80-00-7es.apvar" "m-r1-r2-i80-00-l1m1.eps" @Ä
64.3 0.1 0.2 5 "m-r1-r2-i80-00-l1m1.fou" 0.029677
call "02c-mp-mod-to-eps.gnu" "m-r1-r2-i85-00-7es.lc" @Ä
"m-r1-r2-i85-00-7es.apvar" "m-r1-r2-i85-00-l1m1.eps" @Ä
64.3 0.1 0.2 5 "m-r1-r2-i85-00-l1m1.fou" 0.029146
call "02c-mp-mod-to-eps.gnu" "m-r1-r2-i90-00-7es.lc" @Ä
"m-r1-r2-i90-00-7es.apvar" "m-r1-r2-i90-00-l1m1.eps" @Ä
64.3 0.1 0.2 5 "m-r1-r2-i90-00-l1m1.fou" 0.028827
call "02c-mp-mod-to-eps.gnu" "m-r1-r2-i75-00-7es.lc" @Ä
"m-r1-r2-i75-00-7es.apvar" "m-r1-r2-i75-00-l2m0.eps" @Ä
64.3 0.1 0.2 6 "m-r1-r2-i75-00-l2m0.fou" 0.030047

```

(3) C program, amely a vezérlőszkriptet írja meg a bemeneti fájlok alapján

```

#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
/*Emlékeztetőül: a program a gs-02-writer-fou.c átírt és tovább fejlesztett
változata, amelyben már külön függvények is találhatóak. Alapvetően nem
változott a bemeneti fájlok listája, az lm.txt továbbra is az elvárt
móduszszaómot kell tartalmaznia l$dm$d formában pl. l1m1, l2m2, amit sztring-
ként kezel a program.
Módosítás, v2.5: összetett adatfájl lesz, az lm fájl mellé index fájl is

```

meg kell adni, amelyben az adott lm-hez tartozó index-sorszám található.
- Módosítás, v2.7: egy bash szkript által talált amplitúdó--normálási faktort is beolvas a program, de ehhez külön kell figyelni a módusok elnevezésére (szkript for ciklusban végigfutott az aktuális fou fájlakon) */

```
int main (int argc, char* argv[]){
int i, j, n, m, o, p; // i, j futóindexek lesznek, n, m és o pedig rendre
    // lm, inklináció és gnuplotbeli eltolás mértékeinek
    // száma.

char basename[]= "m-r1-r2"; // alapnév, hogy csak egy helyen kelljen
    // változtatni a főkonzfigurációt...

FILE *f1, *f2;
f1 = fopen ("lm.txt","r");
f2 = fopen ("index.txt","r");
printf("test\n");
fscanf(f1,"%d", &n); printf("%d lm érték\n", n);
fscanf(f2,"%d", &o); printf("%d index érték\n", o);

if ( o != n ) {
printf("Index nem egyezik meg, a program kilép...\n\n");
return 0;
}

char lm[n][7];
int index[o];
for (i=0; i<n; i++){
fscanf(f1,"%s", lm[i]);
fscanf(f2,"%d", &index[i]);
}

fclose(f1); fclose(f2);

FILE *f3;
f3 = fopen ("incl.txt","r");
fscanf(f3,"%d", &m); printf("%d inklináció érték \n", m);

int incl[m];
```

```

for (j=0; j<m; j++){
fscanf(f3,"%d", &incl[j]);
}

fclose(f3);

FILE *f4;
f4 = fopen ("fourier.txt","r");

p=m*n;
float aNorma[p];
for (i=0; i<n; i++){
for (j=0;j<m;j++){
fscanf(f4,"%f",&aNorma[i*m+j]);
printf("-check: aNorma[%d]=%f\n", i*m+j,aNorma[i*m+j]);
}
}

fclose(f4);

