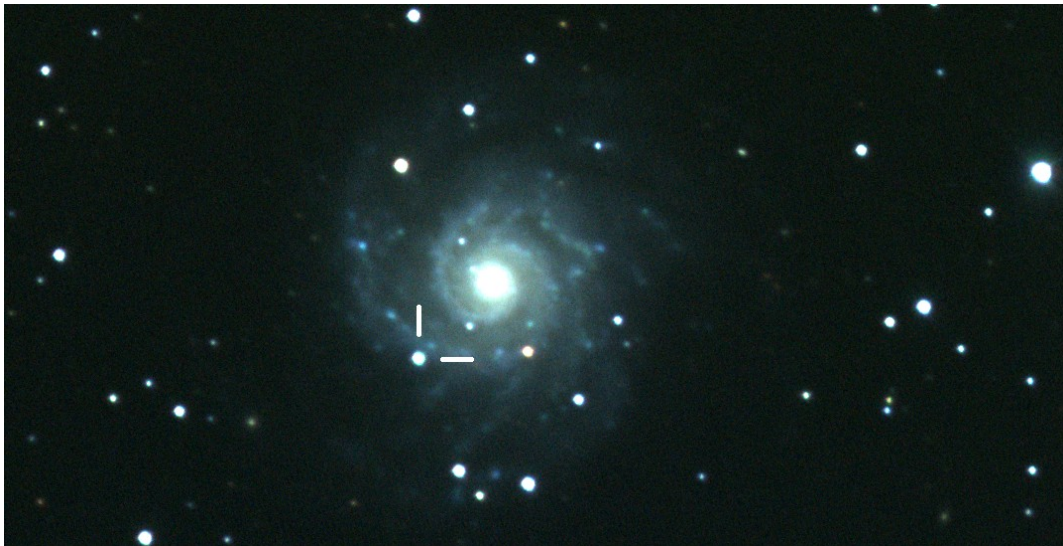


Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar
Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

DIPLOMAMUNKA

Szupernóvák fényváltásának mérése és elemzése



Készítette: Jäger Zoltán Csillagász MSc szakos hallgató

Témavezető: Dr. Vinkó József egyetemi docens, SZTE Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

Konzulens: Dr. Szalai Tamás tudományos munkatárs, SZTE Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

Szeged, 2016

A szupernóva-robbanások extrém nagy energiájú asztrofizikai folyamatok, melyek különböző típusú csillagok élete végén játszódnak le. Ezeknek a kozmikus csillagrobbanásoknak a tanulmányozása több szempontból is rendkívül fontos. A szupernóvák kulcsszerepet töltenek be a kozmikus nukleoszintézisben, emellett a csillagászati távolságmérés fontos alapköveiként is szolgálnak. A robbanás során létrejövő, táguló gázfelhőben egzotikus fizikai folyamatok is megfigyelhetők. Jelenlegi tudásunk szerint a szupernóváknak két fő típusa létezik. Az ún. Ia típusú szupernóvák kettős rendszerekben lévő fehér törpecsillagok termonukleáris robbanásai, míg az ún. kollapszár szupernóva-robbanásokat nagy tömegű (8 naptömegnél nagyobb kezdeti tömegű) csillagok magjának gravitációs összeomlása okozza. Utóbbi típusú robbanások lefolyását nagyrészt a szülőcsillag (progenitor) robbanás előtti állapota (kezdeti tömeg, tömegvesztési folyamatok, kémiai összetétel, esetleges társcsillag jelenléte) határozza meg. Ez különböző fényességváltozási és színképi jellemzőkhöz vezet, ez képezi a különböző altípusokba történő besorolás alapját.

Dolgozatomban három kollapszár szupernóva fényességváltozásának összehasonlító elemzését mutatom be. Az SN 2013ej a leggyakoribb, ún. II-P osztályba tartozik, míg az SN 2014G a ritkább II-L típus egyik képviselője. a PSNJ17292918+7542390 szintén II-P típusúnak bizonyult.

Vizsgálataimat a SZTE Bajai Obszervatóriumában lévő Bajai Asztrofizikai Robottávcső, és a Ritchey–Chrétien távcső, valamint a MTA CSFK Csillagászati Intézet Piskéztetői Obszervatóriumában 60/90/180-as Schmidt-távcső méréseinek önálló feldolgozásával és elemzésével végeztem az IRAF programcsomag, valamint saját C programok és egyéb szkriptek segítségével. A szükséges képkorrekciók elvégzése után meghatároztam a szupernóvák fényességértékeit az egyes felvételeken, és ezeket egy standard rendszerbe számoltam át. Felhasználtam ezenkívül még más kész mérési eredményeket is, például a Swift űrtávcső ultraibolya tartománybeli adatait is. Ezután a fényességek időbeli lefutását (fénygörbék) saját magam és mások által írt numerikus programok segítségével modelleztem, és meghatároztam a szupernóva-robbanás legfontosabb fizikai paramétereit (progenitor sugara, ledobódott anyag tömege, robbanás során keletkező radioaktív nikkelizotópok össztömege, stb.).

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés.....	4
1.1 A szupernóvák osztályozása.....	4
1.2 A fényességváltozás oka.....	7
1.3 A vizsgált szupernóvák.....	10
2. A használt műszerek és kezelései.....	13
3. Az adatok feldolgozása és kiértékelése.....	18
3.1 Képkorrektációs lépések.....	18
3.2 Fotometria.....	21
4. A fénygörbék elemzése.....	24
4.1 A fénygörbék kalibrációja.....	24
4.2 A bolometrikus fénygörbék előállítása.....	34
4.3 Fénygörbe-modellezés.....	42
4.4 A saját és az irodalmi eredmények összehasonlítása.....	52
5. Konklúziók.....	53
5.1 Fénygörbe-modellezések értelmezése.....	53
5.2 Jólátok a fénygörbe késői szakaszára.....	54
Összefoglalás.....	56
Irodalomjegyzék.....	57
Köszönetnyilvánítás.....	57
Függelék.....	60

1. Bevezetés

1.1 A szupernóvák osztályozása

A szupernóvák extrém nagy energiájú jelenségek, amelyek során a csillagok életük végén egy gigantikus robbanásban megsemmisülnek. A robbanás fénye vetekszik a galaxisok összfényességével. A vasnál nehezebb elemek fő forrásai a szupernóva-robbanások. A különböző csillagok más és más típusú robbanást eredményeznek, ezért a szupernóvákat szokás osztályokba sorolni. A szupernóvák két fő osztályát eredetileg a színeképek alapján határozták meg. A főosztályokat később további alcsoportokra bontották (1. ábra).

I osztály: A korai spektrumban nem találhatóak meg a hidrogén színeképvonalai.

- Ia típus: A színekép tartalmazza a szilícium vonalait. Ez a típus a fizikáját illetően teljesen eltér a többitől.

- Ib típus: A színeképben alacsony a szilícium-, viszont magas a héliumtartalom.

- Ic típus: A színeképben alacsony mind a szilícium-, mind a héliumtartalom.

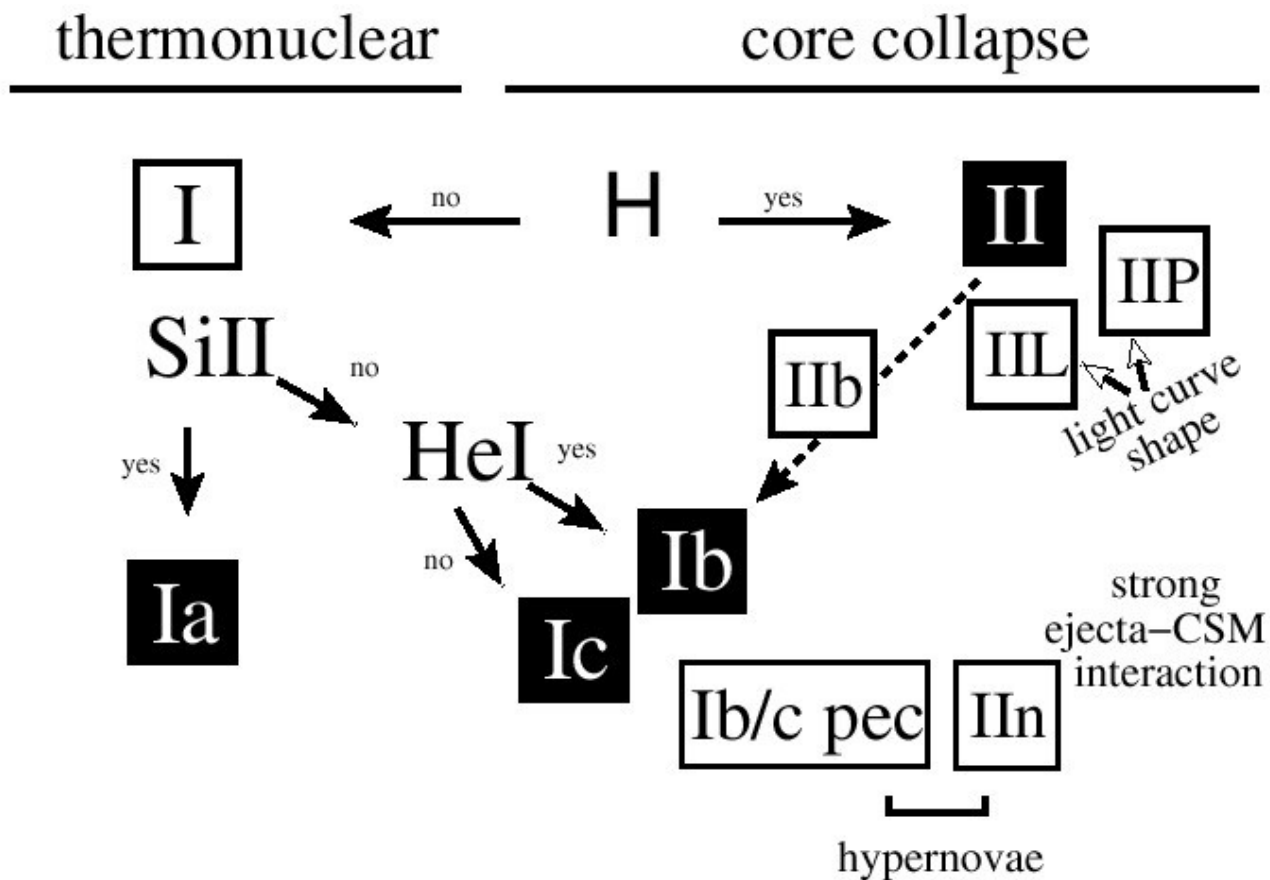
II osztály: A korai spektrumban kimutathatóak a hidrogén színeképvonalai.

- IIb típus: Erősek a héliumvonalak.

- IIc típus: Erős hidrogén emissziós vonalak.

- II-L: Dominánsak a hidrogénvonalak. A maximum utána a fényességcsökkenés lineáris.

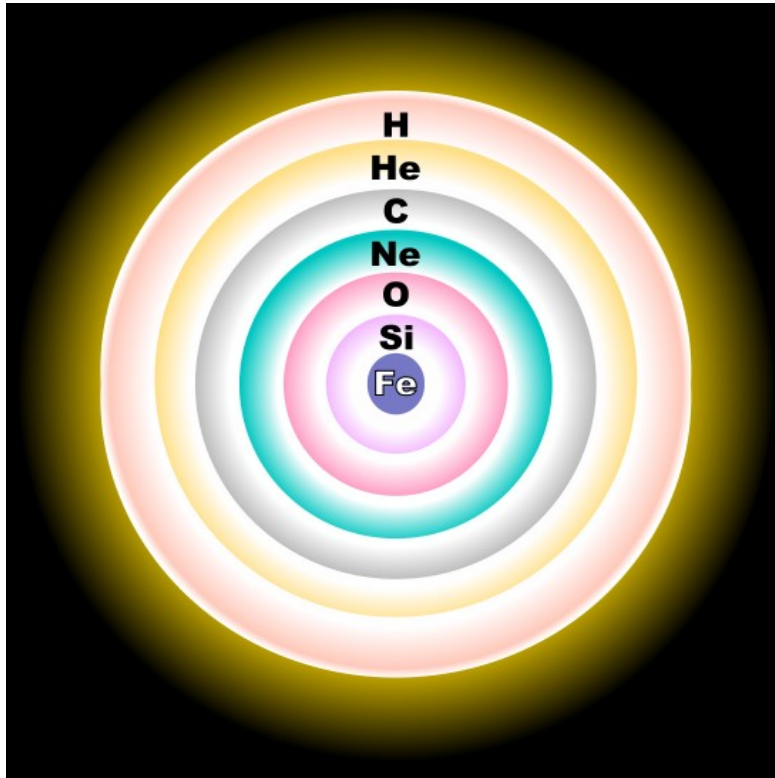
- II-P: Dominánsak a hidrogénvonalak. A maximum után a fényesség egy ideig állandó, és csak ez után kezd el csökkenni. Ezt platós fénygörbének hívjuk.



1. ábra: A szupernóva-robbanások osztályozása [1].

Jelenlegi fizikai összképünk alapján a szupernóváknak két fő típusa létezik. A II, Ib és Ic típusokat összefoglaló néven kollapszár szupernóváknak hívjuk, mert egy nagy tömegű csillag magjának összeomlása során keletkeznek. A csillag magjában kezdetben a belső gáz- és sugárnyomás (amelyet a hidrogén fúziója biztosít) egyensúlyt tart a gravitációval. A hidrogén fogyasztásával a nyomás csökken, és a csillag magja összehúzódik, megnövelve ezzel a hőmérsékletet, ami újabb anyagok fúzióját indítja be. Ezzel a csillag ismét egyensúlyban lesz addig, míg el nem fogy az új anyag is. A fúzió során létrejön szén, oxigén, szilícium és sok vasnál könnyebb anyag (2. ábrán látható módon), de a fúziós folyamatok csak a vas atommagok kialakulásáig juthatnak el a magban, mert a vas fúziójához több energia kell, mint ami felszabadul. A hatalmas nyomás és hőmérséklet hatására lehetővé válik az inverz béta-bomlás, amikor a protonokból és elektronokból neutronok és neutrínók keletkeznek. Ez csökkenti az elektronok számát, és mivel a nyomás nagy részét az elfajult elektrongáz biztosítja, a nyomás lecsökken, és a mag összeroskad. Az összehúzódás során a mag tovább neutronizálódik, amiből végül egy neutrongömb (neutroncsillag) lesz. A külső, bezuhanó rétegek visszapattannak a belső magról,

lökéshullámot hozva létre, ami ledobja a csillag külső rétegeit. Ez beindítja a vasnál nehezebb elemek fúzióját. Tömegtől függően a magból neutroncsillag vagy fekete lyuk lesz, míg a kilökődött héj nagy sebességgel, kb. 10 000 km/s sebességgel távolul tovább (3. ábra).



2. ábra: A nagy tömegű csillagok fejlődésének végén, közvetlenül a kollapszár szupernóva-robbanás előtt kialakuló, jellegzetes hagymahéj-szerkezet. A kép forrása: az en.wikipedia.com

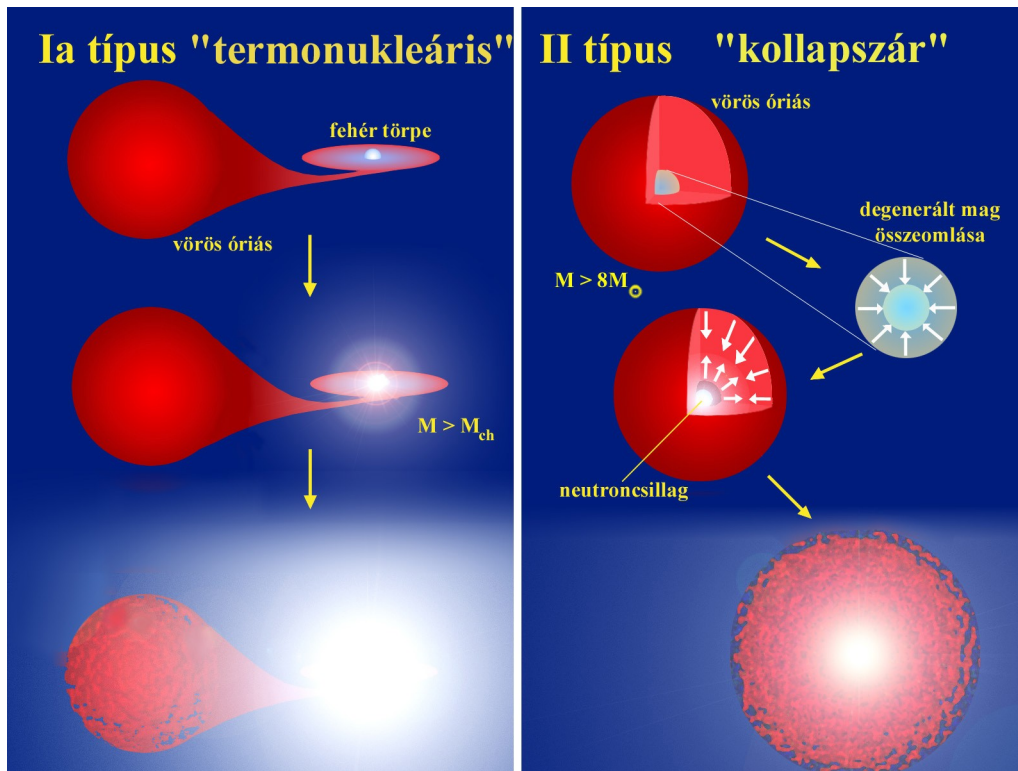
A robbanás lefolyása nagyrészt a korai tömegvesztési folyamatoktól függ. A korábbi ledobódások során a csillag jelentős mértékben elveszítheti a külső hidrogén burkát, amelynek ionizációja befolyásolja a kilökődött héj átlátszóságát és így a kisugárzott energiáját.

Az Ib és Ic típus az ismert legnagyobb tömegű csillagok feltételezett végállapotai. Ezeknél a külső hidrogén- és akár a héliumhéj nagy része már a robbanás előtt lefújódik a csillagról, ezért ezen elemek nyomai nem láthatóak a színeképben.

A másik nagy csoport, az Ia típusú (vagy termonukleáris) szupernóvák esetében – a korábbi, „tankönyvi” modell szerint – egy fehér törpecsillag anyagot kap egy normál vagy óriás társcsillagtól, amely kitölti a Roche-térfogatát, tömeget adva át a fehér törpének (3. ábra). A fehér törpe anyaga elfajult elektrongáz, amiben a nyomás nem függ a hőmérséklettől, ezért egy bizonyos tömeg

(Chandrasekhar-határtömeg, kb. 1,4 naptömeg) felett a csillagban hirtelen, robbanásszerűen indul be a szén és oxigén fúziója, ami szétveti a csillagot. Ekkor egy táguló gázfelhő keletkezik, hasonlóan a kollapszár szupernóvákhöz.

Mivel sok esetben a megfigyelési eredmények nem támasztják alá egyértelműen a fentebb vázolt folyamatot, felmerültek egyéb magyarázatok is. Lehetséges alternatíva, hogy a társ csillag maga is egy fehér törpe, és a két fehér törpe összeolvadása, vagy összeütközése váltja ki a robbanást.



3. ábra: A szupernóvák két fő típusa: a termonukleáris (vagy Ia típusú) robbanások (balra), és a kollapszár szupernóvák (jobbra) [1].

1.2 A fényességváltozás oka

A magösszeomlás során a keletkező energia nagyságrendileg 10^{48} joule (10^{55} erg), de ennek a nagy részét elviszik a keletkező neutrínók (kb. 99%) és a nehéz elemek fúziója. Így a kisugárzott energia 10^{44} joule (10^{51} erg) nagyságrendű.

Bár kezdetben a héj akár több millió fokos hőmérsékletű is lehet, a tágulás miatt nagyon gyorsan kihűlne, ha bizonyos folyamatok nem biztosítanák a fűtését. Ha a ledobódott burokokban volt hidrogén (II-es típus), akkor az a ledobódás során ionizálódott. Ennek lassú rekombinációja fűti a maradványt, ami ekkor átlátszatlan (fotoszferikus fázis). A hidrogén rekombinációja egy adott hőmérsékleten történik, így csak egy szűk tartományban megy végbe, ám e tartomány felett az átlátszóság ugrásszerűen megnő. Ez a tartomány a táguló maradvány belseje felé mozog.

A hidrogénben gazdag robbanások (II-P típus) esetén a rekombinációs fronton belül az anyag a látható sugárzás számára átlátszatlan, ezért az ebből a közel állandó hőmérsékletű határzónából érkező sugárzást tudjuk detektálni. Mivel ez az állapot akár több hónapig is tarthat, a fénygörbén egy konstans fényességű szakasz (plató) alakul ki. Ha a robbanáskor a hidrogénburok nem elég vastag ahhoz, hogy átlátszatlan legyen, akkor ez a plató nem jelenik meg (II-L típus).

A robbanás során 56-os tömegszámú radioaktív nikkell is keletkezik. Ez 6,1 napos felezési idővel 56-os kobalttá, a kobalt pedig 77,7 napos felezési idővel stabil 56-os vassá bomlik. Ez további energiát termel a maradványnak. Ez a folyamat a kollapszár szupernóvák esetén csak akkor lesz domináns, amikor a maradvány teljesen átlátszóvá válik (nebuláris fázis). Ez 3-4 hónappal a robbanást követően következik be, amikor a burokok annyira szétterjed, sűrűsége annyira lecsökken, hogy átlátszó legyen. Ekkora már csak a kobalt bomlása jelentős. Az egységnyi idő alatt kisugározott energia, a luminozitás (L) arányos a bomló anyagok mennyiségével, amit a radioaktív bomlási törvényből kapunk:

$$\frac{dN_{Ni}}{dt} = -\lambda_{Ni} N_{Ni} \quad (1)$$

$$\frac{dN_{Co}}{dt} = \lambda_{Ni} N_{Ni} - \lambda_{Co} N_{Co} \quad (2)$$

, ahol λ az elemek bomlási állandói $\lambda = \ln(2)/T$, T pedig a felezési idejük: $T_{Co} = 77,7$ nap, $T_{Ni} = 6,1$ nap. Amikor már csak a kobalt bomlása a jelentős, a luminozitás az időegység alatt elbomló kobalt magok számával lesz arányos:

$$L \sim \frac{dN_{Co}}{dt} \sim e^{-\lambda_{Co} t} \quad (3)$$

A bolometrikus fényesség arányos a luminozítás logaritmusával:

$$M_{bol} \sim -2.5 \log_{10} L \sim 2.5 \cdot \lambda_{Co} \cdot \log_{10}(e) \cdot t \quad (4)$$

Ezért a bolometrikus fényesség változása állandó lesz.

$$\frac{dM_{bol}}{dt} = 2.5 \cdot \lambda_{Co} \cdot \log_{10}(e) \approx 0.01 \text{ mag/nap} \quad (5)$$

Mivel az Ia típusú robbanások maradványaiban nincs hidrogén, ezért ezeknél tisztán a Ni-Co-Fe lánc energiatermelése a domináns.

1.3 A vizsgált szupernóvák

Munkám során három kollapszár szupernóvát vizsgáltam, amelyekről a Bajai Csillagvizsgáló munkatársai és jómagam gyűjtöttünk adatokat. Ez a három szupernóva a SN 2013ej, a SN 2014G és a PSNJ17292918+7542390 volt.

SN 2013ej

Típus:	II-P [3]
Szülőgalaxis és koordinátái:	M74, RA: 01h 36m 48s, DEC: +15° 45' 31''
Felfedezése:	2013. 07. 25,8., 56498,8 MJD
Galaxis távolsága:	10,48 ± 0,74 Mpc [4]
Távolságmodulus:	30,10 ± 0,15 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció g' szűrőben:	0,232 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció r' szűrőben:	0,160 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció i' szűrőben:	0,119 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció z' szűrőben:	0,089 mag [4]
Használt távcső	BART

1. táblázat: Az SN 2013ej irodalmi adatai.



4. ábra: A BART g'r'i'z színszűrős felvételeiből készített színes kompozit kép az SN 2013ej-ről.

SN 2014G

Típus:	II-L [3]
Szülőgalaxis és koordinátái:	NGC3448, RA:10h 54m 34s, DEC: +54° 17' 56,9''
Felfedezése:	2014. 01. 14,3., 56671,3 MJD
Galaxis távolsága:	24,5 ± 1,5 Mpc [4]
Távolságmodulus:	31,60 ± 0,15 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció g' szűrőben:	0,039 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció r' szűrőben:	0,027 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció i' szűrőben:	0,020 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció z' szűrőben:	0,015 mag [4]
Használt távcső	BART, Swift

2. táblázat: Az SN 2014G irodalmi adatai.



5. ábra: A BART g'r'i'z' színszűrős felvételeiből általam készített színes kompozit kép az SN 2014G-ről.

PSNJ17292918+7542390 (továbbiakban csak PSN-NGC6412)

Típus:	II [3]
Szülőgalaxis és koordinátái:	NGC6412, RA:17h 29m 37,5s, DEC: +75° 42' 16''
Felfedezése:	2015. 07. 09., 57213,5 MJD
Galaxis távolsága:	$23,5 \pm 1,7$ Mpc [4]
Távolságmodulus:	$31,85 \pm 0,15$ mag [4]
A galaxis irányában az extinkció g' szűrőben:	0,133 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció r' szűrőben:	0,092 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció i' szűrőben:	0,068 mag [4]
A galaxis irányában az extinkció z' szűrőben:	0,051 mag [4]
Használt távcső	RC, Schmidt

3. táblázat: A PSN-NGC6412 irodalmi adatai.



6. ábra: A RC-nel g'r'i' szűrő rendszerben készült kompozit kép a PSNJ17292918+7542390-ról.

2. A használt műszerek és kezelései

A SZTE Bajai Observatórium célja a szupernóvák keresése, valamint az érdekesebb objektumok fotometriai nyomon követése és fizikai paraméterek meghatározása.

A vizsgálatokhoz főként a Bajai Asztrofizikai Robot Távcső (BART) és a bajai Richey-Cretien (RC-távcső) adatait használtam (7. és 8. ábra). Az általam feldolgozott felvételeket a Bajai Csillagvizsgáló munkatársai és jómagam készítettük. E két távcső adatai mellett felhasználtam még a az MTA CSFK Csillagászati Intézet Piskésetői Observatóriumának Schmidt távcsövével készült nyers képeket is, illetve az SN 2014G esetében a Swift űrtávcső publikus mérési eredményeit is. [9]

BART

Optikai elrendezés:	módosított Cassegrain, paraboloid tükör
Főtükör átmérője	50 cm
Fókusz távolság	3000 mm
Fényerő	f/6
Mechanika	Villás ekvatoriális szerelés
Pozicionálás	Léptetőmotoros RA, DEC
Detektor	Alta U16 CCD-kamera, 4096x4096 pixel
Szűrők	SDSS g'r'i'z'

4. táblázat: a BART fő paramétereit.

A BART egy teljesen automata, távvezérelhető robottávcső. A vezérlése saját programmal, a CCD kamera kezelése a *qpasu* nevű programmal történik, a kamera által alkotott képeket pedig a *DS9* nevű programmal tudjuk megjeleníteni. Az elkészült kép fejlécében szereplő adatok a *qpasu* programban állíthatók be. Néhány adatot a program (hőmérséklet, expozíciós idő, dátum) automatikusan a képek fejléceibe teszi, a többi adat opcionálisan megadható.

A CCD hűtése Peltier-elemmel történik, ez kb. 30 Celsius-fokkal képes a külső hőmérséklet alá hűteni a CCD-chipet, azonban ezen a hőmérsékleten is rengeteg sötétáram termelődik a CCD-ben.

A BART-nál az inicializálás (vagyis a tájolás helyes beállítása) teljesen automatikusan működik. Indításkor a távcső beáll magától egy fix irányba. Ekkor a vezérlő szoftver kiolvassa a számítógépből a dátumot és a pontos időt, így meg tudja határozni, hogy a távcső milyen koordinátákra néz az égen. Ezt

követően tetszőleges égi koordinátákra átállítható.



7. ábra: Távcsövek a Bajai Csillagvizsgálóban. Bal oldalon a BART, jobb oldalon egy másik 30 centis távcső látható.

Bajai RC-távcső

Optikai elrendezés:	Ritchey–Chrétien
Főtükör átmérője	50 cm
Fókusz távolság	4000 mm
Fényerő	f/8
Mechanika	Villás ekvatoriális szerelés
Pozicionálás	Léptetőmotoros RA, DEC
Detektor	Alta U16 CCD-kamera, 4096x4096 pixel
Szűrők	SDSS g'r'i'

5. táblázat: A bajai Ritchey-Cretien (RC) távcső fő paraméterei.

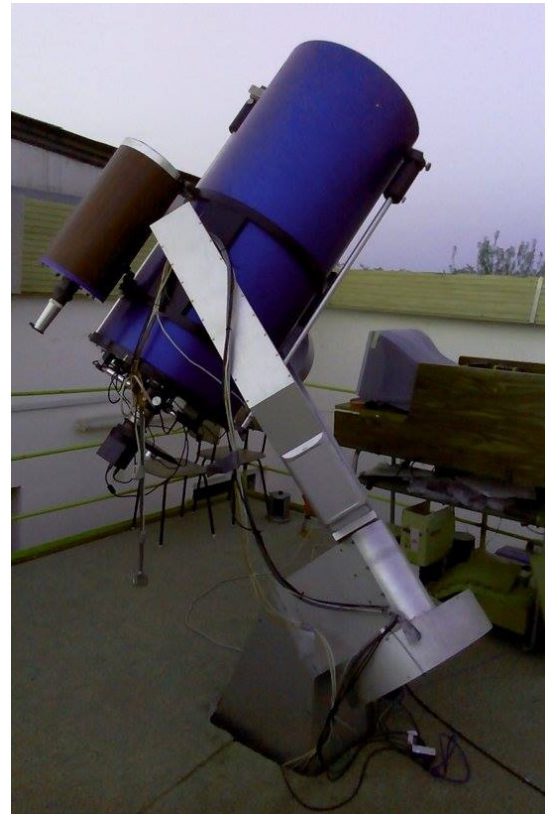
Az RC-távcső mechanikájának vezérlése a Coordinator 2000 nevű vezérlőegységgel történik, ami egy soros porton keresztül össze van kötve a vezérlő számítógéppel. A számítógépen a TheSky6 nevű programmal dolgozunk, a számítógép és a vezérlőegység közötti kommunikáció oda-vissza működik. A Kamera vezérlő szoftver neve a MaxIm dl.

Ennek a távcsőnek az inicializálása nem automatikus. A pontos beállításhoz keresnünk kell az égen egy jól látható, fényes csillagot, majd a távcsővel ráállunk, és a látómező közepére hozzuk. A csillagnak célszerű közel lennie a mérendő objektumhoz (maximum 60 foknyira). Miután megtörtént a beállítás, megadjuk a vezérlőegység kezelőfelületén, hogy melyik a középre állított objektum (inicializálás). Ez után megadhatjuk a távcsőnek a célpontunk koordinátáit.

Vigyáznunk kell, hogy a célpont ne legyen túl közel az égi pólushoz, illetve hogy a horizont feletti pozíciója se legyen túl alacsonyan. A pólus közelében a távcső mechanikája nem működik megbízhatóan, a horizonthoz túl közeli magasságban pedig a Coordinator 2000 nem tudja leállítani a távcső mozgását, így az akár meg is sérülhet. Továbbá vigyázni kell arra, hogy a távcső ne forduljon körbe. A vezérlés ezzel nem tud számolni, mindig a legrövidebb úton próbál a célhoz jutni.

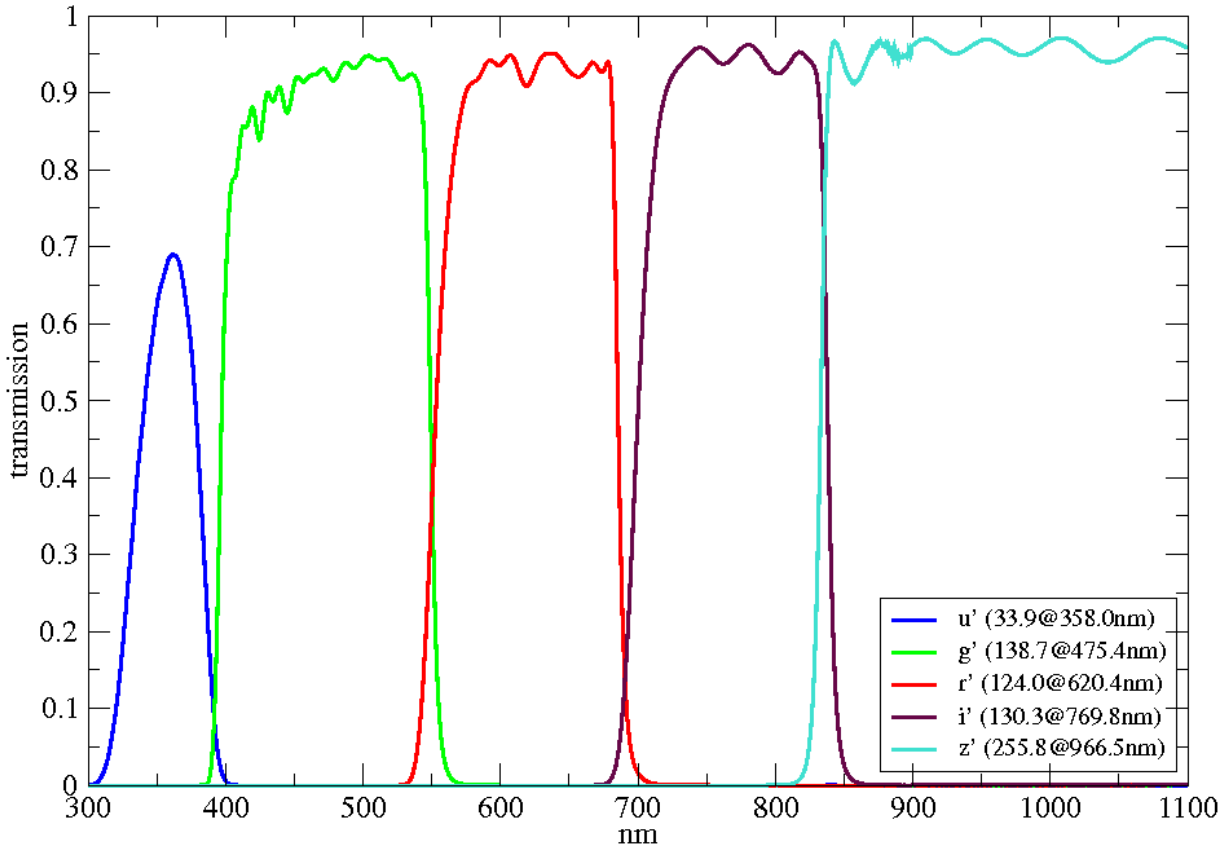
Fontos, hogy mivel a távcső vezetése nem tökéletes, emiatt, ha inicializálás után egy másik, az előzőtől messze lévő célpontra állunk át, akkor a tájolás elcsúszhat, vagy akár el is romolhat. Ezért minden egyes célpontra állás után érdemes újra inicializálni.

Az éjszaka során a célobjektumok lefényképezése mellett szükség van kalibrációs képek készítésére is (lásd a következő fejezetet). A kalibrációs felvételek elkészítése után állunk rá a célpontokra. A fókuszálás úgy történik, hogy próbaképeket készítünk a célpontról, majd pedig a DS9 nevű program segítségével leolvassuk néhány, a képen lévő csillag félértékszélességét, és addig állítjuk a fókuszot, amíg ez nagyjából 3,5 – 4 pixel körül nem lesz, bár ez az érték függ az időjárási körülményektől. Ezek után készítjük el minden szűrőben a célpontról a képet. Fontos, hogy a távcső



8. ábra: A bajai RC-távcső.

vezetése nem tökéletes, így a Föld forgása miatt a célpont folyamatosan odébb mozdul a látómezőben. Ez kb. 5 percen maximalizálja az expozíciós időket, ezért általában egy objektumról szűrőnként több kép is készül, ezek korrigálásával és átlagolásával állnak elő a végső, kiértékelhető felvételek.



9. ábra: u'g'r'i'z' szűrő rendszer áteresztési függvénye. A kép forrása:

<http://www.aip.de/en/research/facilities/stella/instruments/data/sloanugriz-filter-curves>

A távcső által készített képek *.fits* kiterjesztésűek, amik két részből állnak: az egyik maga a tömörítetlen kép, a másik pedig a fejléc, amiben a méréssel kapcsolatos fontos információk vannak. A szűrők a beérkező elektromágneses sugárzásnak csak egy bizonyos tartományát eresztik át. A BART az SDSS égboltfelméréshez kifejlesztett, az utóbbi években elterjedté vált g'r'i'z' szűrőrendszerrel van felszerelve. A g'r'i'z' szűrőrendszer áteresztési függvénye a 9. ábrán látható.

Saját méréseim a Bajai obszervatóriumban

Dátum	cél objektumok	ég minősége	megjegyzés
2015-08-04	UGC 4883, NGC 6412, standard UGC 4883-hoz	közepes	
2015-08-05	-	felhős	nem volt mérés
2015-08-06	-	-	technikai problémák
2015-08-07	UGC 4883, NGC 6412, standard UGC 4883-hoz	jó	kameravezérlés gyakran nem válaszolt
2015-08-08	UGC 4883, NGC 6412, standard mindkettőhöz	kiváló	
2015-08-09	NGC 6412 + standard	kiváló	
2015-08-10	NGC 6412 + standard	fátyolfelhős	
2015-08-11	NGC 6412	fátyolfelhős	
2015-08-12	NGC 6412	jó	

6. táblázat: Saját méréseim összefoglaló adatai.

3. Az adatok feldolgozása és kiértékelése

3.1 Képkorrektációs lépések

Első lépésben a méréskor létrehozott kalibrációs képekkel korrigáljuk a nyers objektumképet a pontosság érdekében.

- Bias: az alapzajt tartalmazza (amely 0 másodperces felvétel kiolvasásakor is jelentkezik). Amennyiben dark-korrektációt is végzünk (lásd lentebb), akkor ezt nem szükséges külön elvégeznünk.
- Dark: A dark current, azaz a sötétáram korrigálására szolgál. Ez a képi hiba abból adódik, hogy nem tökéletes hűtés esetén a CCD hordozórétegéből hőmozgás révén is kiléphetnek elektronok. Mivel a sötétáramot alkotó elektronok száma arányos a hőmérséklettel és az expozíciós idővel, ezért a dark-képeket ugyanolyan hőmérsékleten és ugyanakkora expozíciós idővel kell készíteni, mint a flat- és objektum képeket. Dark-képek készítéséhez a kamera csukott zárral készít képeket, így a CCD-kamera nem jut fényhez, ezért csak a hőmozgásból adódó elektronokat detektálja.
- Flat: az optikai elemeken lévő szennyeződések okozta képi hibákat, valamint a CCD kamera pixeljeinek különböző kvantumhatásfokából eredő hibákat lehet vele korrigálni. Ezeknek a képeknek az elkészítésére napnyugtakor, illetve napkeltekor van lehetőségünk, amennyiben sky-flat-et alkalmazunk (azaz a körülbelül egyenletes fényességű égboltról készítünk képeket). Figyelni kell, hogy az összes szükséges színszűrőben készüljenek képek, valamint célszerű az egyes képek között a távcsövet mozgatni, hogy az esetlegesen a képen rögzülő csillagok a képek medián kombinálása során kiátlagolhatók legyenek.

A statisztikus hibák csökkentése, illetve a kiugró értékeket kiküszöbölése végett minden objektumképből és korrekciós képből többet készítünk, majd az azonos expozíciós idejűeket összekombináljuk egy ún. mesterképpé, így a jel/zaj arány jelentősen növelhető. A távcső követése sajnos nem tökéletes, ezért a képek kis mértékben elcsúsznak az idő múlásával. Ezért a különböző

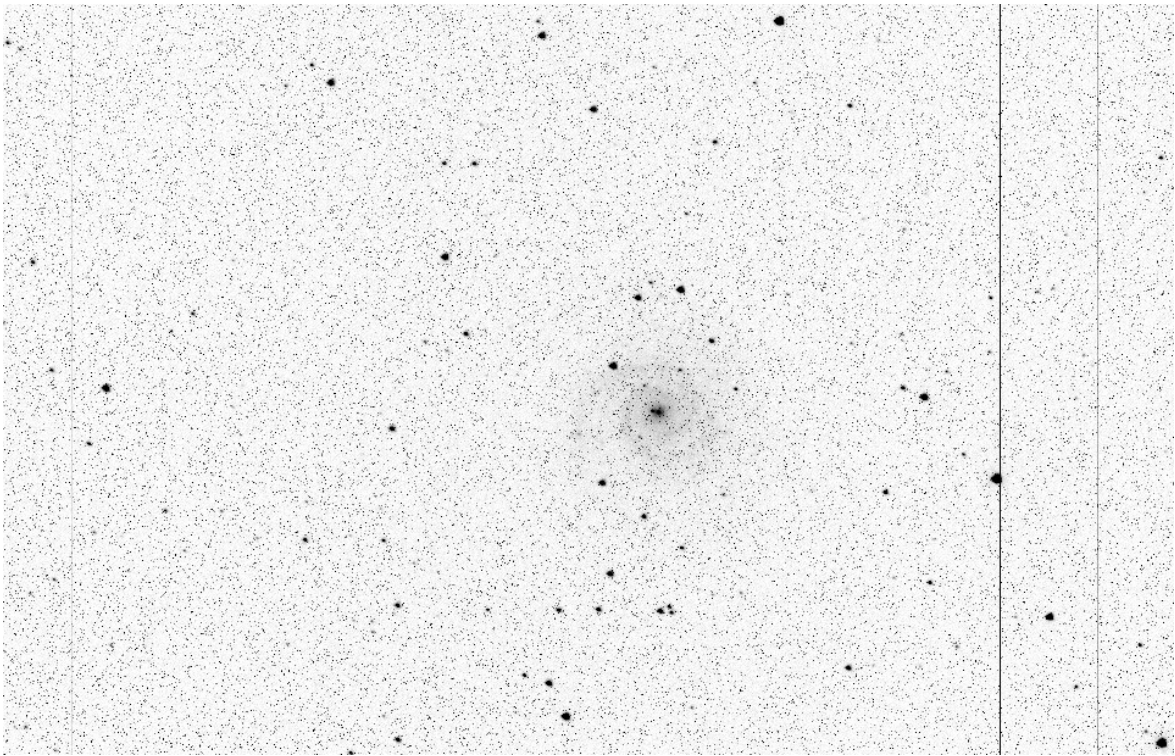
időpontban készült képeket össze kell tolni, hogy a célpont azonos pixelen tartózkodjon minden egyes képen.

A nyers felvételeket közvetlenül a Bajai Csillagvizsgáló szervergépéről másoltam át a szegedi csillagászokozség egyik szervergépére, amin az adatfeldolgozást is végeztem. Az adatok feldolgozását az Image Reduction and Analysis Facility¹ (IRAF) nevű programcsomaggal végeztem, amelyben különböző taszkok segítségével végezhetjük el a kívánt feladatokat. Ezzel a programcsomaggal hajtottam végre a kalibrációkat és magát a fotometriát is. Minden kép azonos hőmérsékleten készült, illetve a dark-korrekción végrehajtása miatt a bias korrekció nem szükséges. Első lépésben minden képről típus szerint (dark, flat, vagy objektumkép) listát készítettem egy fájlba. Ezt használtam a későbbiekben, így nem kellett egyesével a képekre hivatkozni. Mivel a flat-képek is tartalmazzák a sötétzajt, így először azokra is el kellett végezni a dark-korrekción. Ehhez azonban a dark-képekből egy mester dark-képet kellett csinálnom a *darkcombine* nevű taszkkal. Ezután végeztem a korrekcion a *ccdproc* nevű taszkkal. A flat képekből ezt követően készíthető mester-flat, amit a *flatcombine* nevű taszkkal készítettem el.

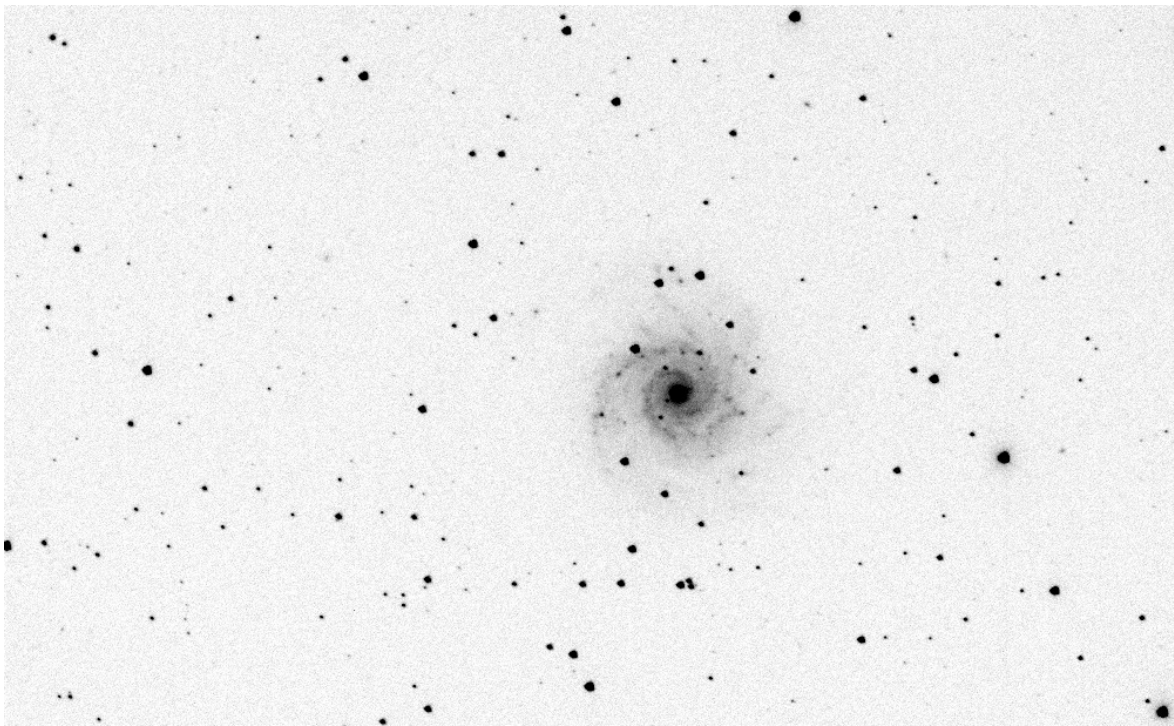
Miután elkészültek a korrekciós mesterképek, akkor már az objektumképekre is elvégezhettem a korrekcionkat, amit ismét a *ccdproc* taszkkal tettem meg. Az elcsúsztatást az *xregister* nevű taszk segítségével orvosoltam. Ez a program egy algoritmus segítségével összetolja a képeket egy referenciakép alapján. Mindezek után az azonos szűrős képeket az *imcombine* taszk segítségével kombináltam össze egyetlen mesterképpé. Végül az összes éjszaka összes mesterképét összetoltam, hogy azonos helyen legyenek csillagok.

Az összes leírt lépést minden éjszaka képeire végre kellett hajtani. Ezért az IRAF-en belül futtatható szkripteket írtam a munka meggyorsítása érdekében. Ezek a szkriptek a leírt lépéseket tartalmazzák, és az IRAF külső beavatkozás nélkül végrehajtja ezeket.

¹ <http://iraf.noao.edu/>



10. ábra: Az M74, az SN 2013ej szülőgalaxisa egy nyers BART felvételen (g' szűrő).



11. ábra: Az előző felvétel a korrekciók elvégzése után.

3.2 Fotometria

A digitális fotometriának két fő típusa létezik: apertúra-fotometria és PSF-fotometria.

Az apertúra-fotometriában a kijelölt objektumok köré a képen egy adott sugarú kört definiálunk, amin belül összeadjuk a pixelek fluxusértékeit. Ezt a sugarat hívják apertúrának. Ez után egy másik, nagyobb sugarú gyűrűt definiálunk az objektum köré, amin belül pedig a háttérfényességet adjuk össze, amit levonunk az előző értékéből. Ennek a gyűrűnek a belső sugarát hívják annulusnak. Az apertúra nagyságánál fontos, hogy a vizsgált csillag benne legyen az apertúrában, de a gyűrű ne legyen akkora, hogy belelógjon egy másik, közeli csillag. Jól elkülönülő objektumok esetén gyors és pontos módszer, azonban nem mindig alkalmazható.

A PSF-fotometriát akkor alkalmazzuk, amikor a képen lévő csillagok nem különülnek el jól, vagy túlságosan inhomogén az égi háttér. Ez akkor fordul elő amikor sok csillag van egy helyen, vagy – ahogy a mi esetünkben is – a mérendő szupernóva túl közel van a galaxis fényes magjához.

A pont kiszélesedési függvény (point spread function, PSF) az adott optikai eszköznek és a légkörnek az átviteli függvénye egy pontszerű fényforrásra vonatkoztatva, mint amilyen egy csillag.