FILE *output;
output = fopen("03c-epsfactory.gnu","w");

fprintf(output, "#!/usr/bin/gnuplot -persist\n\n");

for (i=0;i<n;i++){
for (j=0;j<m;j++) {
fprintf(output,"call \"02c-mp-mod-to-eps.gnu\" \"%s-i%d-00-7es.lc\"
\"%s-i%d-00-7es.apvar\" \"%s-i%d-00-%s.eps\" 64.3 0.1 0.2 %d @Ä
\"%s-i%d-00-%s.fou\" %f\n", basename, incl[j], basename, incl[j], @Ä
basename, incl[j], lm[i], index[i], basename, incl[j], lm[i], @Ä
aNorma[i+n*j]);
}}
printf("Kiírás kész, a gnuplot vezérszkript elkészült.\n\n");
fclose(output);
return 0;
}

```

(4) Fedés geometriáját vizsgáló C program

```

#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<stdlib.h>
/* Az eclAr-calc.c optimalizált és továbbfejlesztett változata. Egy-
részt az elfedett területek százalékos arányát határozza meg (v1.0),
ezen túl kiszámolja a fedés gömbi geometriáját, nevezetesen a fedő
csillag fedett csillagra eső szélességi jellegű koordinátáját (v2.0).
A program második verziója sokat merít Biro Barna preclimits nevű
c++ nyelven írt programjából. */

int check ( double r1, double r2, double i) {
double r1s = pow( r1, 2. );
double r2s = pow( r2, 2. );
double ci = cos(i);
if ( ci > r1 + r2 ) {
printf("Nincs fedés, a program ki fog lépni...\n");
return 0;
}
else if ( ci < r1 + r2 && ci > sqrt( r1s + r2s ) ){
printf("Ún. lapos fedés esete... \n");
return 1;
}
else if ( ci < sqrt ( r1s + r2s ) && ci > fabs(r1-r2) ) {
printf("Mély fedés... \n");
return 2;
}
else {
printf("Teljes vagy gyűrűs fedés... \n");
return 3;
}}

int main (int argc, char *argv[] ){
printf("*****\n");
printf("A program által várt paraméterek: r1, r2, i, [v?]\n");

double r1, r2, i, d, theta1, theta2, A1, A2, b, c;
int verb = 0, a;

if ( argc < 4 ) {

```



```

printf("HIBA: 3 kötelező argumentumot vár a program. Aktuális: %d db: @Ä
", argc-1);
switch (argc) {
case 2:
printf("r1=%s.\n", argv[1]);
break;
case 3: printf("r1=%s, r2=%s.", argv[1], argv[2]);
break;
default: printf( "nincs megadva.\n" );break;
}
exit (-1);
}
else if (argc == 4) {
printf("Beütött paraméterek: r1=%s, r2=%s, i=%s. \n\t-->Beszédes @Ä
mód: NEM. \n",
argv[1], argv[2], argv[3]);
r1 = atof(argv[1]);
r2 = atof(argv[2]);
i = atof(argv[3]);
}

else if (argc == 5) {
printf("Beütött paraméterek: r1=%s, r2=%s, i=%s. \n\t-->Beszédes @Ä
mód: ", argv[1], argv[2], argv[3]);
verb = atof(argv[4]);
if ( verb == 0 ) printf("NEM. \n");
else printf( "IGEN. \n");
r1 = atof(argv[1]);
r2 = atof(argv[2]);
i = atof(argv[3]);

printf("Ellenőrzés: %lf, %lf, %lf.\n\n", r1, r2, i);
}

else {
printf("ERROR: Túl sok paraméter, nem egyérelmű."); exit (-1);
}

double irad = i / 180. * M_PI;
double r1s = r1*r1;

```

```

double r2s = r2*r2;

if (verb){
printf("Függvényhívás: check(%lf,%lf,%lf)\n", r1, r2, i );
}

a = check (r1,r2,irad);

if (verb) {
printf("\tcheck() --> a = %d\n\n", a);
}
if (verb == 0) printf("\n");
if ( a == 0 ) return 0;
if (a != 0 && a != 3){

d = cos (irad);
if (verb) printf("d = %lf\n\n", d);

theta1 = acos ( (r1s + d*d - r2s)/(2.*r1*d) );
theta2 = acos ( (r2s + d*d - r1s)/(2.*r2*d) );

theta1 = 2. * theta1;
theta2 = 2. * theta2;

A1 = 0.5 * r1s * ( theta1 - sin(theta1) );
A2 = 0.5 * r2s * ( theta2 - sin(theta2) );
if ( verb ) printf("A1=%lf A2=%lf\n", A1, A2);
}

if (a == 1 || a == 2){
double p1 = ( A1/M_PI + A2/M_PI ) / r1s; // elsődleges fedés
double p2 = ( A1/M_PI + A2/M_PI ) / r2s; // másodlagos fedés

printf("Elsődleges fedés maximális fázisa %.3lf százalék.\n", p1*100);
printf("Másodlagos fedés maximális fázisa %.3lf százalék.\n", p2*100);
}
else {
double p1 = r2s/r1s, p2 = 1.;

```

```

printf("Elsődleges fedés maximális fázisa %.3lf százalék.\n", p1*100);
printf("Másodlagos fedés definíció szerint 100 százalék.\n");
}

printf("GEOMETRIA.....\n\n");
double tN, tS;

if ( r2 - r1 > d ) tN = 0;
else tN = fmax(0, irad - asin((r2-d)/r1));

if ( tN == 0 ) printf("Északi pólus teljesen fedés alatt\n");
else printf("Északi félgömb theta < %f fok nem fedett\n", tN*180./M_PI);

if ( r2 - r1 > -d ) {
tS = M_PI;
printf("Déli pólus teljes fedés alatt\n");
}
else {
tS = irad + asin((r2+d)/r1);
printf("Déli félgömb theta > %f fok nem fedett\n", tS*180./M_PI);
}

//DÉLI LÁTHATÓSÁG

double tV = irad + 0.5*M_PI;
printf("Pulzáló komponens látszólagos legdélibb szélességi foka: %f fok\n", tV*180./M_PI);

double tmin = fmax (0,tN);
double tmax = fmin (M_PI,tS);

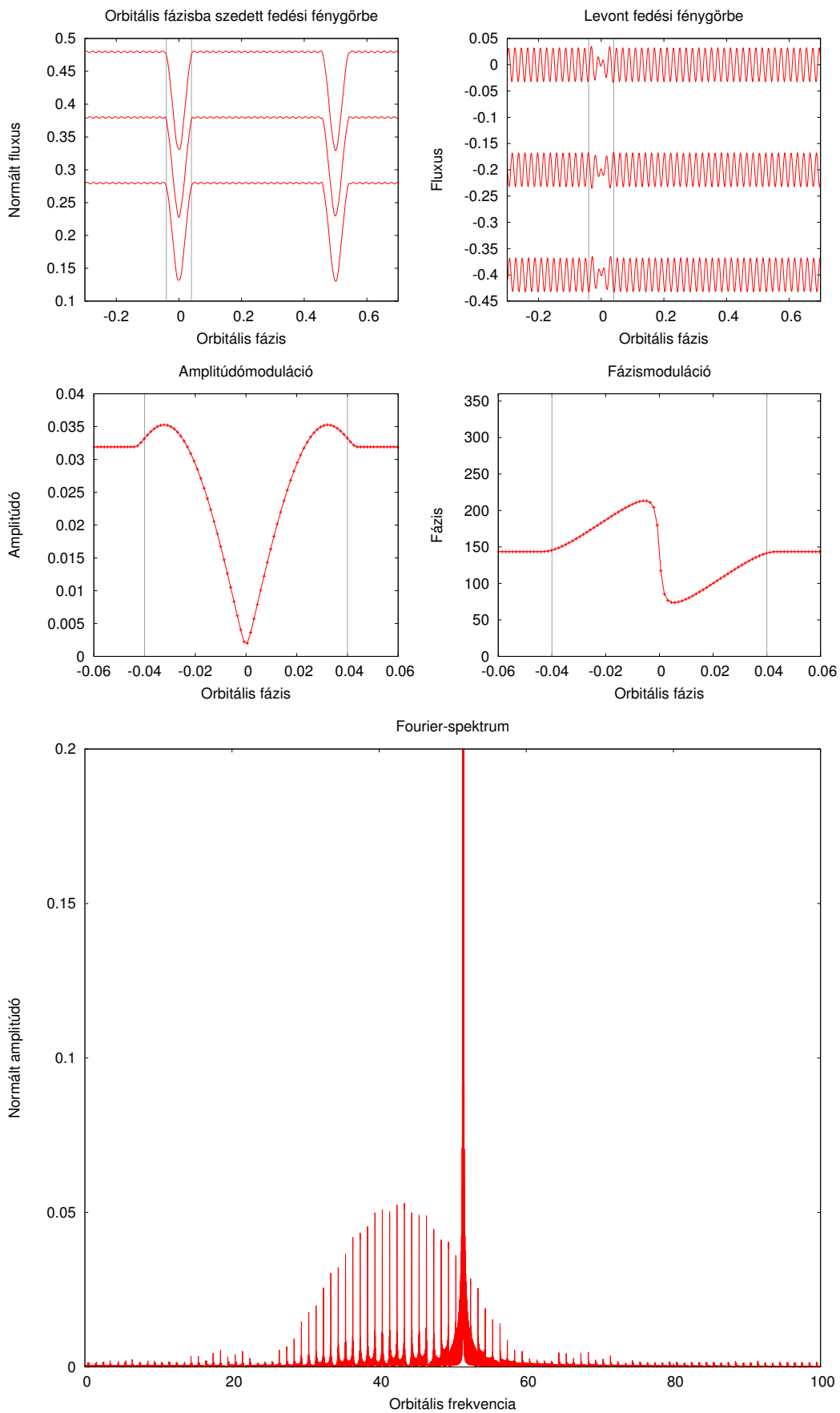
printf("--> ténylegesen fedett régió:\n");
printf("\t(%f, %f)\n", tmin*180./M_PI, tmax*180./M_PI);
return 0;