Optimális esetben ez egy diffrakciós kép (Airy-féle korong és gyűrűk) lenne, de a légkör instabilitásai miatt a gyakorlatban ez inkább egy kétdimenziós Gauss-felület. A PSF-fotometria során a csillagok képére illesztünk egy ilyen PSF-felületet. Ez a PSF a kép többi részén lévő magányos és viszonylag fényes csillagok profiljainak átlagából, illetve az erre illesztett analitikus függvényből áll elő. Ennek a PSF-nek a térfogati integrálja lesz a fényesség.

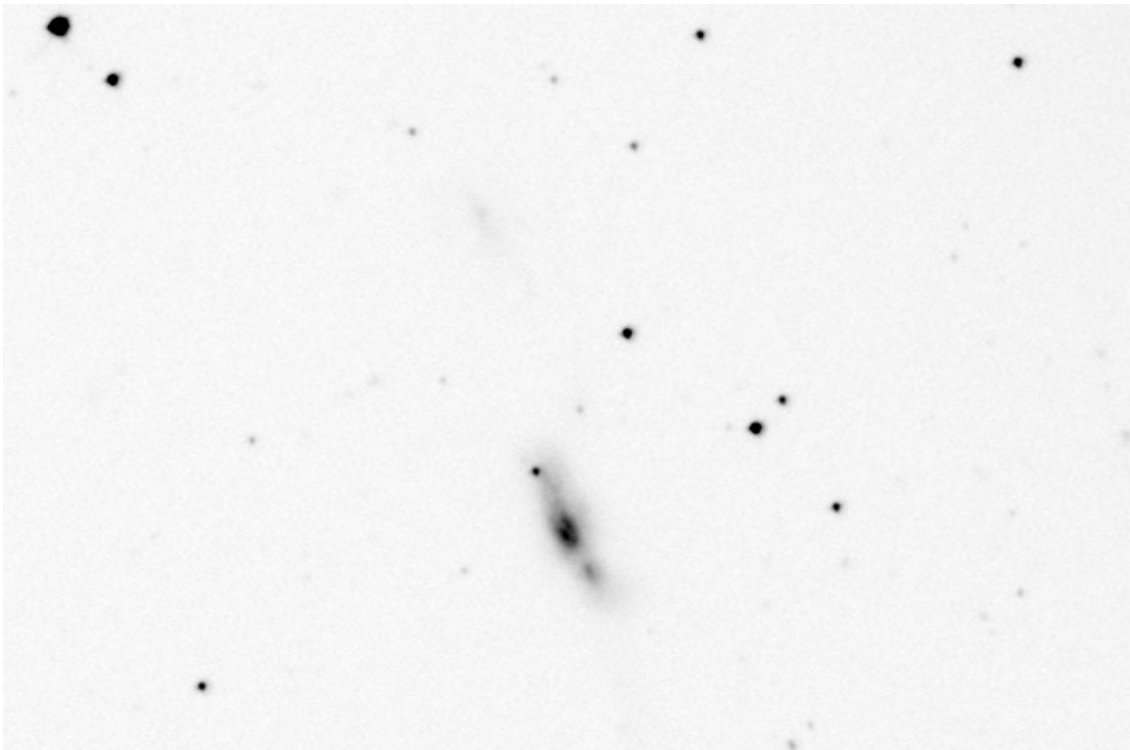
Az SN 2013ej esetében apertúra-fotometriát, míg az SN 2014G esetében – az inhomogénebb égi háttér miatt – PSF-fotometriát alkalmaztam. A harmadik objektum, a PSN-NGC6412 esetében az apertúra-fotometria módszerét használtam, kivéve az utolsó mérési pontot, amikor a szupernóva már nagyon halvány volt - ekkor PSF-fotometriát alkalmaztam. Az apertúra-fotometria az IRAF-on belül a *digiphot.apphot.phot* taszk segítségével hajtható végre. Az apertúrát minden képen 7 pixelnek vettem, ez kb. a csillagkorong félérték-szélességének másfélszerese. Az összes éjszakára egyetlen szkript használatával futtattam le a fotometriát.

A PSF-fotometriához az IRAFon belül a *digiphot.daophot* csomagot használtam. A PSF-fotometria esetén minden képen meg kell határozni a kiválasztott referenciacsillagok félértékszélességét és a háttér szórását, mert ezek kellene a többi taszk használatához. Ezt az *imexam*

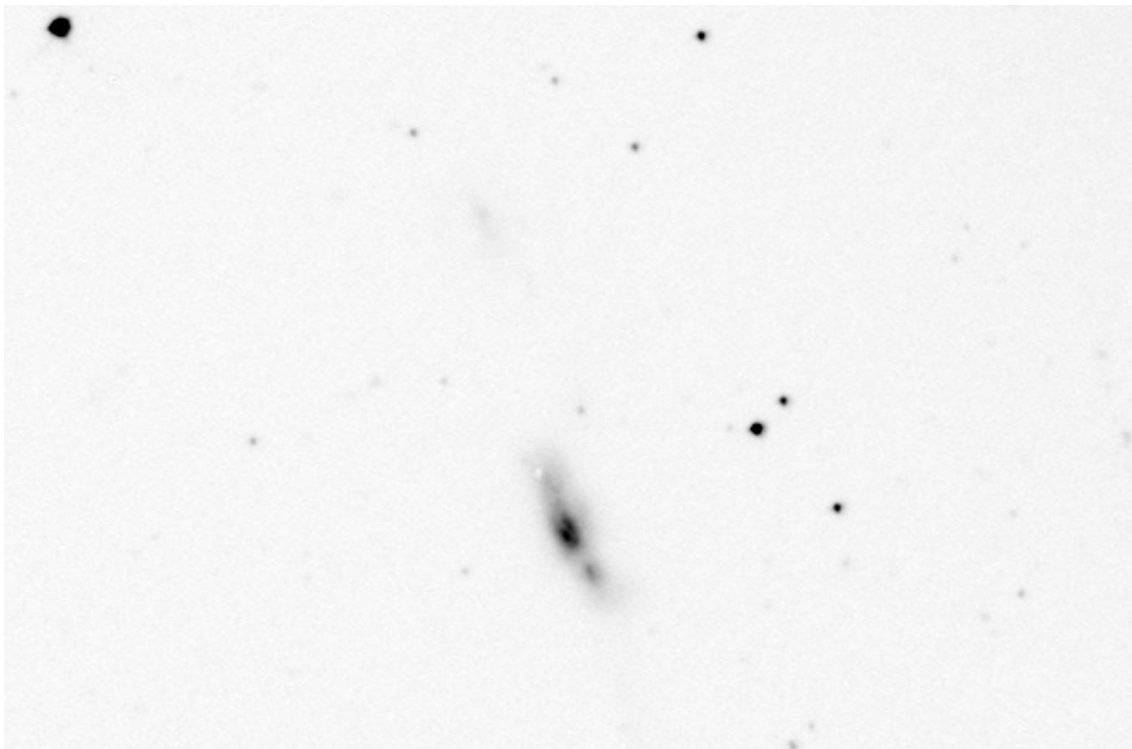
nevű taszkkal tettem meg. Megnyitottam az adott képet *DS9*-ben, majd pedig manuálisan leolvastam több elkülönülő csillag félértékszélességeit, illetve a csillagmentes helyekről pedig a háttér szórását. Az apertúra-fotometriával ellentétben itt minden képre le kell futtatni egyesével a fotometriát és a hozzá tartozó összes taszkot, mert minden képnél meg kell adni a félérték-szélességet és a szórását. Mivel ez sok idő, így írtam egy saját C programot, ami beolvassa a képek neveit és a hozzájuk tartozó félértékszélességeket és szórásokat, majd legyártja a szkripteket, amelyek tartalmazzák a megfelelő beállításokat és parancsokat minden képhez. Ez után elég volt ezeket a szkripteket futtatnom az IRAF-en belül.

Első lépésként a *daofind* nevű taszk segítségével megkerestem a képen lévő összes csillagot. Ezt követően a *psfselect* taszkot futtattam, ami kiválasztja a csillagok közül azokat, amiket majd felhasznál a PSF létrehozásához. Ezeket a csillagokat a *psf* taszk segítségével ellenőriztem interaktívan. Végül az *allstar* taszk futtatásával meghatároztam az objektumok instrumentális fényességét. A PSF-fotometriai eljárás megbízhatóságát, pontosabban az átlagolt PSF-profil célobjektumokból történő levonását a keletkező különbségképeken tudtam ellenőrizni. Szükség esetén újrafuttattam a megfelelően módosított szkripteket.

Az eredményfájlokban rengeteg adat szerepel, de minket csak a csillagok azonosítója, szűrője, a dátum, a fényességérték és azok hibái érdekelnek, ezért a *txdump* taszk segítségével ezeket gyűjtöttem ki.



12. ábra: Az SN 2014G és szülőgalaxisa (g' szűrő).



13. ábra: Az előző képből a szupernóva és az összehasonlító csillagok PSF-profiljának levonása után előálló kép.

4. A fénygörbék elemzése

4.1 A fénygörbék kalibrációja

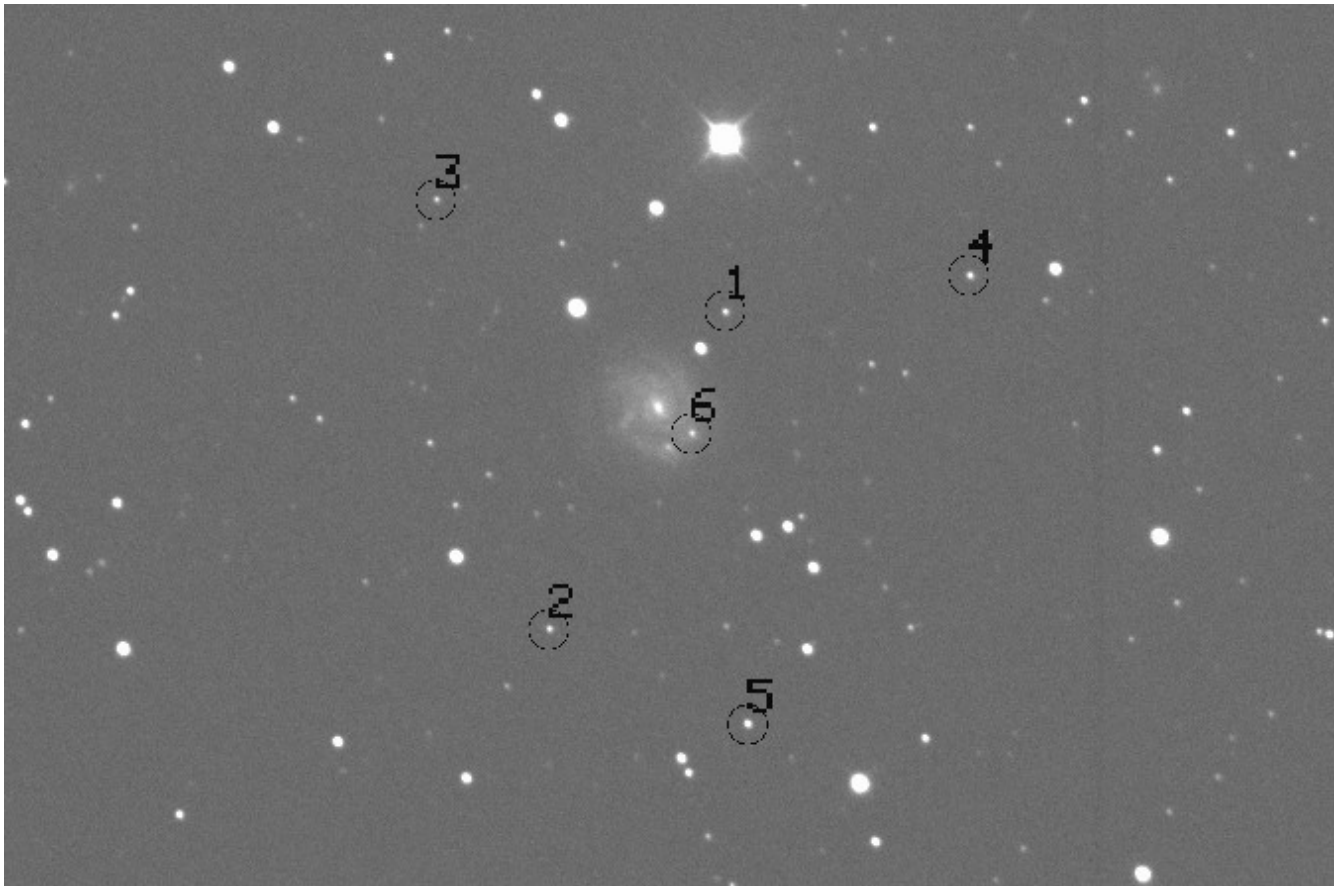
Az így kapott, ún. instrumentális fényességek önmagukban még nem tudományos értékű adatok, ezért ezeknek egy standard rendszerbe átszámított értékeire van szükség. Ez úgy történik, hogy a referenciacsillagok irodalmi fényességértékeiből kivonjuk az ezekre az objektumokra vonatkozó, mért értékeket és színfüggő tagokat; majd ezzel a különbséggel korrigáljuk a célobjektum instrumentális fényességét (6).

A standardizálást saját C program segítségével végeztem. Ez az instrumentális fényességeket és az SDSS katalógusból kiolvasott fényességeket beolvassa, szűrőnként rendre kivonja egymásból, majd ezeket átlagolja, és az átlagot vonja ki a szupernóva fényességéből:

$$m'_{\lambda,SN} = m_{\lambda,SN} - \sum_{j=1}^n [m_{\lambda,j} - m'_{\lambda,j} + C_{\lambda} \cdot (g-i)_j] / n + C_{\lambda} \cdot (g-i)_{SN} \quad (6)$$

, ahol m' a standardizált, m pedig az instrumentális fényességek, $m_{\lambda,i}$ a referenciacsillagok fényességét jelöli, n a referenciacsillagok számát, $(g-i)$ a színt, C_{λ} pedig a színi konstans.

Az instrumentális fényességértékek standard rendszerbe számolásához szükség van az adott felvételeken látszó referenciacsillagokra. Ezeket az SDSS égboltfelmérés DR9 adatbázisából [2] vettem. A PSN-NGC6412 szupernóva régióját jelenleg még nem mérték az égbolt felmérésben, így szükségem volt egy közeli, a katalógusban szereplő ég területre. Ez a standard mező. A standard mezőn kerestem, majd azonosítottam néhány csillagot, és a (6) képlet segítségével meghatároztam néhány csillag standard fényességét a szupernóva közelében, amit aztán más képeken is használhattam. Ezen standard csillagokat a 14. ábra mutatja. A standardizált fényesség-értékeiket a 7. táblázat mutatja.



14. ábra: A PSN-NGC6412 környezetében meghatározott standard csillagok. A 6-os szám a szupernóva

	g' (mag)	r' (mag)	i' (mag)
1	16.414	16.128	15.905
2	16.412	15.974	15.658
3	16.836	16.520	16.287
4	16.115	15.826	15.559
5	15.645	15.213	14.884

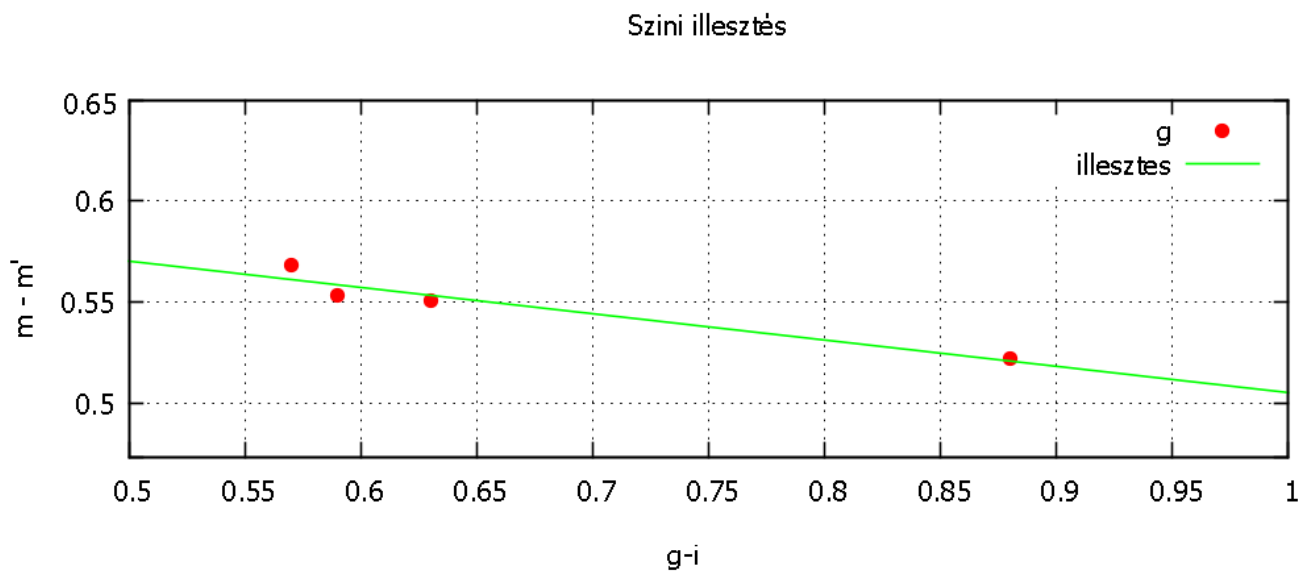
7. táblázat: A PSN-NGC6412 régiójában meghatározott standard csillagok fényesség-értéke.

A színi konstansokat (C_λ) a standard mező segítségével határoztam meg. Ábrázoltam a referencia csillagok eltérését az irodalmi értékektől a szín (g-i) függvényében, majd ezekre egy egyenest illesztettem amelynek meredeksége a színi konstans. A színi konstans éjszakáról éjszakára nem változik, de az illesztés zérus pontja igen. A végső színi konstans a különböző éjszakákon meghatározott meredekségek átlaga. A meghatározott színi konstansok a 8. táblázatban találhatóak:

szűrő (λ)	színi konstans
g' (477 nm)	-0.130
r' (623,1 nm)	-0.014
i' (762,5 nm)	-0.095

8. táblázat: A bajai RC-távcső színi konstansai.

A 4. táblázatban lévő értékkel vett illesztés g'-ben a 15. ábrán látható.



15. ábra: Standardizálási illesztés g' fényessége és g'-i' színértékek felhasználásával.

A szín-tag együtthatója kicsi a BART-ra vonatkozó transzformációs egyenletben, ezért a BART-nál elhanyagoltam. Az RC-nél azonban számításba vettem. A BART-nál a következő egyszerűsített képletet használtam:

$$m'_{\lambda,SN} = m_{\lambda,SN} - \sum_{i=1}^n (m_{\lambda,i} - m'_{\lambda,i})/n \quad (7)$$

, ahol m' a standardizált, m pedig az instrumentális fényességek, $m_{\lambda,i}$ a referenciacsillagok fényességét jelöli, n pedig a referenciacsillagok számát.

A piszkéstetői mérések idején a detektor állapota rossz volt, így ott is elhagytam a szini korrekciót (bár elvégeztem ezt, de a szini konstans éjszakáról éjszakára változott, a CCD kamera romló állapota miatt)

Transzformációs egyenletek a g'r'i'z' és UBVRI szűrőrendszerek esetén

A piszkéstetői mérések nem SDSS g'r'i'z' szűrőrendszerben készültek, hanem Johnson UBVRI-ben. A bajai mérések viszont g'r'i'z' szűrősek, így át kell váltani az egyiket a másikba. Erre saját C programot írtam ami Jordi et al. [11] képlete alapján számol:

$$B = g + (0.313 \pm 0.003) * (g-r) + (0.219 \pm 0.002)$$

$$V = g + (-0.565 \pm 0.001) * (g-r) - (0.016 \pm 0.001)$$

$$R = r + (-0.153 \pm 0.003) * (r-i) - (0.117 \pm 0.003)$$

$$I = R - (0.930 \pm 0.005) * (r-i) - (0.259 \pm 0.002)$$

$$I = i + (-0.386 \pm 0.004) * (i-z) - (0.397 \pm 0.001)$$

$$g = V + 0.63 * (B-V) - 0.124$$

$$g = B - 0.37 * (B-V) - 0.124$$

$$r = R + 0.267 * (V-R) + 0.088$$

$$i = I + 0.247 * (R-I) + 0.329$$

Először a referenciacsillagok fényességét váltottam át UBVRI-be, ezzel standardizáltam, majd a standardizált piszkéstetői fényességeket váltottam át g'r'i'-be.

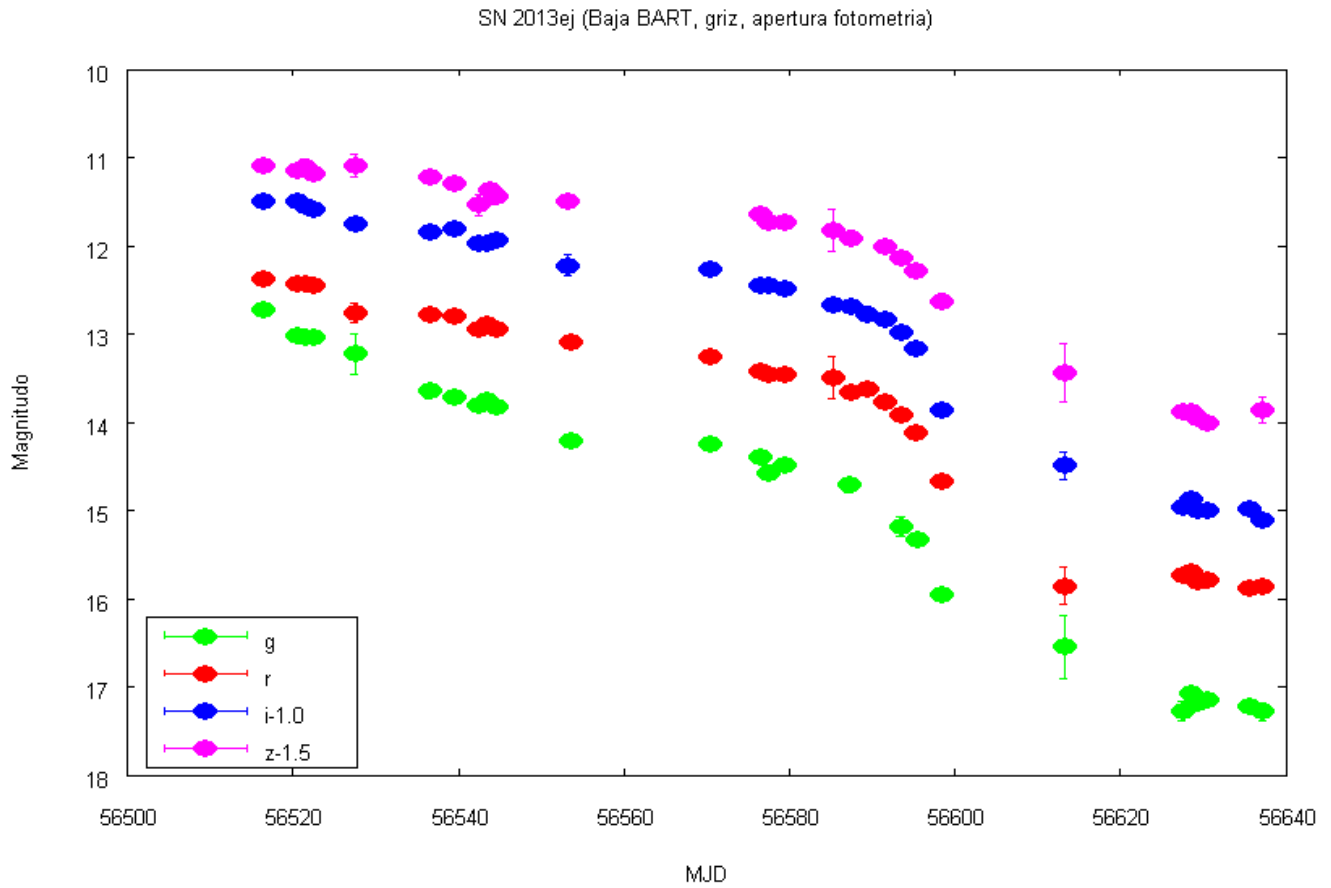
SN 2013ej

Az SN 2013ej standardizált látszó fényességének időbeli változása a 9. táblázatban található.

MJD	Fényességértékek g szűrőben [mag]	Fényességértékek r szűrőben [mag]	Fényességértékek i szűrőben [mag]	Fényességértékek z szűrőben [mag]
56516	12,719 ± 0,036	12,371 ± 0,011	12,498 ± 0,019	12,583 ± 0,028
56520	13,014 ± 0,074	12,421 ± 0,031	12,495 ± 0,030	12,645 ± 0,039
56521	13,036 ± 0,033	12,435 ± 0,024	12,542 ± 0,019	12,610 ± 0,091
56522	13,025 ± 0,048	12,446 ± 0,014	12,593 ± 0,045	12,674 ± 0,023
56527	13,222 ± 0,228	12,757 ± 0,113	12,753 ± 0,079	12,590 ± 0,131
56536	13,646 ± 0,079	12,768 ± 0,023	12,848 ± 0,016	12,719 ± 0,037
56539	13,707 ± 0,029	12,792 ± 0,030	12,804 ± 0,020	12,794 ± 0,062
56542	13,796 ± 0,034	12,935 ± 0,050	12,978 ± 0,056	13,035 ± 0,119
56543	13,742 ± 0,014	12,885 ± 0,015	12,976 ± 0,029	12,870 ± 0,047
56544	13,830 ± 0,043	12,938 ± 0,026	12,931 ± 0,036	12,932 ± 0,101
56553	14,209 ± 0,079	13,096 ± 0,034	13,220 ± 0,120	12,989 ± 0,059
56570	14,248 ± 0,030	13,261 ± 0,017	13,270 ± 0,014	nincs adat
56576	14,387 ± 0,044	13,417 ± 0,022	13,450 ± 0,026	13,148 ± 0,059
56577	14,567 ± 0,084	13,448 ± 0,009	13,442 ± 0,020	13,230 ± 0,018
56579	14,485 ± 0,038	13,463 ± 0,022	13,489 ± 0,022	13,240 ± 0,027
56585	14,709 ± 0,087	13,496 ± 0,241	13,668 ± 0,061	13,324 ± 0,238
56587	nincs adat	13,655 ± 0,020	13,686 ± 0,019	13,409 ± 0,078
56589	nincs adat	13,626 ± 0,071	13,772 ± 0,086	nincs adat
56591	nincs adat	13,769 ± 0,018	13,826 ± 0,024	13,516 ± 0,046
56593	15,179 ± 0,105	13,923 ± 0,021	13,973 ± 0,012	13,626 ± 0,050
56595	15,319 ± 0,023	14,125 ± 0,010	14,169 ± 0,010	13,780 ± 0,030
56598	15,943 ± 0,071	14,667 ± 0,017	14,851 ± 0,026	14,122 ± 0,076
56613	16,546 ± 0,358	15,851 ± 0,214	15,492 ± 0,157	14,935 ± 0,332
56627	17,271 ± 0,102	15,728 ± 0,037	15,963 ± 0,052	15,370 ± 0,073
56628	17,078 ± 0,064	15,690 ± 0,030	15,868 ± 0,036	15,373 ± 0,047
56629	17,184 ± 0,056	15,812 ± 0,030	15,995 ± 0,038	15,445 ± 0,054
56630	17,140 ± 0,067	15,786 ± 0,027	15,998 ± 0,044	15,498 ± 0,043
56635	17,217 ± 0,060	15,881 ± 0,023	15,983 ± 0,037	nincs adat
56637	17,276 ± 0,104	15,865 ± 0,038	16,107 ± 0,049	15,354 ± 0,143

9. táblázat: Az SN 2013ej szupernóva standard rendszerbe számolt fényességértékei.

Az SN 2013ej standardizált látszó fényességének időbeli változását a 16. ábra mutatja.



16. ábra: SN 2013ej g'r'i'z' szűrős fénygörbéje.

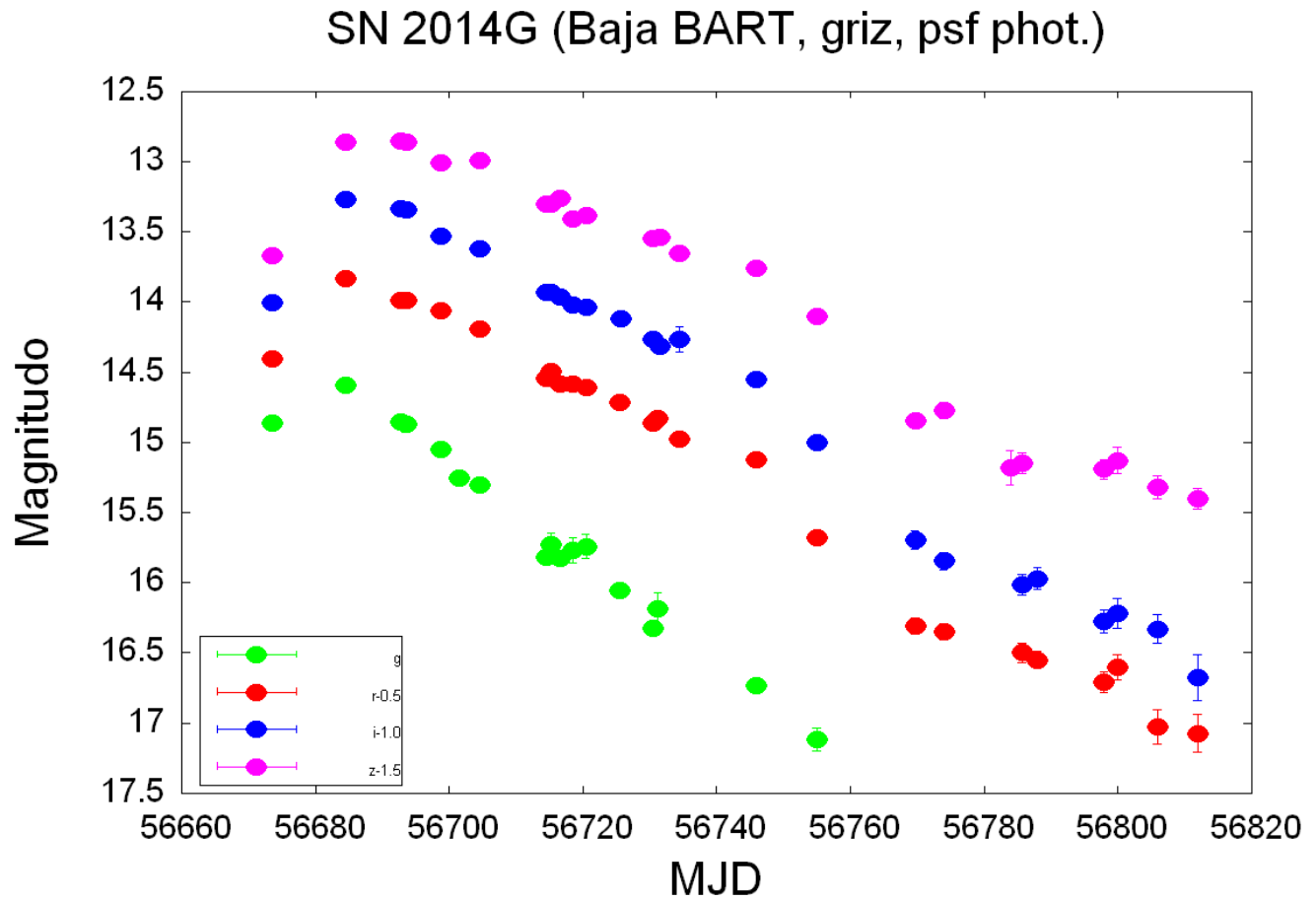
SN 2014G

Az SN 2014G standardizált látszó fényességének időbeli változását az 10. táblázat tartalmazza.

MJD	Fényességértékek g szűrőben [mag]	Fényességértékek r szűrőben [mag]	Fényességértékek i szűrőben [mag]	Fényességértékek z szűrőben [mag]
56673	14,866 ± 0,036	14,904 ± 0,011	15,009 ± 0,014	15,168 ± 0,030
56684	14,595 ± 0,028	14,338 ± 0,011	14,273 ± 0,016	14,364 ± 0,019
56692	14,858 ± 0,051	14,492 ± 0,045	14,337 ± 0,021	14,351 ± 0,021
56693	14,873 ± 0,055	14,486 ± 0,051	14,345 ± 0,026	14,365 ± 0,017
56698	15,053 ± 0,035	14,566 ± 0,021	14,528 ± 0,011	14,510 ± 0,020
56701	15,255 ± 0,040	nincs adat	nincs adat	nincs adat
56704	15,302 ± 0,037	14,693 ± 0,019	14,624 ± 0,036	14,492 ± 0,022
56714	15,820 ± 0,041	15,045 ± 0,039	14,936 ± 0,014	14,805 ± 0,017
56715	15,728 ± 0,082	14,992 ± 0,023	14,935 ± 0,017	14,805 ± 0,022
56716	15,825 ± 0,035	15,083 ± 0,037	14,967 ± 0,015	14,761 ± 0,028
56718	15,767 ± 0,090	15,083 ± 0,022	15,020 ± 0,023	14,906 ± 0,023
56720	15,742 ± 0,088	15,106 ± 0,020	15,035 ± 0,019	14,881 ± 0,017
56725	16,056 ± 0,030	15,220 ± 0,018	15,124 ± 0,019	nincs adat
56730	16,325 ± 0,038	15,362 ± 0,012	15,266 ± 0,012	15,044 ± 0,017
56731	16,184 ± 0,114	15,329 ± 0,016	15,316 ± 0,020	15,039 ± 0,023
56734	nincs adat	15,479 ± 0,019	15,269 ± 0,091	15,156 ± 0,049
56746	16,738 ± 0,040	15,624 ± 0,018	15,549 ± 0,018	15,263 ± 0,020
56755	17,118 ± 0,082	16,181 ± 0,026	16,002 ± 0,032	15,604 ± 0,034
56770	nincs adat	16,806 ± 0,057	16,697 ± 0,065	16,349 ± 0,050
56774	nincs adat	16,852 ± 0,057	16,844 ± 0,060	16,274 ± 0,055
56784	nincs adat	nincs adat	nincs adat	16,680 ± 0,122
56786	nincs adat	16,998 ± 0,069	17,015 ± 0,075	16,647 ± 0,074
56788	nincs adat	17,051 ± 0,061	16,971 ± 0,080	nincs adat
56798	nincs adat	17,207 ± 0,074	17,277 ± 0,081	16,694 ± 0,066
56800	nincs adat	17,103 ± 0,087	17,221 ± 0,105	16,629 ± 0,096
56806	nincs adat	17,525 ± 0,122	17,331 ± 0,102	16,817 ± 0,082
56812	nincs adat	17,574 ± 0,132	17,675 ± 0,164	16,904 ± 0,075

10. táblázat: Az SN 2014G szupernóva standard rendszerbe számolt fényességértékei.

Az SN 2014G standardizált látszó fényességének időbeli változása a 17. ábrán látható.



17. ábra: SN 2014G g'r'i'z' szűrős fénygörbéje.

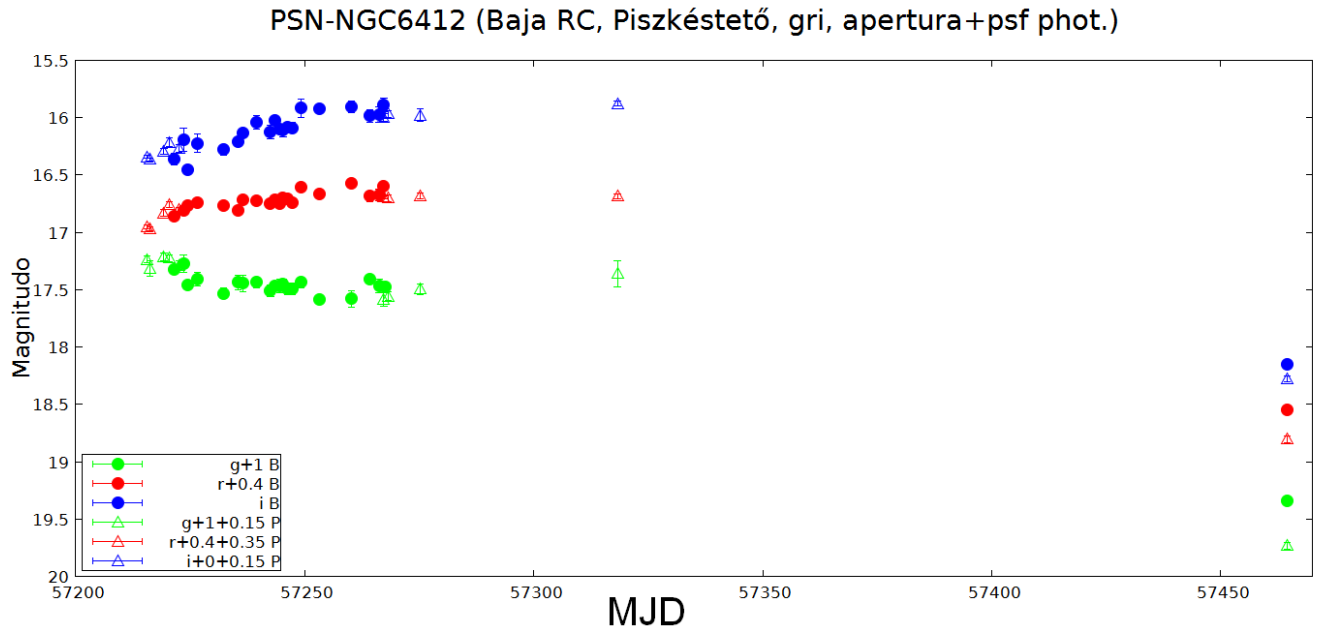
PSN-NGC6412

A PSN-NGC6412 standardizált látszó fényességének időbeli változását az 11. táblázat tartalmazza.

MJD	Fényességértékek g szűrőben [mag]	Fényességértékek r szűrőben [mag]	Fényességértékek i szűrőben [mag]	Mérés helye
57216	16,087 ± 0,028	16,201 ± 0,014	16,193 ± 0,013	Piszkéstető
57216	16,168 ± 0,067	16,218 ± 0,018	16,215 ± 0,015	Piszkéstető
57219	16,066 ± 0,035	16,082 ± 0,028	16,144 ± 0,023	Piszkéstető
57221	16,075 ± 0,031	16,011 ± 0,025	16,065 ± 0,037	Piszkéstető
57222	16,321 ± 0,034	16,462 ± 0,024	16,360 ± 0,050	Baja
57223	16,140 ± 0,038	16,050 ± 0,019	16,120 ± 0,033	Piszkéstető
57224	16,271 ± 0,077	16,411 ± 0,024	16,195 ± 0,101	Baja
57225	16,463 ± 0,030	16,364 ± 0,014	16,456 ± 0,042	Baja
57227	16,411 ± 0,060	16,342 ± 0,035	16,225 ± 0,079	Baja
57232	16,532 ± 0,047	16,363 ± 0,028	16,281 ± 0,049	Baja
57236	16,436 ± 0,064	16,410 ± 0,017	16,214 ± 0,034	Baja
57237	16,445 ± 0,073	16,319 ± 0,023	16,136 ± 0,029	Baja
57240	16,437 ± 0,049	16,328 ± 0,024	16,041 ± 0,057	Baja
57243	16,507 ± 0,050	16,351 ± 0,015	16,126 ± 0,061	Baja
57243	16,114 ± 0,061	16,351 ± 0,015	16,317 ± 0,015	Baja
57244	16,466 ± 0,025	16,314 ± 0,019	16,020 ± 0,025	Baja
57245	16,466 ± 0,059	16,349 ± 0,022	16,097 ± 0,040	Baja
57246	16,496 ± 0,045	16,307 ± 0,021	16,086 ± 0,042	Baja
57247	16,496 ± 0,051	16,339 ± 0,027	16,090 ± 0,046	Baja
57249	16,437 ± 0,046	16,207 ± 0,014	15,916 ± 0,081	Baja
57253	16,588 ± 0,034	16,262 ± 0,005	15,923 ± 0,021	Baja
57260	16,581 ± 0,072	16,174 ± 0,006	15,904 ± 0,053	Baja
57264	16,405 ± 0,027	16,286 ± 0,048	15,986 ± 0,057	Baja
57266	16,468 ± 0,059	16,272 ± 0,051	15,972 ± 0,070	Baja
57267	16,437 ± 0,057	16,197 ± 0,013	15,889 ± 0,063	Baja
57268	16,475 ± 0,039	15,944 ± 0,012	15,851 ± 0,035	Piszkéstető
57275	16,345 ± 0,046	15,930 ± 0,025	15,828 ± 0,057	Piszkéstető
57318	16,211 ± 0,115	15,937 ± 0,021	15,727 ± 0,020	Piszkéstető
57465	18,344 ± 0,025	18,148 ± 0,010	18,148 ± 0,010	Baja
57465	18,583 ± 0,076	18,352 ± 0,030	18,130 ± 0,023	Piszkéstető

11. táblázat: A PSN-NGC6412 szupernóva standard rendszerbe számolt fényességértékei.

A PSN-NGC6412 standardizált látszó fényességének időbeli változása a 18. ábrán látható. A piszkéstetői adatokat eltoltam függőlegesen, hogy fedésbe hozzam a bajai mérésekkel.

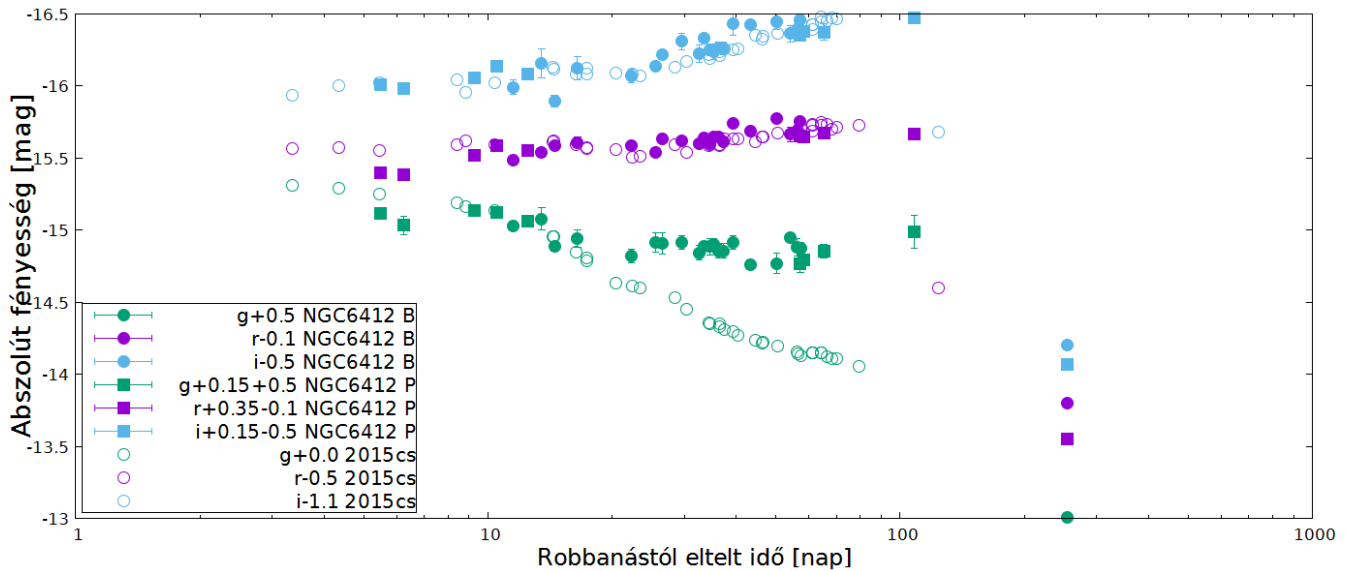


18. ábra: PSN-NGC6412 g'r'i' szűrős fénygörbéje.

Az ábráról feltételezhető, hogy a PSN-NGC6412-nek van egy állandó fényességű szakasza, platója. Ez egyértelműen a II-P típusra jellemző. Tehát feltételezhetően a PSN-NGC6412 egy II-P típusú szupernóva.

Összevettem a PSN-NGC6412 fénygörbéjét egy másik szupernóváéval, a SN 2005cs-el aminek fényesség-értékeit Pastorello et al. [12] cikkéből vettem, és átszámoltam g'r'i' rendszerbe. Mindkettőt abszolút fényességértékekbe számoltam át a (12) képlet segítségével. A két szupernóva fénygörbéje hasonlít egymásra r' és i' szűrőben, és mindkettő maximális fényessége -15 magnitúdó körül van, ami alacsonynak számít a szupernóvák körében. Az összehasonlítást a 19. ábra mutatja.

PSNJ17292918+7542390 és SN 2005cs



19. ábra: A PSN-NGC6412 és a SN 2005cs abszolút fényesség értékeinek összehasonlítása.

4.2 A bolometrikus fénygörbék előállítása

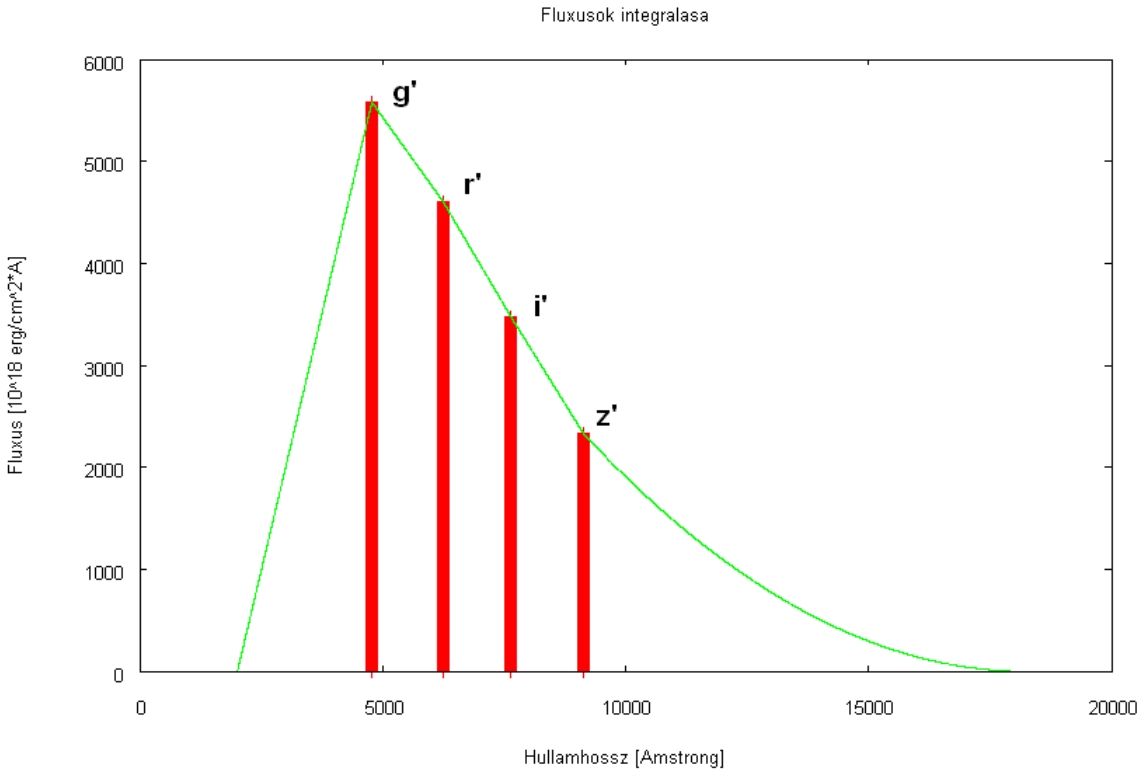
Az elemzés elvégzésére nekünk az abszolút bolometrikus fényesség – azaz a teljes hullámhossztartományra kiintegrált abszolút fényesség – kell, mert ez arányos a szupernóva egységnyi idő alatt kibocsátott sugárzási energiájával, az ún. luminozitással. Ezt a SN 2013ej és SN 2014G esetében egy ún. bolometrikus integrálási eljárás segítségével valósítottam meg.

A bolometrikus integrálási eljárás első lépéseként korrigálnom kellett a csillagközi anyagban fellépő fénygyengülésre (extinkció, A_λ), ami viszont minden hullámhosszra más és más. A Tejútrendszerbeli extinkció értékeit a NED² [4] adatbázisból vettem, majd megfelelő szűrőben mért fényesség-értékből kivontam a megfelelő extinkciót. A Tejútrendszeren túli extinkcióra csak a SN 2014G esetén korrigáltam, amit Bose et al. cikkéből vettem [9]. A többinél nem áll ilyen rendelkezésre, de valószínűleg nem jelentős, mert felülről látunk rá a galaxisokra, így kevesebb anyagon nézünk keresztül. Mivel a magnitúdók nem additív mennyiségek, ezért fluxussá kellett átalakítani őket. Ezt a következő összefüggés alapján tettem meg:

² Nasa Extragalactic Database (<http://ned.ipac.caltech.edu>)

$$F_{\lambda} = 10^{-(m_{\lambda}+48,6)/2.5} \cdot \left(\frac{c}{\lambda^2}\right) \quad (8)$$

, ahol m a fényesség értéke magnitúdóban, c pedig a fénysebesség. A fenti képlet az SDSS-fotometriában általánosan alkalmazott AB-magnitúdókat alakítja át fizikai egységekben mért fluxussá.