}

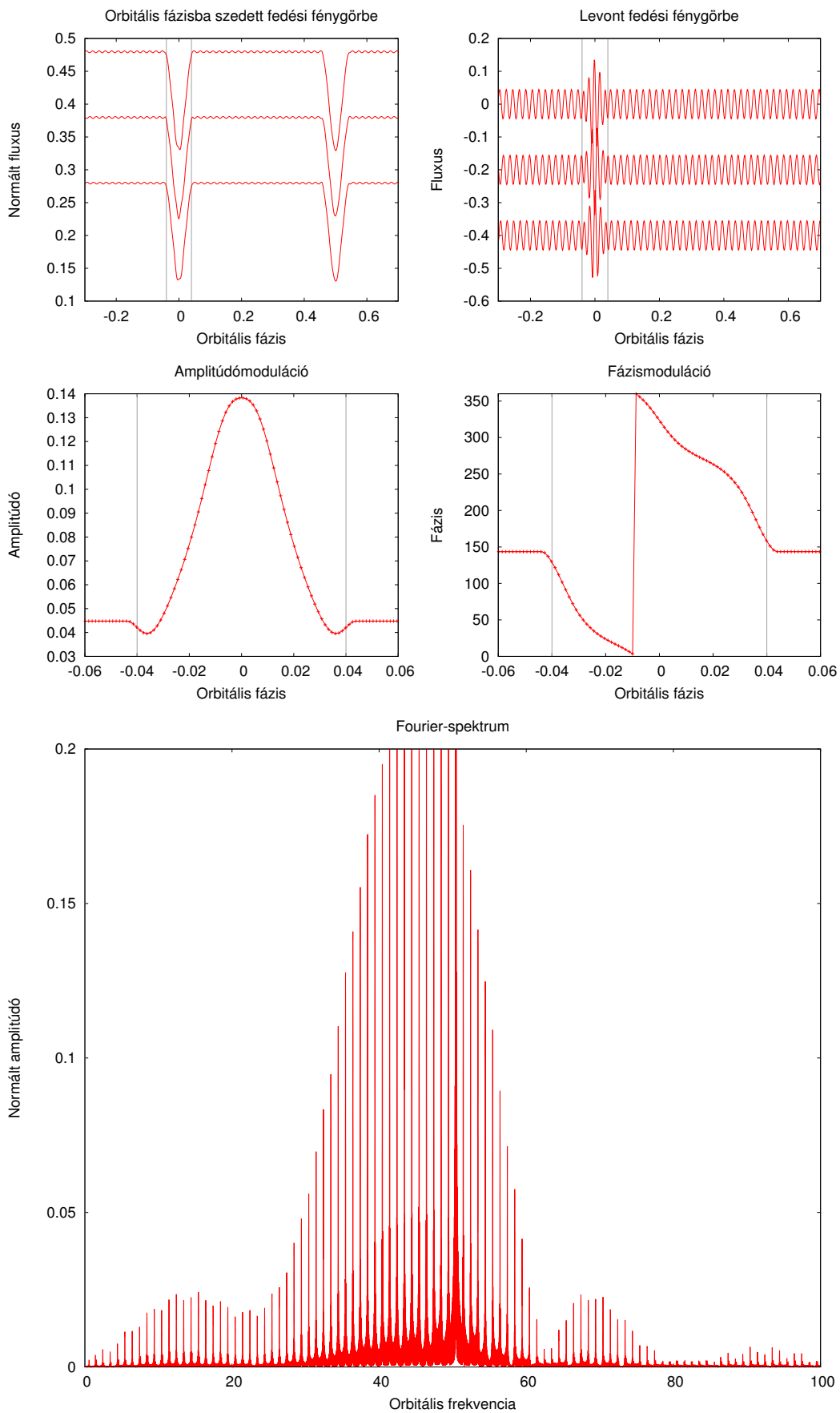
```

B) Néhány mellékelt ábra

Néhány szemléltető grafikon az **Eredmények** részben ismertetett inklinációfüggésre.



25. ábra. (2,2) módus szemléltetése a 85 fokos azonos sugarú rendszerben



26. ábra. (3,1) módus szemléltetése a 85 fokos azonos sugarú rendszerben

Hivatkozások

- [1] *astro.u-szeged.hu*, Csillagászat BSc digitális tananyag
- [2] *astro.u-szeged.hu*, Asztrofizika MSc digitális tananyag
- [3] Bradley W. Carrol, Dale A. Ostlie: *An introduction to the modern Astrophysics*, Pearson Addison Weayley, Second Edition (2007)
- [4] C. Aerts, J. Christensen-Dalsgaard, D.W. Kurtz: *Asteroseismology*, Springer (2010)
- [5] Keith Horne: *Image of accretion disks I. - The eclipse mapping method*, MNRAS 213, 129-141 (1984)
- [6] <http://www.physics.sfasu.edu/astro/ebstar/ebstar.html>, Eclipsing binary stars - simple model for computing light curves
- [7] Gaspard Duchene, Adam Kraus: *Stellar Multiplicity*, ARAA 2013 51 [arXiv:1303.3028v1]
- [8] Gerald Handler: *Asteroseismology*, [arXiv:1205.6407v1]
- [9] *Lenz P., Breger M.* 2005, CoAst, 146, 53

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Bíró Imre Barnának, hogy rendelkezésemre bocsátotta programját, valamint nagy segítőkészségét és türelmét, amit a szakdolgozati munkálatok, valamint a szakdolgozat megírásakor kaptam. Szeretném megköszönni tanszéki konzulenseimnek, Dr. Vinkó Józsefnek és Dr. Szalai Tamásnak a félév során felmerült technikai jellegű segítségért.

Szeretném megköszönni családomnak és barátaimnak, hogy végig támogattak tanulmányaim és szakdolgozat írása folyamán.

Nyilatkozat

Alulírott, **Bókon András**, fizika BSc-s hallgató, kijelentem, hogy a szakdolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy szakdolgozatomat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Szeged 2015. május 15.

Bókon András