20. ábra: A zöld vonal alatti terület a bolometrikus fluxus, a piros vonalak pedig a szűrőkkel mért fluxusok.

A fluxusok már additív mennyiségek, tehát integrálhatóak a hullámhossz mentén. A robbanás intenzitás-eloszlását feketetest-sugárzás-jellegűnek véve, az integrálást a következő módon végeztem. Az egyes szűrőkben mért fluxusértékeket egyenes vonallal összeköttem, majd a trapéz módszert alkalmazva határoztam meg a görbe alatti területet. Az ultraibolya tartományról és az infravörös tartományról a SN 2014G kivételével nem állnak rendelkezésre közvetlen mérési információk, így az infravörös tartományt a $(1/3)F_z\lambda_z$ szorzattal, az ultraibolya tartományt pedig a $(1/2)F_g(\lambda_g-\lambda_{3000})$ szorzattal közelítettem. Az előbbi közelítés a feketetest-sugárzás Rayleigh-Jeans-féle közelítése szerint a z' sávától a végtelenig történő integrálás, az utóbbi pedig egy tapasztalati közelítés (20. ábra). Az így kapott fluxusokat, hogy luminozitássá alakítsam, be kellett szoroznom annak a gömbnek a felületével, amelynek sugara a szupernóva tőlünk mért távolsága. A szupernóvák szülőgalaxisainak

távolságértékeit a NED adatbázisból vettem [4].

Végül a luminozitást abszolút fényességgé alakítottam a következő képlettel:

$$M_{bol,SN} - M_{bol,Nap} = -2.5 \log_{10} \left(\frac{L_{SN}}{L_{Nap}} \right) \quad (9)$$

, ahol M a bolometrikus fényesség, L pedig a luminozitás.

Ahol az egyik szűrőben nem volt mérési adat, ott a szomszédos értékre illesztett egyenessel közelítettem a hiányzó pontot (lineáris interpoláció). A bolometrikus integrálást is saját C programmal hajtottam végre.

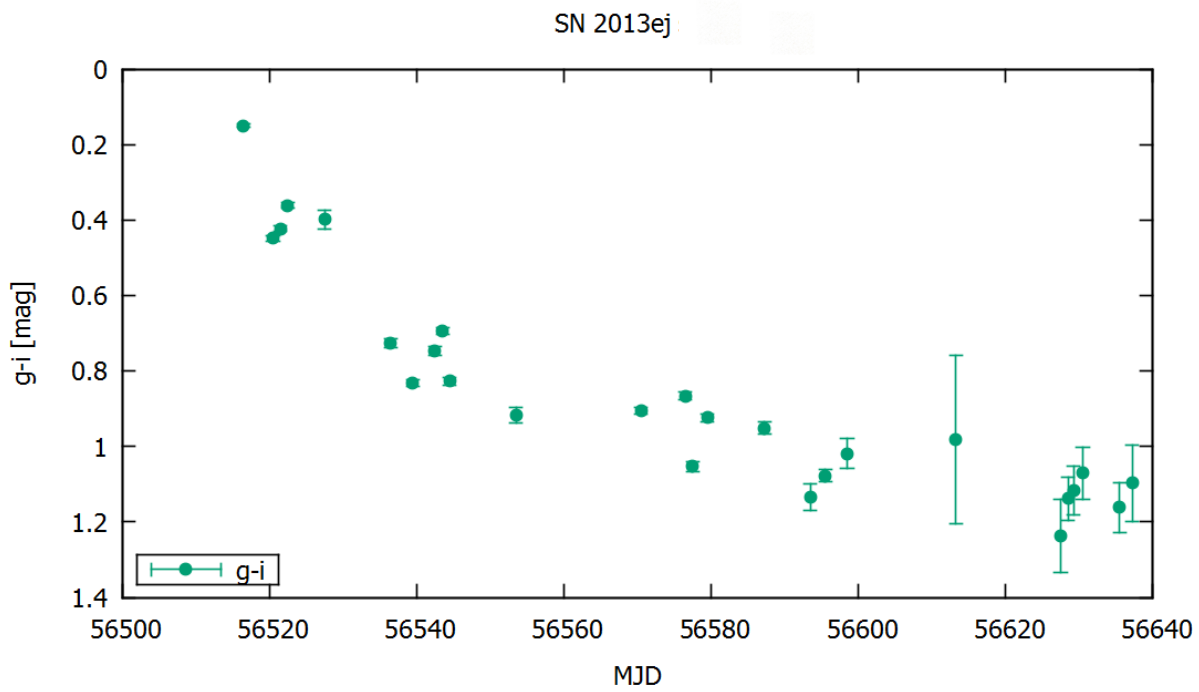
Az SN 2014G esetén g' szűrőben a szupernóva gyorsan halványodott, így a mérések végén már nem volt látható, míg a többi szűrőben továbbra is látható volt. Ezt a szakaszt (56760 MJD után) Bose et al. [9] méréseivel pótoltam, amit konvertáltam g' szűrőbe.

Egy adott szupernóva sugárzásának UV-tartományba eső részének fentebb vázolt becslése csak abban az esetben jó, ha ebből a tartományból kevesebb sugárzás jön mint a látható tartományból. Feketetest-sugárzás jelleget feltételezve ez akkor teljesül ha a sugárzás maximumához tartozó hullámhossz nagyobb, mint a legrövidebb hullámhosszú szűrő centrális hullámhossza. A legrövidebb hullámhosszú szűrő a g' szűrő melynek centrális hullámhossza 477 nm. A Wien-törvény értelmében ez kb 6000K. Ha a maradvány ennél hidegebb, akkor jó a közelítés, ha a hőmérséklete sokkal nagyobb, akkor nem. A hőmérsékletre becslést lehet tenni a szín, vagyis két különböző szűrőben mért fényességértékek különbségének segítségével, a következő képlettel:

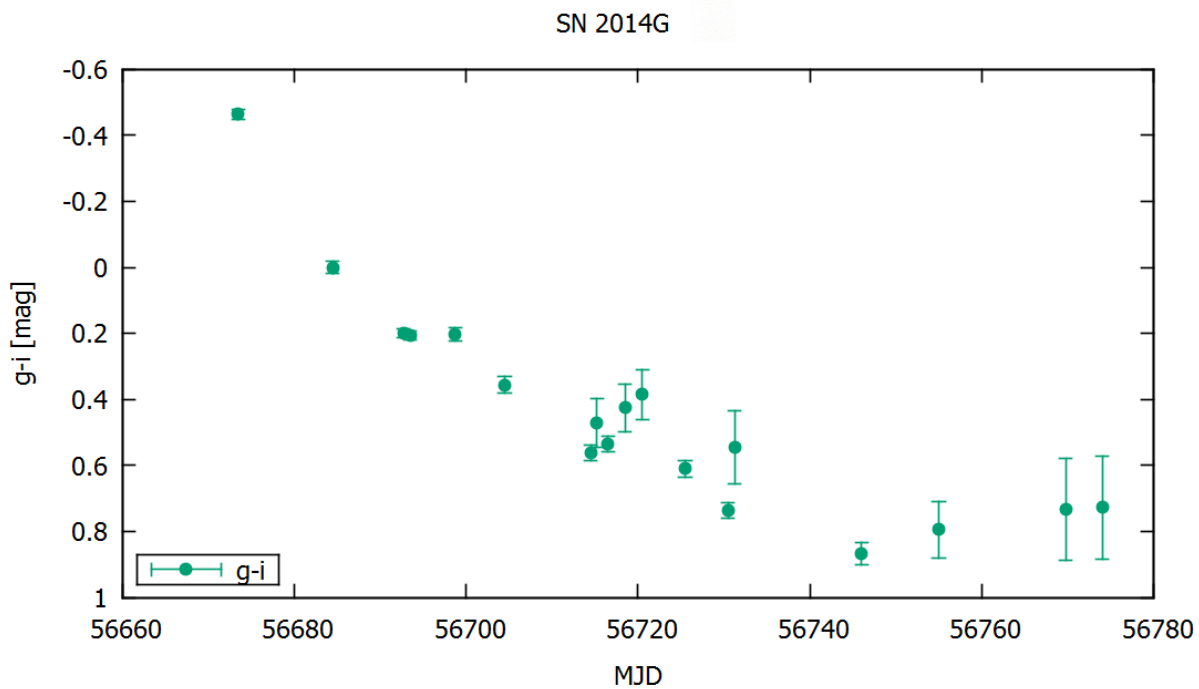
$$m'_{\lambda_1,SN} - m'_{\lambda_2,SN} = -2.5 \log_{10} (B(\lambda_1, T) \cdot \lambda_1^2 / c) + 2.5 \log_{10} (B(\lambda_2, T) \cdot \lambda_2^2 / c) \quad (10)$$

, ahol m' a standardizált fényesség, λ a hullámhossz, T a hőmérséklet, $B(\lambda, T)$ pedig a Planck-függvény függvénye. Beírva a g' és i' szűrők paramétereit: $T=6000K$, $\lambda_1=g$, $\lambda_2=i$, $m'_g - m'_i = g-i = 0.5$ adódik. Tehát ha $g-i$ szín 0,5-nél nagyobb, az UV tartományra jó a közelítés. A standardizált adatokat korrigálni

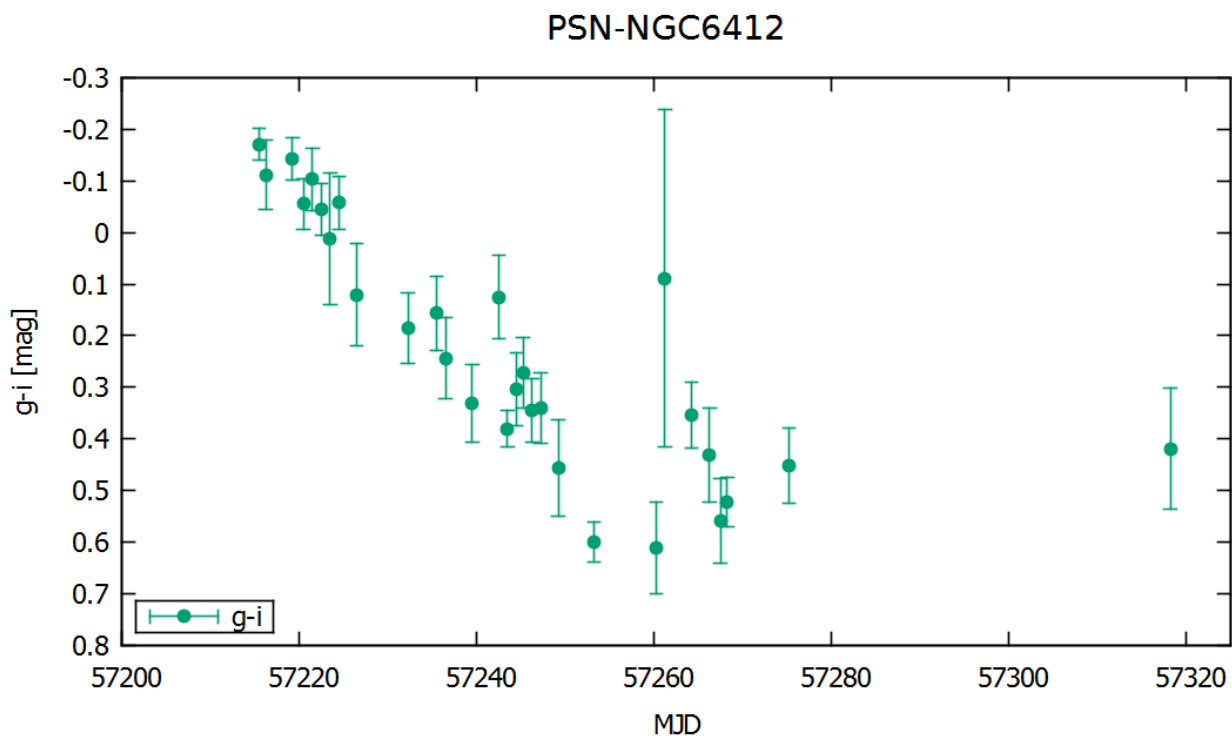
kell az extinkcióra. A három szupernóva $g'-i'$ színét a 21. ábra, 22. ábra, és a 23. ábra mutatja.



21. ábra: SN 2013ej $g'-i'$ színe az idő függvényében.



22. ábra: SN 2014G $g'-i'$ színe az idő függvényében.



23. ábra: PSN-NGC6412 g'-i' színe az idő függvényében.

A SN 2013ej esetében az UV tartományra végig jó a közelítés. Ezt a Valenti et al. [8] cikkében szereplő hőmérséklet-becslések is alá támasztják, melyek szerint a maradvány hőmérséklete már az első mérési időpontban 7000K alatt van. A SN 2014G esetében a korai szakaszban nem ez a helyzet, ezért az UV-tartományba eső sugárzásmennyiség pontosabb becsléséhez felhasználtam a Swift-űrtávcső publikus ultraibolya méréseit. Ezeket az adatokat Bose et al. [9] cikkéből vettem, és az első öt mérési eredményemhez használtam fel. A későbbi szakaszban már nem készültek Swift-mérések, de mivel ekkorra a maradvány hőmérséklete lecsökkent, elég volt a fentebb taglalt közelítést használni. A Swift méréseket fluxussá a következő képlettel számoltam:

$$F_{\lambda} = 10^{(-0.4*(m+ZP_{\lambda}-A_{\lambda}))} \quad (11)$$

, ahol m a mért fényességek, ZP a zéruspontok, A pedig az extinkció. Ez után a fentebb irt trapezoid módszer segítségével összeintegráltam a Swift és a saját fluxusaimat. Az egyes hullámhosszakon érvényes extinkcióértékek kiszámításához szükséges vörösödési értékeket (E(B-V)) a NED

adatbázisból kerestem ki [4]. A (11) képlethez tartozó konstansokat a 12. táblázat mutatja.

szűrő	λ [nm]	ZP_λ [mag]	A_λ [mag]
uvw2	203	20,66	7.63*E(B-V)
uvm2	223,1	20,85	8.37*E(B-V)
uvw1	263,4	21,01	6.18*E(B-V)
u	346,5	21,13	5.00*E(B-V)
b	439,2	20,47	4.16*E(B-V)
v	546,8	21,06	3.16*E(B-V)

12. táblázat: A Swift űrtávcső szűrőinek paraméterei.

A PSN-NGC6412 esetében egy másik módszert alkalmaztam a bolometrikus fénygörbe előállításához, mivel sem UV-tartománybeli, sem z-szűrős mérések nem álltak rendelkezésre, így megpróbáltam meghatározni a bolometrikus korrekciót (BC). A BC-t úgy definiáltam, hogy a bolometrikus magnitúdóból kivontam az r' szűrőben mért magnitúdót: $BC = M_{bol} - M_r$.

A BC-t a színből próbáltam meghatározni. Ábrázoltam a BC-t a g-i szín függvényében a SN 2014G és SN 2013ej esetében. A két mennyiség között korrelációt találtam (24. ábra), és tört egyenest illesztettem rá:

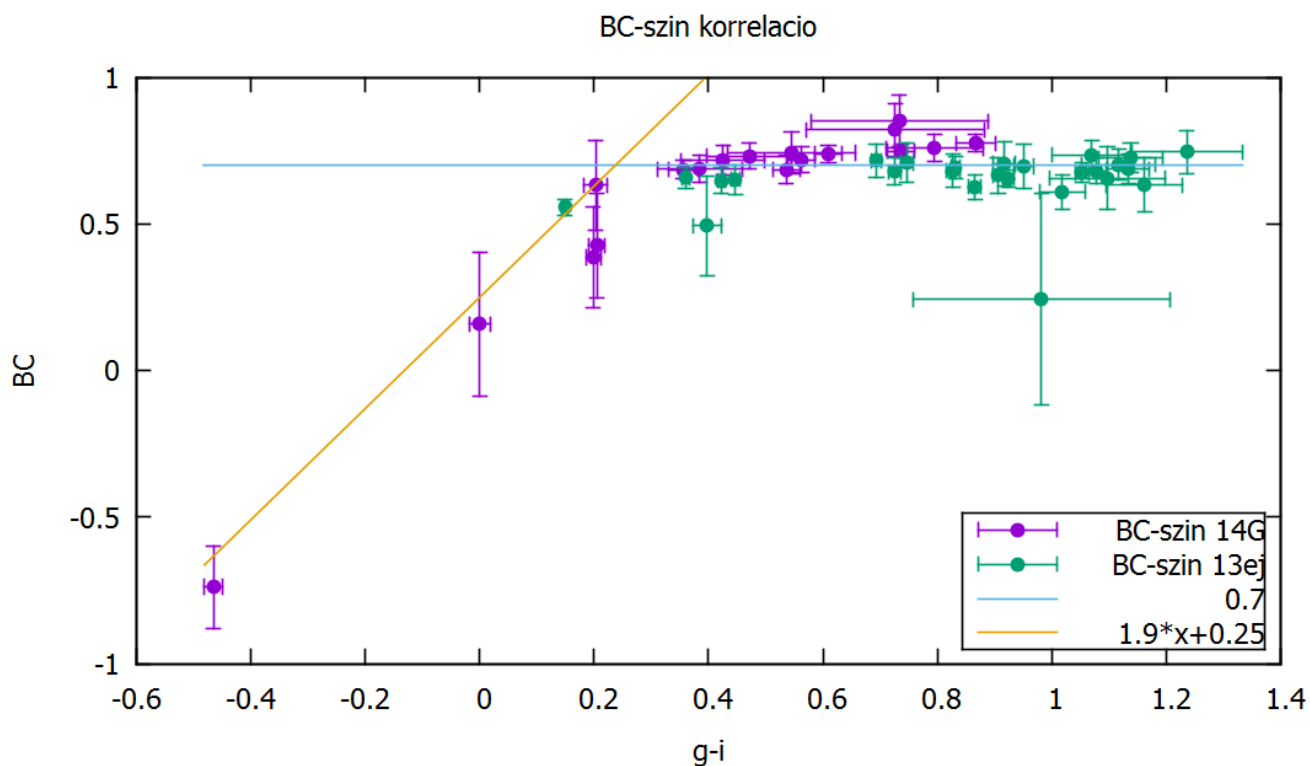
$$BC = 1.9*(g-i)+0.25 \text{ ha } (g-i) < 0.237$$

$$BC = 0.7 \text{ ha } (g-i) > 0.237$$

Így a PSN-NGC6412 g'-i' színéből meghatároztam a BC-t, amit szimplán hozzáadtam az r' abszolút fényesség-értékhez; $M_{bol} = BC + M_r$. A BC-szín összefüggést a 24. ábra mutatja. A standardizált és abszolút fényesség-értékek között az összefüggés:

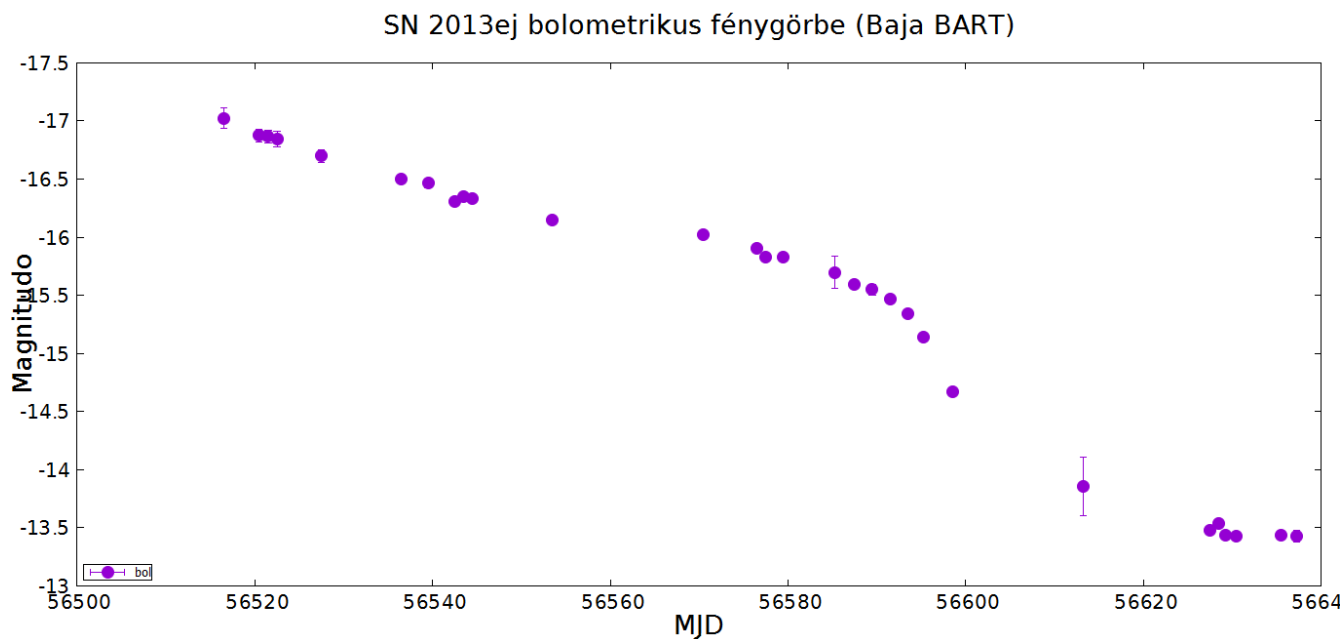
$$M_\lambda - m'_\lambda = -5 \log_{10}(d) + 5 - A_\lambda \quad (12)$$

, ahol m' a standardizált, M az abszolút fényesség-érték, d az objektum távolsága parszekben, A az interstelláris por okozta extinkció.



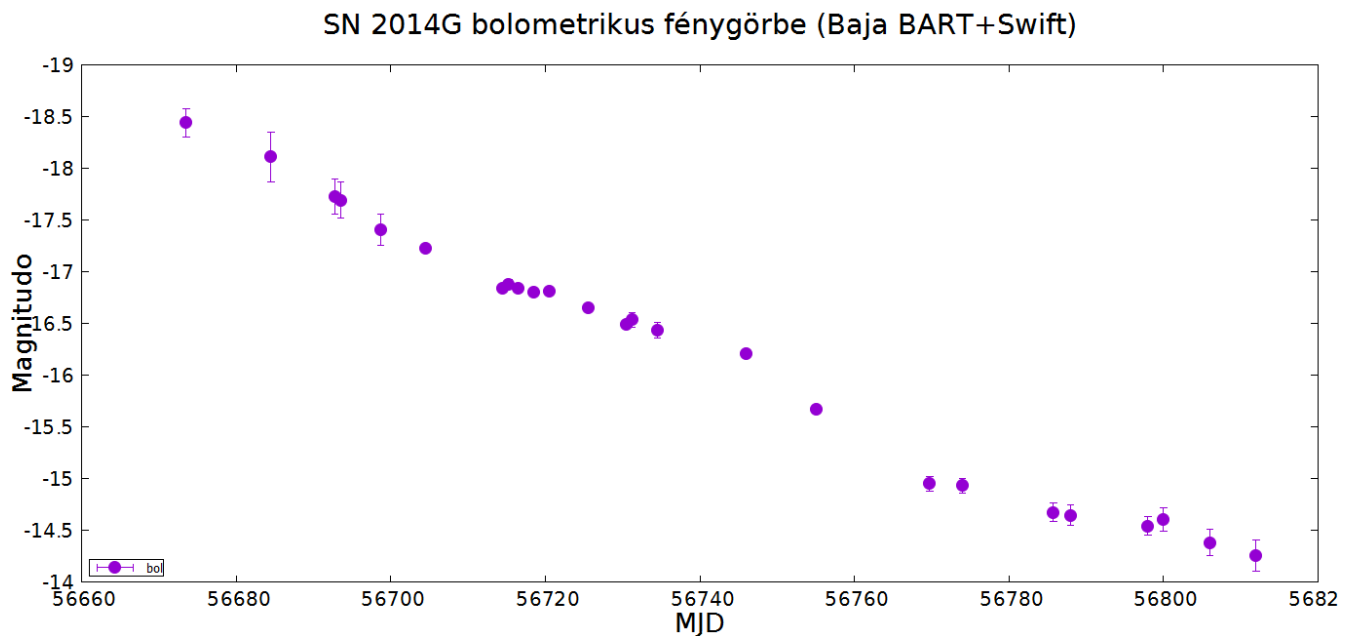
24. ábra: $g-i$ függvényében a bolometrikus korrekció értéke. A két mennyiség között korreláció van, amit tört vonallal illeszttem.

Az SN 2013ej számolt bolometrikus fényességének időbeli változása a 25. ábrán látható.



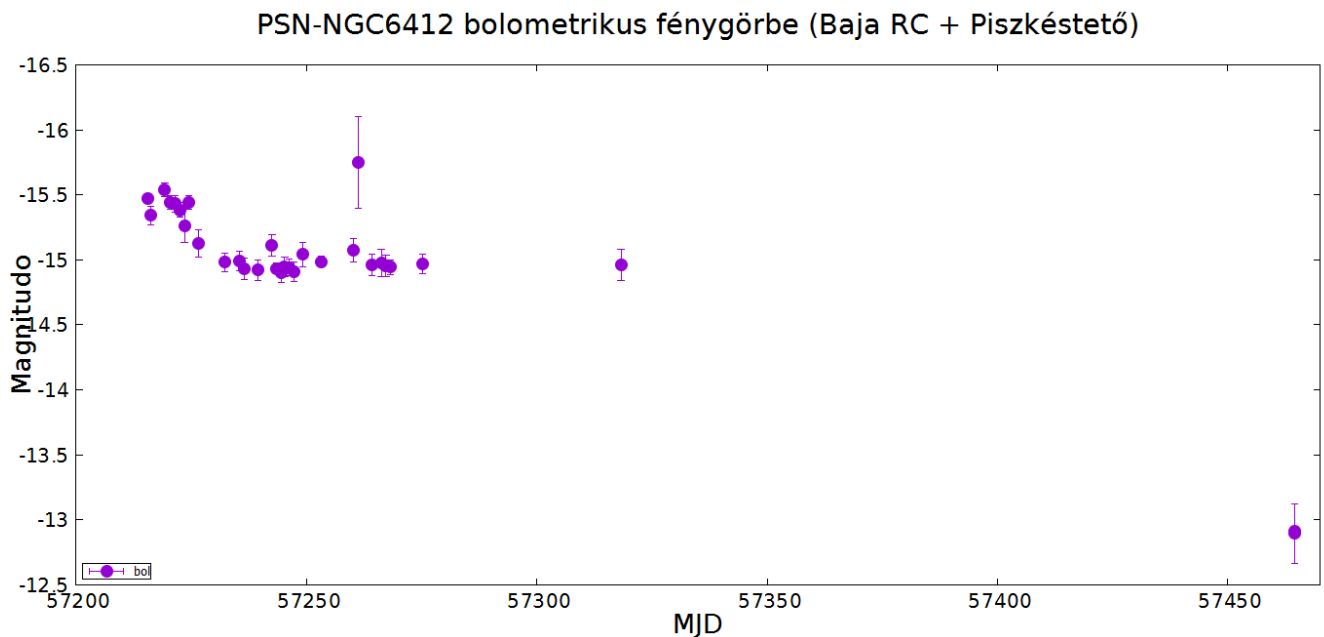
25. ábra: SN 2013ej számolt bolometrikus fénygörbéje.

Az SN 2014G számolt bolometrikus fényességének időbeli változása a 26. ábrán van feltüntetve.



26. ábra: SN 2014G számolt bolometrikus fénygörbéje.

Az PSN-NGC6412 számolt bolometrikus fényességének időbeli változása a 27. ábrán van feltüntetve.



27. ábra: PSN-NGC6412 számolt bolometrikus fénygörbéje.

4.3 Fénygörbe-modellezés

A modellezéshez a bolometrikus fénygörbére volt szükségem. A fizikai paraméterek meghatározásához két modellt használtam. Az egyik modell egy egyszerű saját modell, a másik egy összetett modell, amit a szupernóva-kutatócsoport egyik doktorandusza, Nagy Andrea programozott [5].

Az általam programozott modell, a radioaktív modell alapfeltevése az, hogy szupernóva-robbanás fényessége csak a feltételezett radioaktív elemek bomlásából származik, és a maradvány teljesen átlátszó. Ezzel a robbanás korai szakaszát nem lehet vizsgálni, hisz a maradvány nem átlátszó még, de később a nebuláris szakaszt már képes jól leírni. Előnye, hogy a modellező program gyorsan lefut, illetve képes akár több ezer nappal a robbanás után is leírni a görbét további radioaktív elemek figyelembe vételével. Ehhez azonban ismerni kell a keletkezett radioaktív elemek tömegét. A fénygörbe illesztésekor elég volt a ^{56}Ni és ^{56}Co figyelembe vétele, mert a tágulás korai szakaszában ezek adják a legnagyobb járulékot. A modellt leíró C programomat a függelékben csatoltam.

Saját egyszerű modellelemmel a nikkeltömeget és az oszlopsűrűséget lehet meghatározni. A nikkelt kobalttá, majd a kobalt vassá való bomlása folyamatosan energiával látja el a maradványt. Ez az energia a bomlással arányos, ami pedig az atommagok számával. Az atommagok számának időbeli lefutását a bomlási törvényből kapjuk, amellyel pedig a luminozítás a következő képlettel számolható:

$$L = \gamma M_{Ni,0} \left[\epsilon_{Ni} e^{-\lambda_{Ni} t} + \epsilon_{Co} \frac{\lambda_{Ni}}{\lambda_{Co} - \lambda_{Ni}} (e^{-\lambda_{Ni} t} - e^{-\lambda_{Co} t}) \right] \quad (13)$$

, ahol ϵ az egységnyi tömegre és időre jutó energiatermelés ($\epsilon_{Ni} = 3890 \text{ J/(s g)}$, $\epsilon_{Co} = 680 \text{ J/(s g)}$), λ pedig az elemek bomlási állandója.

A bomlásból származó energia nagy része gamma-fotonok formájában sugárzódik ki. Sűrű anyag esetén a maradvány ezt teljes egészében elnyeli, azonban ahogy tágul, a sűrűség csökkenni kezd, növekedik az átlátszóság, és a fotonok egy része el tud szökni. Ez a jelenség a „gammaszivárgás” (gamma-ray leaking), ez a (9) képletben szereplő γ mennyiség. A gamma-fotonok elnyelődésének valószínűségét a kezdeti oszlopsűrűség adja meg, az időbeli lefutását pedig a következő képlet [6]:

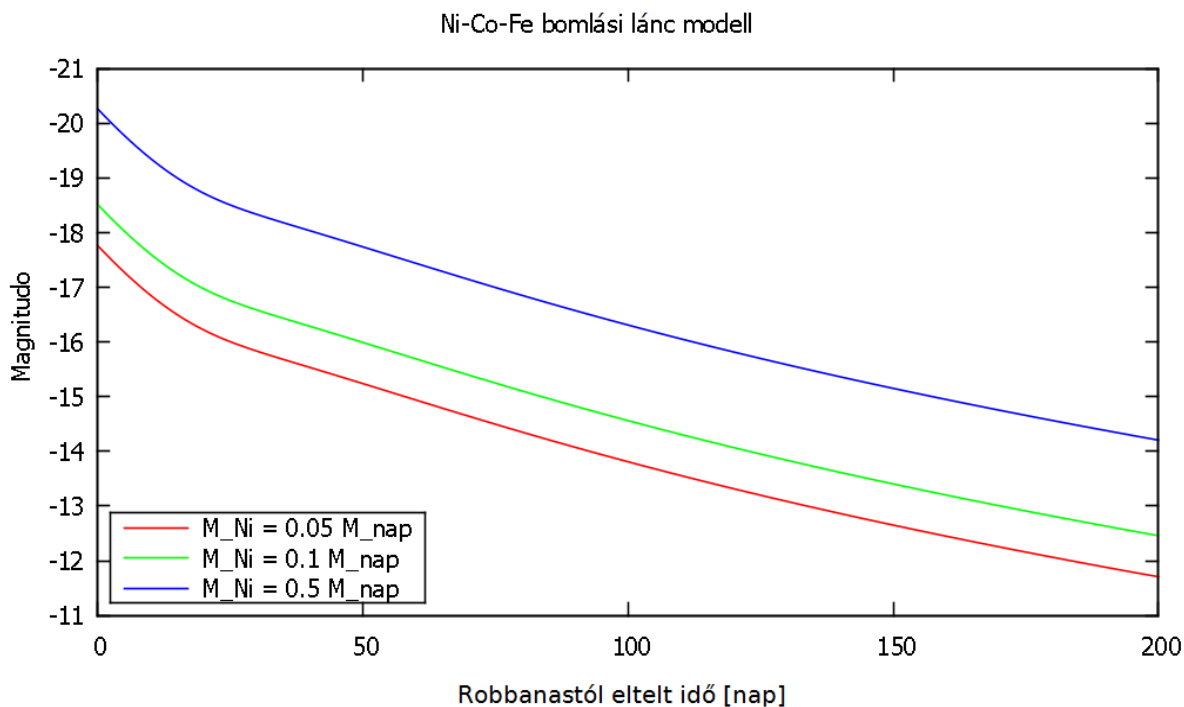
$$\gamma = 1 - \exp\left[-K_{Co} \cdot O \cdot \left(\frac{1}{t}\right)^2\right] \quad (14)$$

, ahol O az oszlopsűrűség, $K_{Co}=0,028 \text{ cm}^2/\text{g}$ pedig a kobalt gamma-fotonra vonatkozó opacitása. A fénygörbe késői lefolyása csak az oszlopsűrűségtől és a nikkeltömegtől függ.

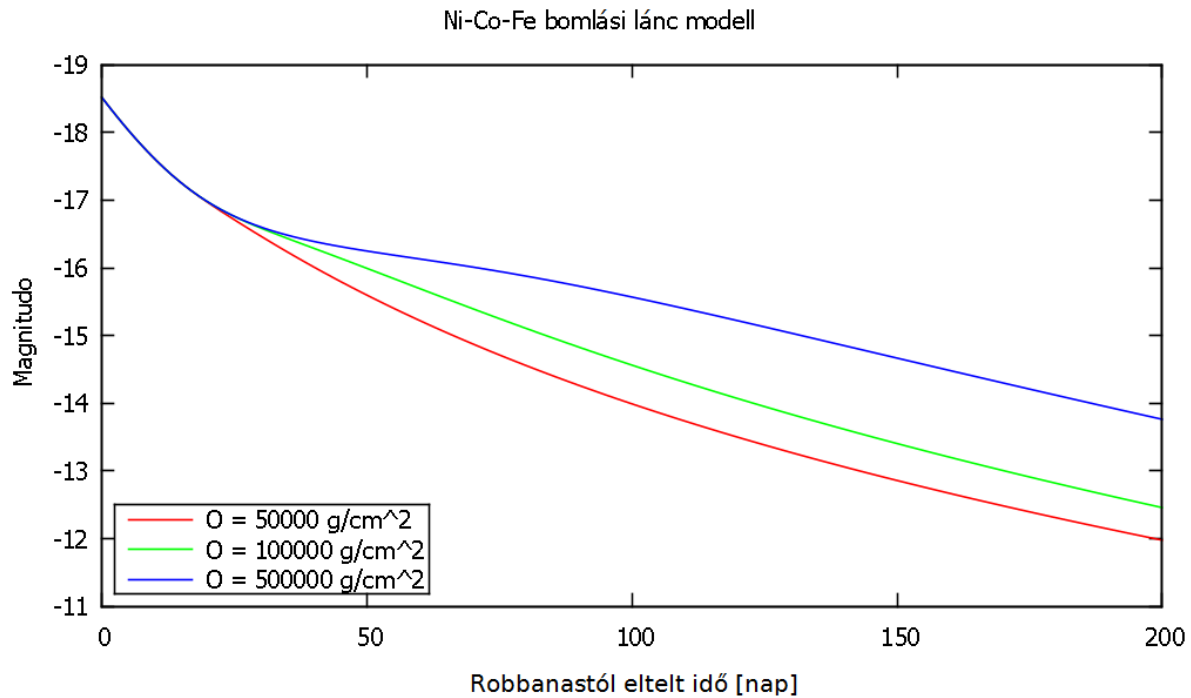
Az oszlopsűrűség nem független mennyiség, függ a ledobódott tömegtől (M_{ej}) és a kinetikus energiától (E_{kin}) a következő módon:

$$O = \frac{9}{40 \cdot \pi} \cdot \frac{M_{ej}^2}{E_{kin}} \quad (15)$$

A fizikai paraméterek változásának hatásai a fénygörbére a 28. és 29. ábrán láthatók.

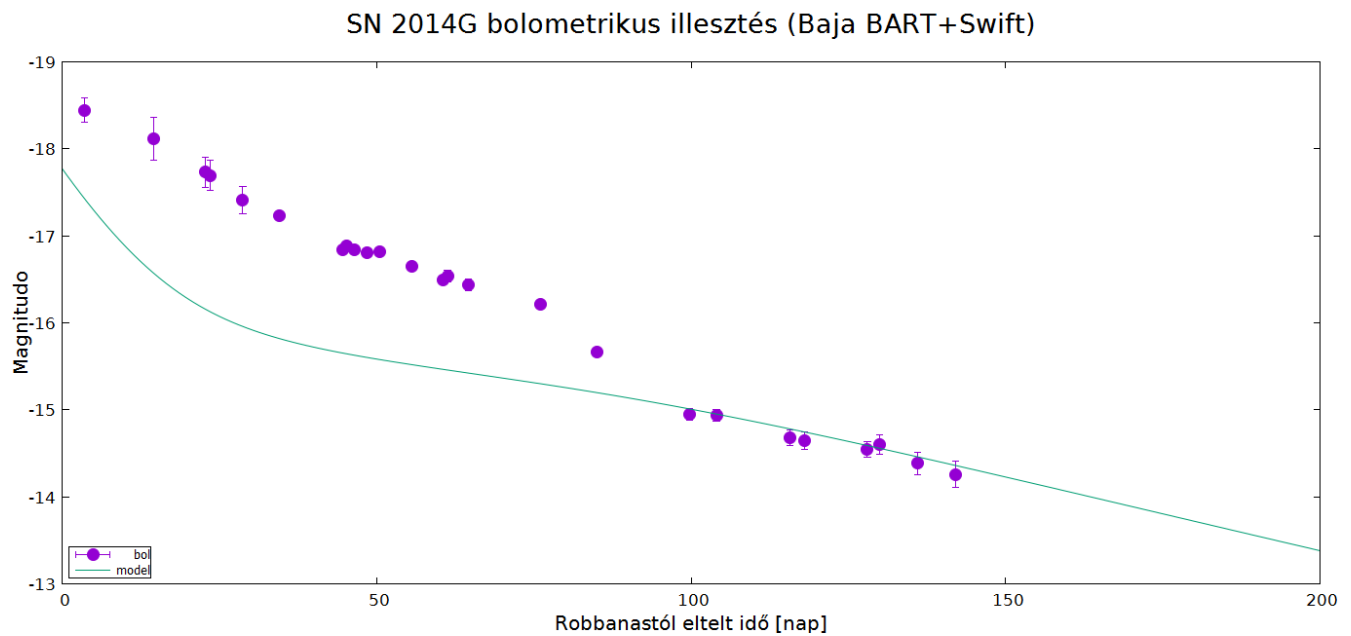


28. ábra: A radioaktív modellben a fénygörbe változása a nikkeltömeg függvényében rögzített oszlopsűrűségen ($100000 \text{ g}/\text{cm}^2$).



29. ábra: A radioaktív modellben a fénygörbe változása az oszlopsűrűség függvényében rögzített nikkeltömegen (0.1 naptömeg).

A radioaktív modell illeszkedése az SN 2014G bolometrikus fénygörbéjére a 30. ábrán van feltüntetve.



30. ábra: SN 2014G-re illesztett radioaktív modell.

A radioaktív modell csak a fénygörbe késői szakaszát írja le elfogadhatóan.

A radioaktív modellel meghatározott fizikai paramétereket a 13. táblázat tartalmazza.

Név	SN 2013ej	SN 2014G	PSN-NGC6412
Nikkeltömeg (naptömeg)	$0,02 \pm 0.005$	$0,05 \pm 0.005$	$0,03 \pm 0.015$
Oszlopsűrűség (g/cm ²) 10 ⁶ s-kor	>3.000.000	$1.000.000 \pm 500.000$	>500.000

13. táblázat: A saját modellből meghatározott fizikai paraméterek.

Nagy Andrea modellje az ún. diffúziós modell, ami a radioaktív bomlásból származó energia mellett figyelembe veszi a kezdeti lökéshullámból származó energiát is. Ez a modell figyelembe veszi azt is, hogy a maradvány kezdetben nem átlátszó. A fotonok terjedését diffúziós esetben vizsgálja. Figyelembe veszi továbbá, hogy a maradvány adiabatikusan tágul, emiatt lehül. A modell a maradványt két részre osztja, egy ionizálódott részre és egy semleges részre. A maradvány kezdetben ionizált, ahol sok a szabad elektron, melyeken a fotonok Thomson-szórást szenvednek, emiatt a maradvány erősen átlátszatlan lesz. Ahogy a maradvány hűl, az ionok egy adott hőmérsékleten rekombinálnak. A semleges maradványban a fotonok kevésbé szóródnak, emiatt a maradvány átlátszóvá válik. Az ionizációs front adja a maradvány fotoszféráját. A rekombinációs hőmérséklet minden elemre más. Hidrogén esetén ez a hőmérséklet kb. 5500 K, hélium esetén kb. 10000 K. A modellben egy fontos közelítés az, hogy optikai tartományban az abszorpciós tényező állandó. A maradvány sűrűsége exponenciálisan cseng le a modellben. Ez a modell képes a teljes tágulási szakaszt leírni, a futási idő viszont jóval lassabb, mint a radioaktív modellé.

A megadható kezdeti paraméterek a következők: a felrobbanó csillag (progenitor) sugara, a robbanás során ledobódott tömeg, keletkező radioaktív nikkelizotópok össztömege, mozgási és belső energia, rekombinációs hőmérséklet, abszorpciós tényező (opacitás). A fénygörbére mindnek más és más hatása van.

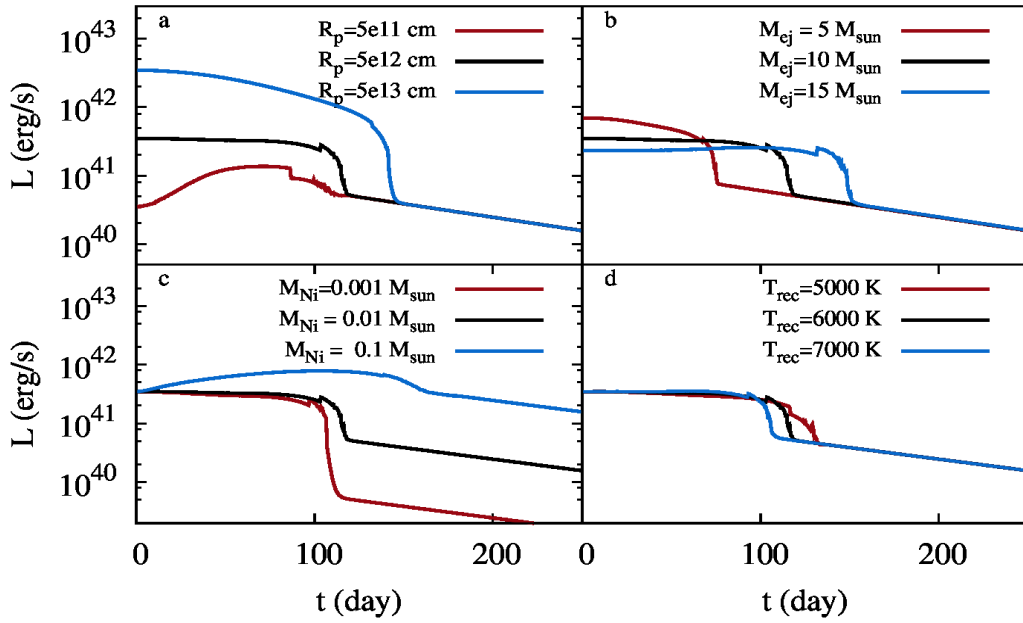
A paraméterek hatásai a fénygörbére:

- Progenitor sugara (R_p): minél nagyobb, annál nagyobb lesz a luminozitás és így a maximális fényesség is, továbbá a teljes fotoszferikus szakasz fényességét is megnöveli.
- Ledobódott tömeg (M_{ej}): a vasmagról visszapattanó réteg, a csillag külső légkörének tömege. Ez a tömeg, a kompakt maradvány tömege és a korábban csillagszél formájában ledobott anyag tömege adják a progenitor tömegét, viszont a másik két tömeget nem ismerjük. Minél nagyobb a ledobódott tömeg, annál több energia kell a fűtésére, és így ha az értéke nő, a teljes fényesség csökken, továbbá nő a plató időtartama.
- Rekombinációs hőmérséklet (T_{rec}): az a hőmérséklet, amelyben az adott anyag ionizált állapotból visszakerül az atomi állapotba. Ez elemenként különböző. A szabad elektronok miatt Thomson-szórás lép fel a fotonoknál, emiatt a közeg átlátszatlan lesz. Ha a hőmérséklet a rekombinációs hőmérséklet alá csökken, az anyag hirtelen átlátszó lesz. A hidrogén esetén ez a hőmérséklet kb. 5500 Kelvin, hélium esetén kb. 10000 K. 0 K beállítása azt jelenti, hogy a rekombinációt nem vesszük figyelembe, a maradvány végig ionizált marad.
- Energiák (E_{kin} és E_{th}): a robbanás során keletkező mozgási és belső energia. Ha növekszik, akkor a teljes fotoszferikus fényessége növekszik. A mozgási energia növekedésével a csúcs szélessége csökken, és csökken a plató fázis időtartama. A belső energia növekedésével viszont a csúcs szélessége növekszik, illetve a fényesség kezdeti értéke is.
- Opacitás (K): a tömegegységre vonatkozó abszorpciós/extinkciós tényező. Szoláris kémiai összetételt feltételezve (70% H, 28% He, 2% egyéb) ennek az értéke $0,34 \text{ cm}^2/\text{g}$, a szupernóva maradványban gyakran ennél kevesebb.

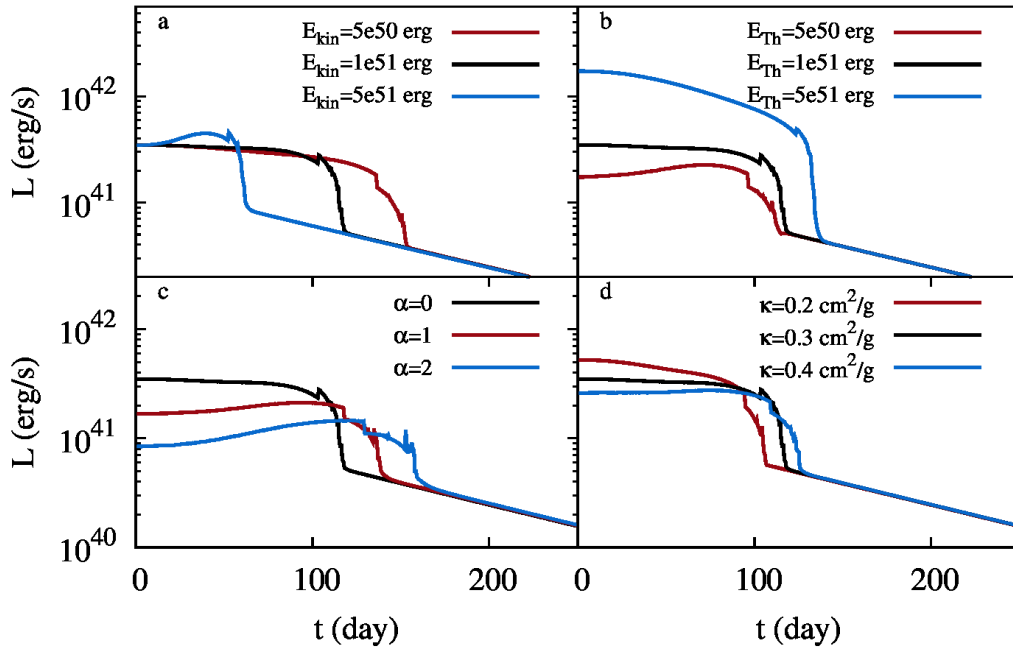
A nikkeltömeget és az oszlopsűrűséget a diffúziós modell is úgy veszi figyelembe ahogyan a radioaktív modell is, emiatt a nebuláris fázisban a két modell fénygörbéje azonos.

Fontos megjegyezni, hogy a fénygörbéket több különböző paraméter kombinációkkal is le lehet illeszteni, azaz többféle megoldás is létezik. Bár ezeket nagy részét ki lehet szűrni, mert fizikailag nincs értelmük, de emiatt az illesztett paraméterek bizonytalanságai jelentősek maradnak.

A kezdeti paraméterek változásainak hatása a fénygörbére a 31. és 32. ábrán van feltüntetve [5].

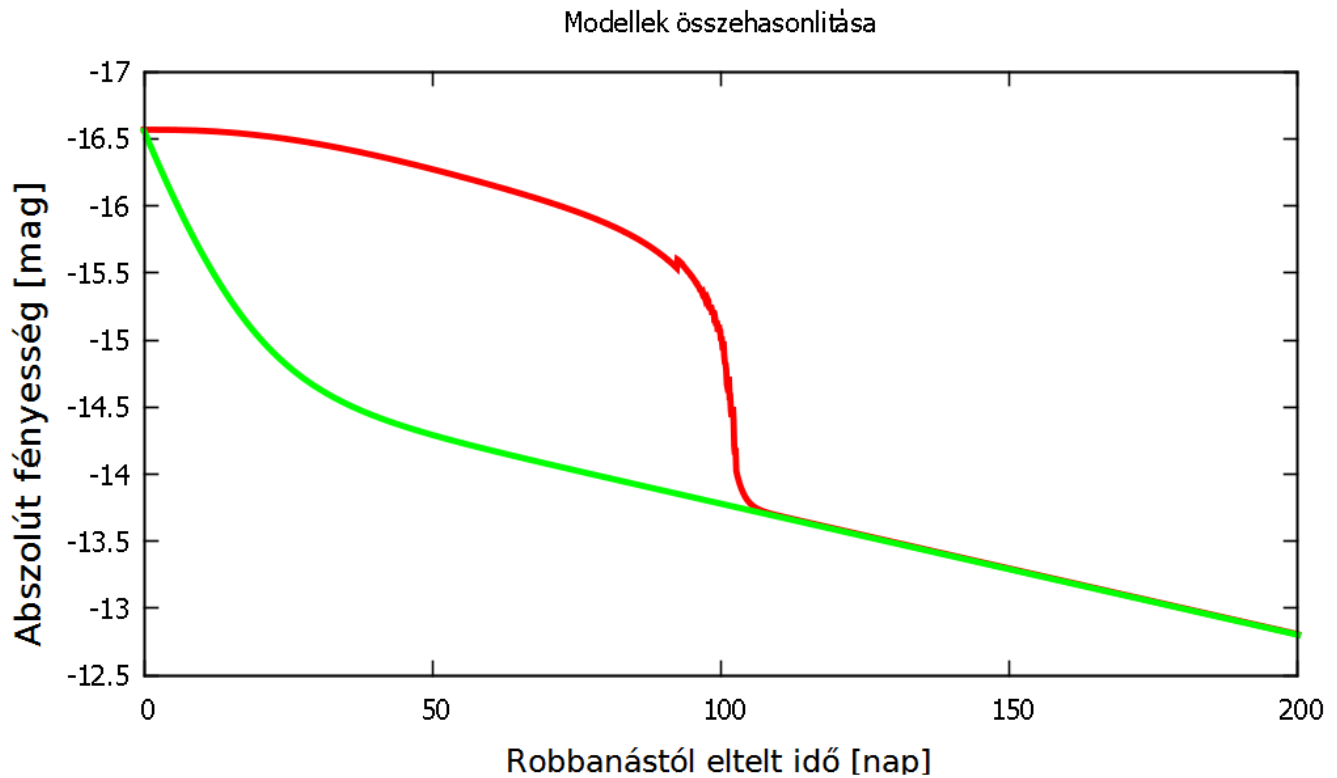


31. ábra: Kezdeti paraméterek változásainak hatása a fénygörbére a diffúziós modellben [5].



32. ábra: Kezdeti paraméterek változásainak hatása a fénygörbére a diffúziós modellben [5]. Az alfa az exponenciális sűrűség profil kitevője a maradványban.

A két modell összehasonlítását a 33. ábrán mutatom be. Jól látható, hogy a radioaktív modellben nem szereplő diffúzió és rekombináció hogyan módosítja a szupernóva fénygörbéjét a folyamatokat pontosabban leíró diffúziós modellben.

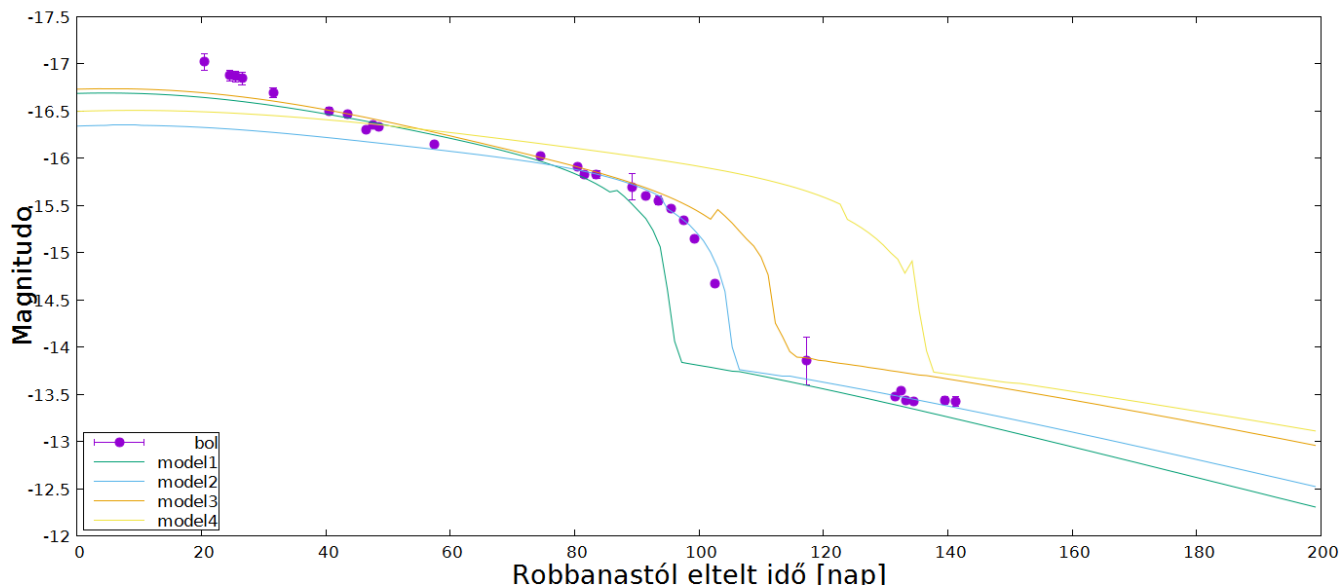


33. ábra: A radioaktív (zöld) és a diffúziós (piros) modellek összehasonlítása.

A modellek összehasonlításához az SN 2013ej-r vonatkozó 1. modell paramétereit használtam amelyek a 14. táblázatban láthatóak.

A 34., 35. és 36. ábrákon a diffúziós modell legjobb illesztéseit ábrázoltam a két szupernóva mért fénygörbéjére, és a 14., 15. és 16. táblázat mutatja a hozzá tartozó modellek paramétereit.

SN 2013ej bolometrikus illesztés (Baja BART)



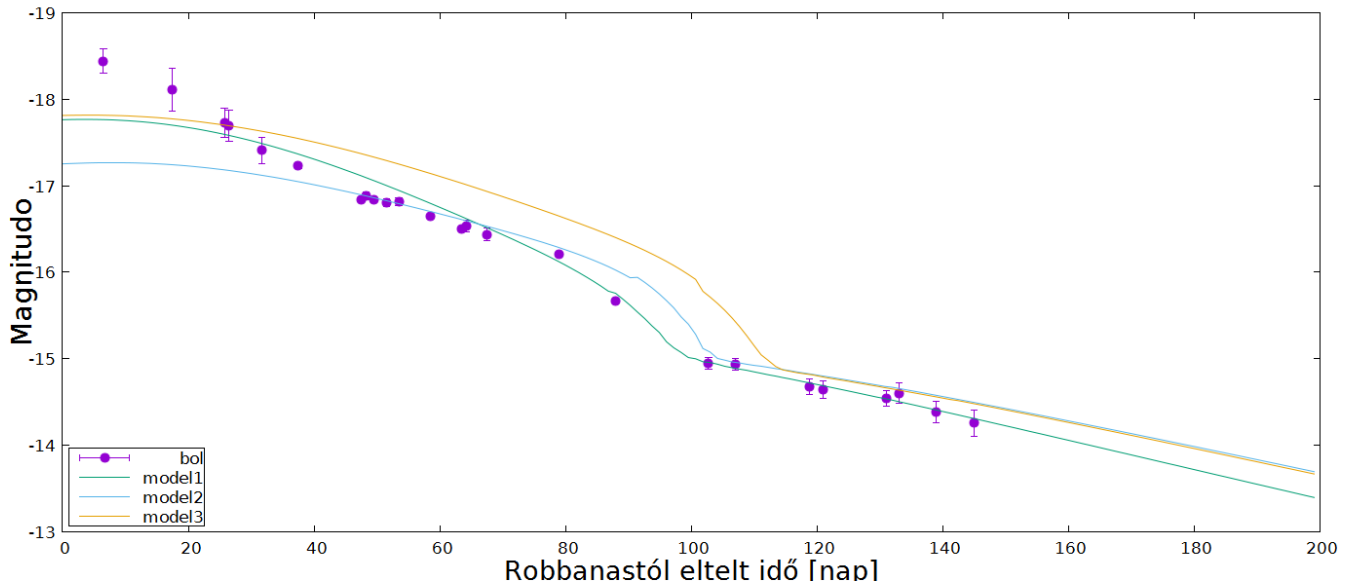
34. ábra: Az SN 2013ej bolometrikus fénygörbéjére illesztett diffúziós modellek.

Paraméter	1. modell	2. modell	3. modell	4. modell
Progenitor sugara (10^{12} cm)	25 ± 5	30 ± 5	29 ± 5	25 ± 5
Ledobódott anyag tömege (M_{Nap})	$4,5 \pm 2$	$6,5 \pm 2$	10 ± 2	$9,5 \pm 2$
Nikkel tömege (M_{Nap})	$0,017 \pm 0,005$	$0,017 \pm 0,005$	$0,02 \pm 0,005$	$0,02 \pm 0,005$
Belső energia (10^{51} erg)	$0,8 \pm 0,15$	$0,7 \pm 0,15$	$0,5 \pm 0,15$	$1,0 \pm 0,15$
Kinetikus energia (10^{51} erg)	$1,1 \pm 0,15$	$1,6 \pm 0,15$	$1,3 \pm 0,15$	$1,3 \pm 0,15$
Rekombinációs hőmérséklet (K)	5500	5500	5500	5500
Opacitás (κ) (cm^2/g)	0,34	0,34	0,2	0,24
Sűrűség profil kitevője	1	1	1	1

14. táblázat: A SN 2013ej meghatározott fizikai paramétereit.

A bolometrikus fénygörbére a 2. modell illik a legjobban, azonban a robbanási időpont bizonytalansága miatt az 1. és 3. modell sem kizárható.

SN 2014G bolometrikus illesztés (Baja BART+Swift)



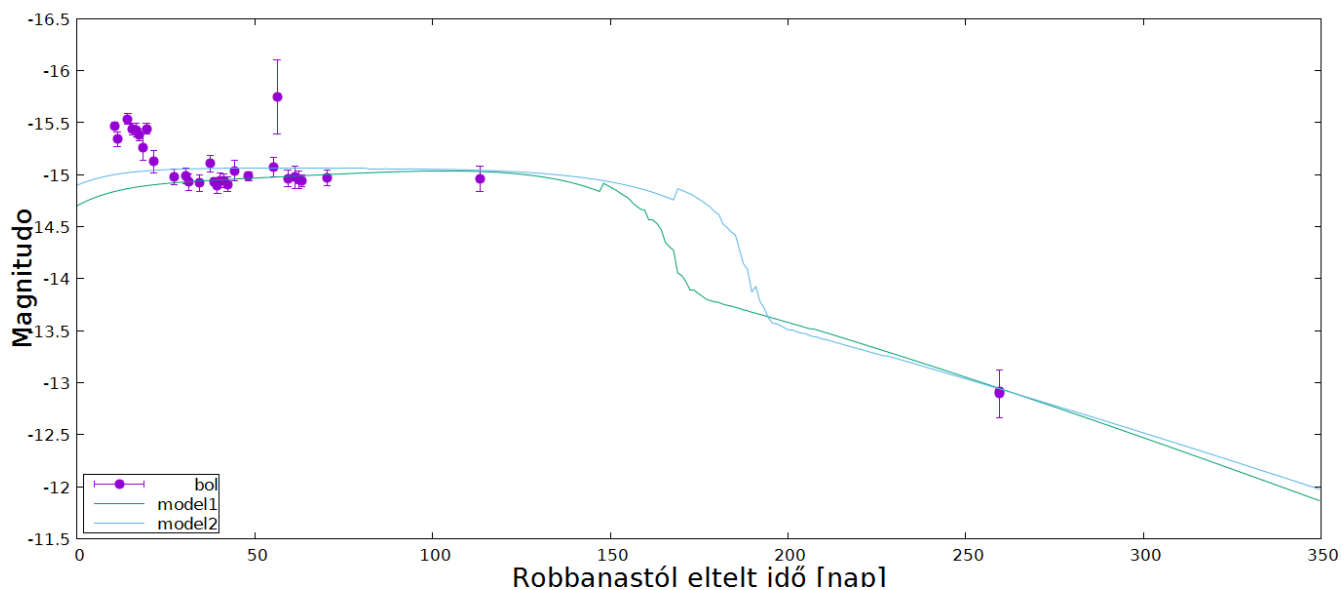
35. ábra: Az SN 2014G bolometrikus fénygörbéjére illesztett diffúziós modellek.

Paraméter	1. modell	2. modell	3. modell
Progenitor sugara (10^{12} cm)	55 ± 10	55 ± 10	44 ± 10
Ledobódott anyag tömege (M_{Nap})	2.5 ± 1	5 ± 1	7 ± 1
Nikkel tömege (M_{Nap})	$0,05 \pm 0,005$	$0,05 \pm 0,005$	$0,05 \pm 0,005$
Belső energia (10^{51} erg)	$0,4 \pm 0,15$	$0,4 \pm 0,15$	$0,78 \pm 0,15$
Kinetikus energia (10^{51} erg)	$0,4 \pm 0,15$	$1,0 \pm 0,15$	$1,2 \pm 0,15$
Rekombinációs hőmérséklet (K)	5500	5500	5500
Opacitás (κ) (cm^2/g)	0,25	0,25	0,25
Sűrűség profil kitevője	1	1	0

15. táblázat: A SN 2014G meghatározott fizikai paramétereit.

A 3. modell Bose et al paramétereit használja. A bolometrikus fénygörbére a 1. modell illik a legjobban, azonban a 2. modell is elég jó, habár a 3. modell nem igazán illeszkedik, teljességgel nem kizárható.

PSN-NGC6412 bolometrikus illesztés (Baja RC+Piszkéstető)



36. ábra: A PSN-NGC6412 bolometrikus fénygörbéjére illesztett diffúziós modellek.

Paraméter	1. modell	2. modell
Progenitor sugara (10^{12} cm)	10 ± 3	17 ± 4
Ledobódott anyag tömege (M_{Nap})	7 ± 1	9 ± 1
Nikkel tömege (M_{Nap})	$0,03 \pm 0,015$	$0,03 \pm 0,015$
Belső energia (10^{51} erg)	$0,5 \pm 0,15$	$0,4 \pm 0,15$
Kinetikus energia (10^{51} erg)	$0,5 \pm 0,15$	$0,5 \pm 0,15$
Rekombinációs hőmérséklet (K)	5500	5500
Opacitás (κ) (cm^2/g)	0,34	0,3
Sűrűség profil kitevője	1	1

16. táblázat: A PSN-NGC6412 meghatározott fizikai paramétereit.

A PSN-NGC6412 esetében mivel nincs elég mérési pont a késői szakaszban, ezért mindkettő modell lehetséges, illetve a két modell kezdeti paramétereit közötti paraméterekkel számolt modellek is jók lehetnek.

4.4 A saját és az irodalmi eredmények összehasonlítása

SN 2013ej

Az irodalmi összevetés:

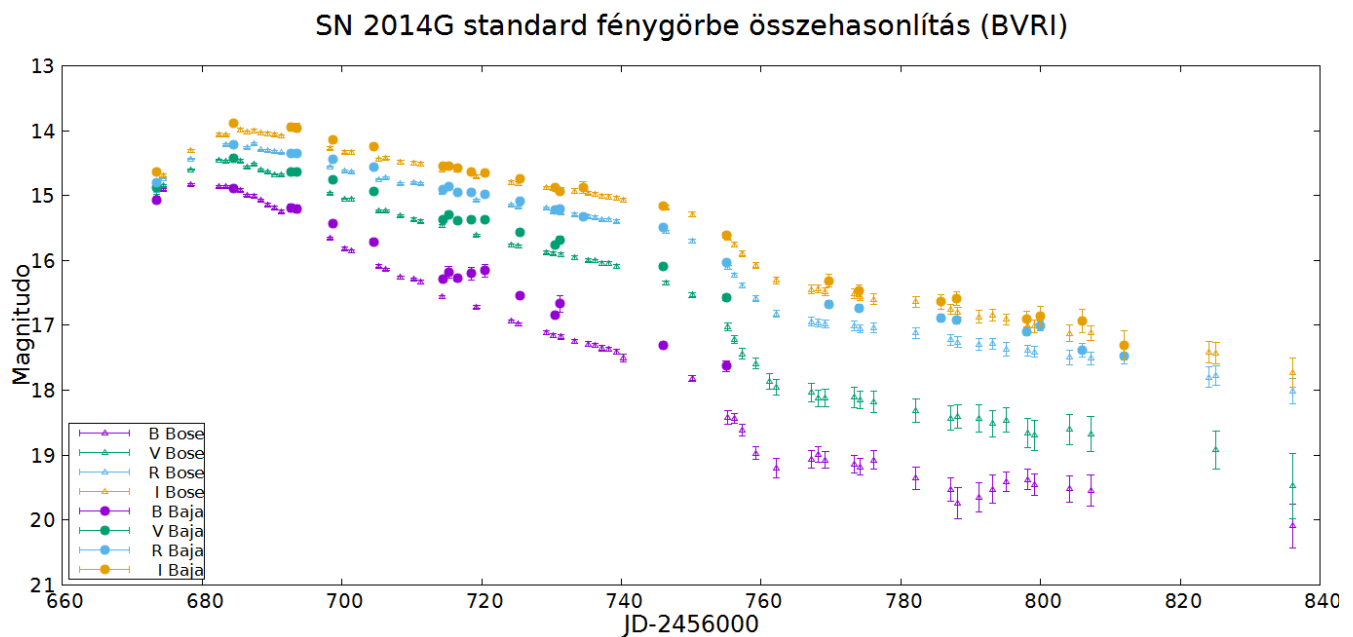
Fraser et al. (2014, MNRAS, 439, L56) [7] cikkében a SN 2013ej progenitorát 8-15,5 naptömegűnek becsülték a Hubble Űrtávcső felvételeinek alapján.

Valenti et al. (2014, MNRAS 348, L101) [8] cikkében a SN 2013ej progenitorának sugarát 400-600 napsugarúnak becsülték.

Ezek összhangban vannak a saját eredményeimmel.

SN 2014G

A BVRI-be konvertált standardizált fénygörbéim összhangban vannak Bose et al.-val [9], ezt a 37. ábra mutatja. fénygörbe-illesztéseikből származó eredmények összhangban vannak az álttam meghatározott paraméter-értékekkel.



37. ábra: Saját méréseim összehasonlítása Bose et al. [9] adataival a SN 2014G esetében.

5. Konklúziók

5.1 Fénygörbe-modellezések értelmezése

SN 2013ej

Eredményeim alapján az SN 2013ej progenitora egy nagy méretű (kb. 400 napsugár) csillag volt. A teljes tömeget adó három komponens közül csak a ledobódott anyag tömegét ismerjük, viszont a másik két ismeretlen tömegre is tehetünk becslést. A maradványobjektum (neutroncsillag vagy fekete lyuk) tömege 1-3 naptömeg, a csillagszél formájában lefűjt anyag pedig néhány naptömeg lehet. Így a progenitor tömege 10-14 naptömeg között lehetett. A 5500 K-nek vett rekombinációs hőmérséklet összhangban van a színekkel (a rendelkezésre álló színeképekben erős hidrogénvonalak figyelhetőek meg). Ezek alapján a progenitor egy vörös óriáscsillag lehetett.

A II-P szupernóva esetén a robbanás elején a belső magról is ledobódhat anyag, amit a diffúziós modell sem képes kezelni, ezért nem tökéletes az illeszkedés a fénygörbe korai szakaszára.

SN 2014G

Az adatok alapján az SN 2014G progenitora még nagyobb lehetett mint a SN 2013ej (kb. 630 napsugár), viszont ehhez képest kisebb tömegű. 1-3 naptömegűnek gondolva a maradvány objektumot, a progenitor tömege 6-10 naptömegű lehetett. Emiatt a sűrűség kisebb volt, amit a gamma-szivárgás is igazol. Lényeges különbség még, hogy a keletkező nikkeltömeg nagyobb.

A csillag valószínűleg heves csillagszelek formájában elveszítette külső hidrogén rétegeinek egy részét, de nem olyan mértékben, mint az Ib/Ic típusok esetében megszokott.

PSNJ17292918+7542390

L. Tomasella et. al. [10] cikke alapján a szupernóva spektrumában erőteljes a hidrogén, így a szupernóva kétségkívül II-es típus, azonban az altípusát ebből nem lehet megállapítani. Az általam készített fénygörbén látható, hogy a szupernóvának van konstans fényességű szakasza, ez az úgynevezett plató fázis, ami egyértelműen a II-P típusra jellemző. A PSNJ17292918+7542390 tehát

valószínűleg egy II-P típusú szupernóva. Ugyanakkor az alacsony maximális luminozitása, és a SN 2005cs-hez való hasonlósága miatt egy különleges eset lehet, amit érdemes tovább vizsgálni.

A modell alapján a progenitor, bár még mindig igen óriási, kisebb méretű lehetett a másik kettőnél (kb 200 napsugár), tömege 8 – 14 naptömeg között lehetett. Valószínű, hogy ez is egy vörös óriáscsillag volt.

5.2 Jóslatok a fénygörbe késői szakaszára

A radioaktív modell képes megjósolni a hosszú távú fénygörbét is. A fénygörbe kései (több ezer napos) alakulása az ^{56}Ni és ^{56}Co mellett további radioaktív elemek bomlásától is függ. Ezen elemek tömegét nem ismerjük, de az SN 1987A esetében ezen elemek meghatározott tömegeinek és az általam meghatározott nikkeltömegeknek az SN 1987A nikkeltömegének arányában megadott értékeit használva nagyságrendi becslés tehető.

A SN 1987A maradványában azonosított radioaktív elemek tömegei: [6]

Elem	Tömeg [M_{Nap}]	Tömegarány [%]
^{56}Ni	0,07	94,40
^{44}Ti	$5,5 \cdot 10^{-5}$	0,07417
^{57}Ni	$4,1 \cdot 10^{-3}$	5,529
^{60}Co	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$6,068 \cdot 10^{-5}$

17. táblázat: Radioaktív elemek tömegei és arányai az SN 1987A maradványában.

A [6] cikk alapján egy elemtől származó luminozitás:

$$L_A(t) = 2,221 \frac{\lambda_A}{A} \frac{M(A)}{M_{\text{Nap}}} \frac{q_A^l + q_A^\gamma \gamma_A}{\text{KeV}} \cdot e^{-\lambda_A t} \cdot 10^{43} \text{ erg} \quad (16)$$

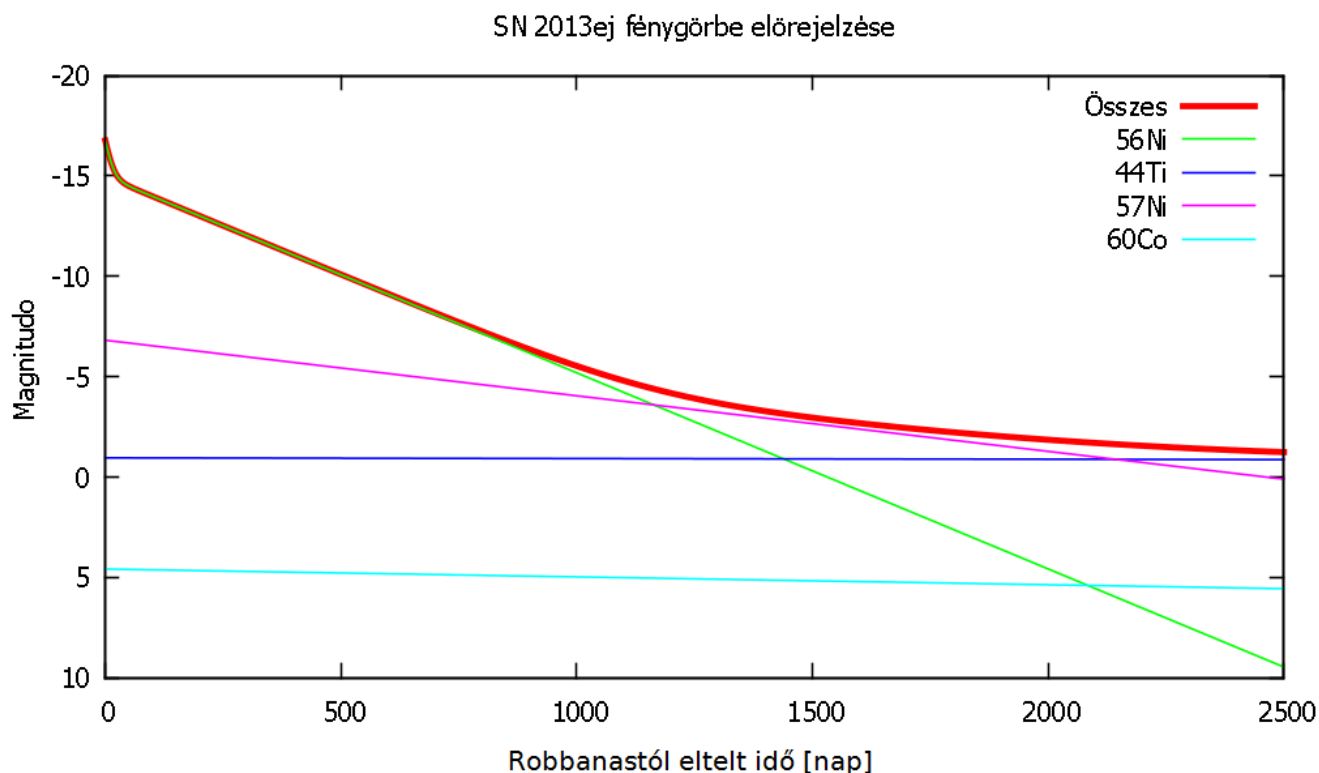
, ahol A az adott elem tömegszáma, γ_A az előzőekben tárgyalt gamma-szivárgás (14) képlete adott elemre, q_A^l és q_A^γ az átlagos energia bomlásonként a keletkező leptonokból és gammafotonból, melyek értékei: [6]

Atommag (A)	λ [1/nap]	q^l [KeV]	q^γ [KeV]	K [cm ² /g]
⁶⁰ Co	$3,600 \cdot 10^{-4}$	96,41	2504	0,04
⁵⁷ Co	$2,551 \cdot 10^{-3}$	17,82	121,6	0,0792
⁵⁶ Co	$8,975 \cdot 10^{-3}$	119,4	3606	0,033
⁴⁴ Ti	$3,222 \cdot 10^{-5}$	596,0	2275	0,04

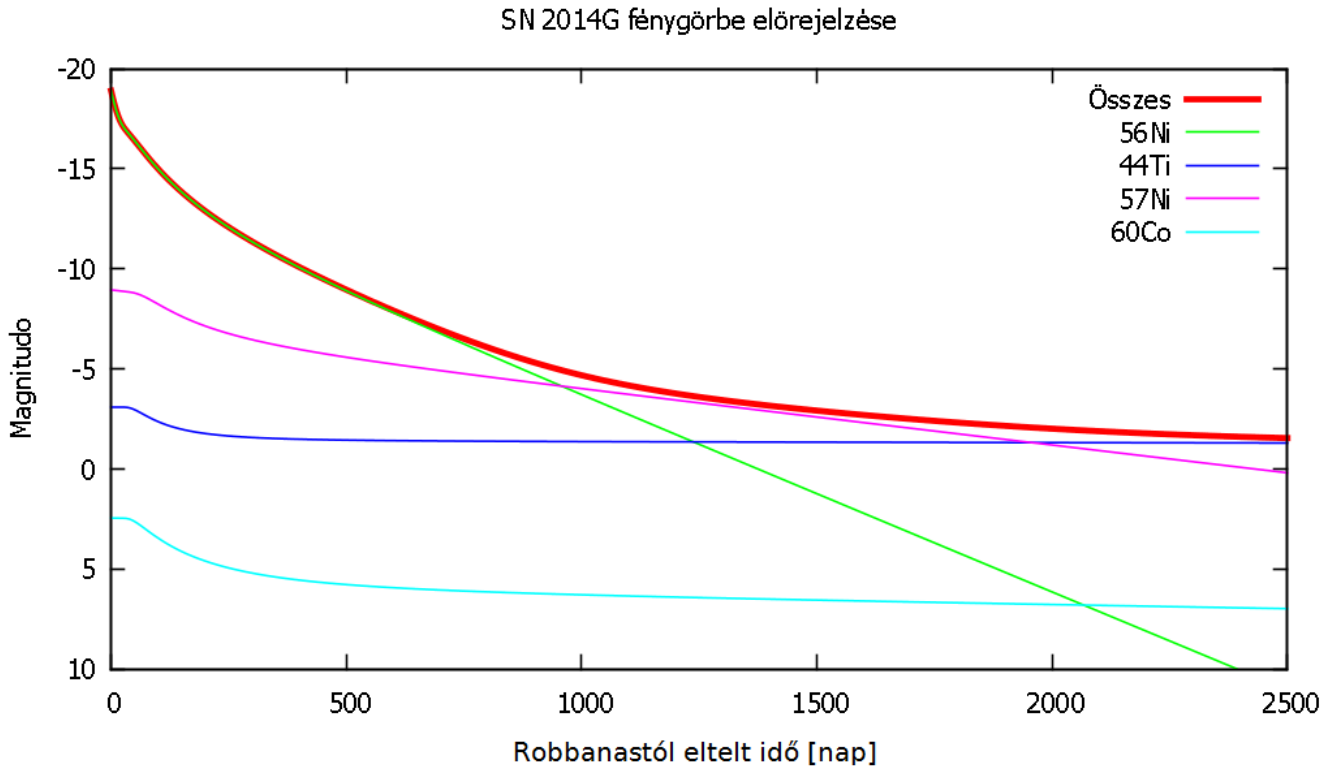
18. táblázat: Az elemek bomlási állandója (λ), bomláskor egy töltött leptonból és gamma-fotonból származó átlagos energia (q), és az elemek opacitása (K) [6].

Ezek összegei adják a teljes luminozitást.

Ezek alapján kiszámítottam a SN 2013ej és a 2014G késői fénygörbéjét, több ezer nappal a robbanás után. A kapott eredmények a 38. és 39. ábrán láthatóak. 1000 nap után az ⁵⁷Ni, míg 2000 nap után a ⁴⁴Ti bomlása válik domináns energiaforrássá. Ezen elemek lassú bomlása miatt a fénygörbék ellaposodnak. Ez magyarázza a Tejútrendszerben akár több száz, vagy ezer évvel a robbanás után is megfigyelhető szupernóva-maradványokat.



38. ábra: Előrejelzés a SN 2013ej késői bolometrikus fénygörbéjéről.



39. ábra: Előrejelzés a SN 2014G késői bolometrikus fénygörbéjéről.

Összefoglalás

Munkám során három eltérő altípusú kollapszár szupernóváról, az SN 2013ej-ről, a SN 2014G-ről, és a PSNJ17292918+7542390-ről készült nyers felvételeket dolgoztam fel és értékeltem ki. Az instrumentális fényességértékeket standard rendszerbe számoltam át és elvégeztem a bolometrikus korrekciót, saját szkriptek és C programok segítségével, valamint felhasználtam még irodalmi adatokat is, hogy pontosítsam eredményeimet. Az így kapott bolometrikus fénygörbékre -- egy saját készítésű, valamint egy munkatársam által írt program segítségével -- fizikai modelleket illesztettem. Az elemzéseimből meghatároztam a progenitorok méretét, a robbanás során ledobott anyag tömegét, a keletkező radioaktív nikkelizotópok össztömegét, továbbá egyéb paramétereket. Ez alapján a II-P típusú SN 2013ej szupernóva-progenitora – az elméleti jóslatokkal összhangban - egy nagy méretű és tömegű vörösóriás csillag (sugár kb. 400 napsugár, tömeg kb. 11 naptömeg) volt. A méréseimből kiderült, hogy a PSNJ17292918+7542390 valószínűleg II-P típusú volt, valamint ez a szupernóva-

progenitor is vörös óriáscsillagnak bizonyult (kb. 200 napsugárral és 8 – 14 naptömeggel). A II-L típusú SN 2014G szupernóva-progenitorának egy még nagyobb méretű, de kisebb tömegű (sugár kb. 630 napsugár, tömeg kb. 8 naptömeg), ritka külső réteggel rendelkező csillag adódott, amely robbanásakor ugyanakkor nagyobb mennyiségű radioaktív nikkel keletkezett, mint az SN 2013ej és PSNJ17292918+7542390 esetében.

Irodalomjegyzék

- [1] <http://astro.u-szeged.hu>
- [2] <http://skyserver.sdss3.org/dr9/en/tools/chart/navi.asp>
- [3] <http://www.rochesterastronomy.org/supernova.html>
- [4] <http://ned.ipac.caltech.edu>
- [5] Nagy A. et al. 2014 ArXiv 1409.6256 (<http://arxiv.org/abs/1409.6256>)
- [6] I. R. Seitenzahl et al. 2014 ArXiv 1408.5986 (<http://arxiv.org/abs/1408.5986v1>)
- [7] Fraser et al. 2014, MNRAS, 439, L56
- [8] Valenti et al. 2014, MNRAS 348, L101
- [9] Bose et al. 2015, MNRAS 455, 2712 (<http://arxiv.org/abs/1510.01927v1>)
- [10] L. Tomasella et. al. 2015, The Astronomer's Telegram No. 7787
- [11] Jordi et al. 2006 A&A 460, 339
- [12] Pastorello et al. MNRAS 394, 2266 (2009)

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet mondok Dr. Vinkó József témavezetőmnek, hogy lehetőséget biztosított munkám sikeres elvégzéséhez és dolgozatom megírásához. Köszönöm, hogy nélkülözhetetlen szakmai tanácsaival, dolgozatom átnézésével, önzetlen támogatásával alapvetően hozzájárult szakmai fejlődésemhez és sikeres munkámhoz.

Köszönetet mondok Dr. Szalai Tamás konzulensemnek, hogy támogatott munkámban a szakmai tanácsaival, a segítőkészségével és dolgozatom alapos és korrekt átnézésével. Alapvető segítséget nyújtott dolgozatom elkészüléséhez.

Köszönöm a SZTE Bajai Observatórium munkatársainak, hogy elkészítették a méréseket, amelyek a dolgozatom alapját szolgálták.

Köszönöm a MTA CSFK Csillagászati Intézet Piskézetői Observatórium munkatársainak, hogy elkészítették a méréseket, amelyek a dolgozatom fontos részét adták.

Köszönetet mondok Nagy Andreának a diffúziós modelljével kapcsolatos segítségéért.

Köszönetet mondok Dr. Székely Péternek az IRAF kezelésben nyújtott segítségéért.

Köszönöm Dr. Szatmáry Károlynak a lektorálást.

Köszönetem fejezem ki az Asztrofizikai csoport összes tagjának a nélkülözhetetlen tanácsaikért.

Végül, de nem utolsó sorban köszönöm Karasi Cintióának a támogatását.

NYILATKOZAT

Alulírott Jäger Zoltán Csillagász MSc szakos hallgató (ETR azonosító: JAZTAAT.SZE) a „Szupernóvák fényváltozásának mérése és elemzése” című diplomamunka szerzője fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések általános szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Szeged, 2016. május 10.

.....
Jäger Zoltán

Függelék

Itt csatolom a saját C programjaim forráskódját.

A radioaktív modellem kódja:

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define PI 3.141592651
#define Mnap (2.0*pow(10,33))

int main(){

double N; double N1;    double N2; double dN;    double dN1; double dN2;
double Ti44;    double Co57;    double Co60;    double Oszl;
double dt;    double t;    double c1;    double c2;    double e1;
double e2;    double L;    double k;    double k2;    int i;    int j;
FILE *f;    f=fopen("numNi.txt","wt");

    N=0.0165;    Oszl=99910600;
    Ti44=N/1272.72;    Co57=N/17.073;    Co60=N/1.55555e6;
t=200;    dt=0.001;    j=100;
if(t>400) j=1000;
t=t/dt;    k=1;    N1=0;    N2=0;
N=N * Mnap;
c1=log(2)/6.075;    c2=log(2)/77;
e1=3.89*pow(10,3);    e2=6.8*pow(10,2);

for(i=0;i<=t;i++){

dN=-N*c1;    dN1=N*c1-N1*c2;    dN2=N1*c2;
N=N+dN*dt;    N1=N1+dN1*dt;    N2=N2+dN2*dt;
k=1-pow(2.718281,-11.575*Oszl*0.033/((i*dt)*(i*dt)) );
L= k*e1*N + (k*0.96795+0.03205)*e2*N1 ;
```

```

if(t*dt>400){
k2= pow(2.718281,-11.575*Oszl/((i*dt)*(i*dt) ));

L=L+2.221e36*3.222e-5/44*Ti44*(596 +2275 *(1-pow(k2,0.04 )))*exp(-3.222e-5*i*dt)
+2.221e36*2.551e-3/57*Co57*(17.82+121.6*(1-pow(k2,0.079)))*exp(-2.551e-3*i*dt)
+2.221e36*3.600e-4/60*Co60*(96.41+2504 *(1-pow(k2,0.04 )))*exp(-3.600e-4*i*dt);
}

if(i%j==0)
fprintf(f,"%f %f %e %e %e %e %e\n",i*dt,-2.5*log10( L )+71.21,L,N,N1,N2,dN,dN1); }

fclose(f); }

```

A standardizálást végző C programom: (FotometriaDumpper.cpp)

```

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#define PI 3.14159265358979

float kivonas(float a[][4],float b[],int n){
float e=0; int i; int k=0;
for(i=0;i<n;i++){ if( i==0 ){} else{ if(a[i][1]==0.0){k=k+1;} else{ e=e+( a[i][1]-b[i] ); }}}
e=e/(n-k-1); return e; }

float hiba(float a[][4],float b[],int n){
float e=0; float sz=0; int i; int k=0;
for(i=0;i<n;i++){ if( i==0 ){} else{ if(a[i][1]==0){k=k+1;} else{ e=e+( a[i][1]-b[i] ); }}}
e=e/(n-k-1); printf("\n");
for(i=0;i<n;i++){ if( i==0 ){} else{ if(a[i][1]==0){k=k+1;} else{
sz=sz+(e-a[i][1]+b[i])*(e-a[i][1]+b[i]); printf("%d %f ",i+1,a[i][1]-b[i]); printf("%f\n",e-a[i][1]+b[i]); }}}
sz=sqrt(sz/(n-k-1)); return sz; }

main () {
int n; int m; n=5; m=34; float Tg[n]; float Tr[n]; float Ti[n]; float Tz[n];
float Adat[n+1][4]; float temp[4]; char szuro [100]; int i; int j; int k; float e=0; float sz=0;

```

```

double dat;    FILE *f;    FILE *fg;    FILE *fr;    FILE *fi;    FILE *fz;
f=fopen("Eredmeny.txt","r");    fg=fopen("g-gorbe.txt","wt");    fr=fopen("r-gorbe.txt","wt");
fi=fopen("i-gorbe.txt","wt");    fz=fopen("z-gorbe.txt","wt");

Tg[0]=15.17;    Tg[1]=15.71;    Tg[2]=14.71;    Tg[3]=14.49;    Tg[4]=15.29;
Tr[0]=14.57;    Tr[1]=15.32;    Tr[2]=14.24;    Tr[3]=14.10;    Tr[4]=14.99;
Ti[0]=15.13-0.71;    Ti[1]=15.18;    Ti[2]=14.56-0.48;    Ti[3]=14.47-0.48;    Ti[4]=14.86;
Tz[0]=14.39;    Tz[1]=15.16;    Tz[2]=14.03;    Tz[3]=13.98;    Tz[4]=14.83;
dat=2400000.5;    rewind (f);
for(i=0;i<m;i++){
    for(k=0;k<n+1;k++){fscanf(f, "%f %s %f %f %f\n",&Adat[k][3],szuro,&Adat[k][0],&Adat[k][1],&Adat[k][2]); }

for(k=n;k>0;k--){
    for(j=0;j<k;j++){
        if(Adat[j][3]>Adat[j+1][3]){
            temp[3]=Adat[j][3];    temp[0]=Adat[j][0];    temp[1]=Adat[j][1];    temp[2]=Adat[j][2];
            Adat[j][3]=Adat[j+1][3];    Adat[j][0]=Adat[j+1][0];    Adat[j][1]=Adat[j+1][1];    Adat[j][2]=Adat[j+1][2];
            Adat[j+1][3]=temp[3];    Adat[j+1][0]=temp[0];    Adat[j+1][1]=temp[1];    Adat[j+1][2]=temp[2]; } }

if(Adat[n][0]==Adat[0][0]){ printf("\nDatum JO");} else printf("\nDatum ROSSZ");
if(*szuro=='g'){ float e=kivonas(Adat,Tg,n); float sz=hiba(Adat,Tg,n);
printf("# %f %f %f %f %s\n",e,sz,Adat[n][1]-e,szuro);
fprintf(fg,"%f %f %f %f\n",Adat[n][0]-dat,Adat[n][1]-e,Adat[n][2],sz); }
if(*szuro=='r'){ float e=kivonas(Adat,Tr,n); float sz=hiba(Adat,Tr,n);
printf("# %f %f %f %f %s\n",e,sz,Adat[n][1]-e,szuro);
fprintf(fr,"%f %f %f %f\n",Adat[n][0]-dat,Adat[n][1]-e,Adat[n][2],sz); }
if(*szuro=='i'){ float e=kivonas(Adat,Ti,n); float sz=hiba(Adat,Ti,n);
printf("# %f %f %f %f %s\n",e,sz,Adat[n][1]-e,szuro);
fprintf(fi,"%f %f %f %f\n",Adat[n][0]-dat,Adat[n][1]-e,Adat[n][2],sz); }
if(*szuro=='z'){ float e=kivonas(Adat,Tz,n); float sz=hiba(Adat,Tz,n);
printf("# %f %f %f %f %s\n",e,sz,Adat[n][1]-e,szuro);
fprintf(fz,"%f %f %f %f\n",Adat[n][0]-dat,Adat[n][1]-e,Adat[n][2],sz); } }

fclose(f);    fclose(fg);    fclose(fr);    fclose(fi);    fclose(fz);    printf("\n\n");    getchar(); }

```

A PSF-fotometriához szükséges szkripteket gyártó C programom: (PSFgyarto.cpp)

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>

int main (){
    int n;   int m;   n=5;   m=35;
    char sadat[m][20];   float adat[m][2];   float x[n+1];   float y[n+1];
    int i;   int j;   int k;   FILE *f;   FILE *g;   FILE *p;   FILE *v;   FILE *d;
    f=fopen("all.list","r");   g=fopen("PSFeleje.cl","wt");   p=fopen("PSFpsf.cl","wt");
    v=fopen("PSFvege.cl","wt");   d=fopen("PSFdumper.cl","wt");

        x[0]=1077;   y[0]=1018;
        x[1]=822;   y[1]=804;
        x[2]=650;   y[2]=975;
        x[3]=767;   y[3]=1170;
        x[4]=1311;   y[4]=1182;
        x[5]=1023;   y[5]=934;

    rewind (f);

    for(i=0;i<m;i++){   fscanf(f,"%s %f %f\n",&sadat[i],&adat[i][0],&adat[i][1]);   }
    fprintf(g,"noao\ndigiphot\ndaophot\n");
        for(i=0;i<m;i++){
            fprintf(g,"datapars.fwhmpsf=%f\n",adat[i][0]);
            fprintf(g,"datapars.sigma=%f\n",adat[i][1]);
            fprintf(g,"fitskypars.annulus=%f\n",2.5*adat[i][0]);
            fprintf(g,"photpars.apertur=%f\n",2*adat[i][0]);
            fprintf(g,"daopars.psfrad=%f\n",2.5*adat[i][0]);
            fprintf(g,"daopars.fitrad=%f\n",1.5*adat[i][0]);
            fprintf(g,"daopars.sannulus=%f\n",2.5*adat[i][0]);
            fprintf(g,"daofind image=%s output=default interact=no verify=no\n",sadat[i]);
            fprintf(g,"phot image=%s coords=koordi.coo output=%s.mer.mag.1 skyfile=" interact=no verify=no\n",sadat[i],sadat[i]);
            fprintf(g,"phot image=%s coords=default output=default skyfile=" interact=no verify=no\n",sadat[i]);
            fprintf(g,"pstselect image=%s photfile=default pstfile=default maxnpsf=25 interact=no verify=no\n",sadat[i]);   }
    fprintf(p,"noao\ndigiphot\ndaophot\n");
    fprintf(p,"display %s 1\n",sadat[0]);
```

```

for(i=0;i<m;i++){
  fprintf(p,"datapars.fwhmpsf=%f\n",adat[i][0]);
  fprintf(p,"datapars.sigma=%f\n",adat[i][1]);
  fprintf(p,"fitskypars.annulus=%f\n",2.5*adat[i][0]);
  fprintf(p,"photpars.apertur=%f\n",2*adat[i][0]);
  fprintf(p,"daopars.psfrad=%f\n",2.5*adat[i][0]);
  fprintf(p,"daopars.fitrad=%f\n",1.5*adat[i][0]);
  fprintf(p,"daopars.sannulus=%f\n",2.5*adat[i][0]);
  fprintf(p,"psf image=%s photfile=default pstfile=default psfimage=default opstfile=default groupfil=default interact=yes
showplo=yes verify=no\n",sadat[i]);
  fprintf(p,"q\n");      }
  fprintf(v,"noao\ndigiphot\ndaophot\n");
  fprintf(v,"! > Eredmeny.txt\n");

```

```

for(i=0;i<m;i++){
  fprintf(v,"datapars.fwhmpsf=%f\n",adat[i][0]);
  fprintf(v,"datapars.sigma=%f\n",adat[i][1]);
  fprintf(v,"fitskypars.annulus=%f\n",2.5*adat[i][0]);
  fprintf(v,"photpars.apertur=%f\n",2*adat[i][0]);
  fprintf(v,"daopars.psfrad=%f\n",2.5*adat[i][0]);
  fprintf(v,"daopars.fitrad=%f\n",1.5*adat[i][0]);
  fprintf(v,"daopars.sannulus=%f\n",2.5*adat[i][0]);
  fprintf(v,"allstar image=%s photfile=%s.mer.mag.1 psfimage=default allstarf=default rejfile=default subimage=default
verify=no\n",sadat[i],sadat[i]);
  fprintf(v,"txdump textfile=%s.als.1 fields=id,xcenter,ycenter,ifilter,otime,mag,merr expr=yes >
%s.eredm.1\n",sadat[i],sadat[i]);
  fprintf(v,"txdump textfile=%s.arj.1 fields=id,xcenter,ycenter,ifilter,otime,mag,merr expr=yes >>
%s.eredm.1\n",sadat[i],sadat[i]);

```

```

for(j=0;j<n+1;j++){
  fprintf(v,"!awk '{if( 36>((($2-%f)^2+($3-%f)^2) ) print %d,$4,$5,$6,$7 }' %s.eredm.1 >>
Eredmeny.txt\n",x[j],y[j],j+1,sadat[i]);      }      }
  fprintf(d,"noao\ndigiphot\ndaophot\n");
  fprintf(d,"! > Eredmeny.txt\n");

```

```

for(i=0;i<m;i++){
  fprintf(d,"txdump textfile=%s.als.1 fields=id,xcenter,ycenter,ifilter,otime,mag,merr expr=yes >

```



```

%s.eredm.2\n",sadat[i],sadat[i]);
    fprintf(d,"txdump textfile=%s.arj.1 fields=id,xcenter,ycenter,ifilter,otime,mag,merr expr=yes >>
%s.eredm.2\n",sadat[i],sadat[i]);

    for(j=0;j<n+1;j++){
        fprintf(d,"!awk '{if( 36>((($2-%f)^2+($3-%f)^2) ) print %d,$4,$5,$6,$7 }' %s.eredm.2 >>
Eredmeny.txt\n",x[j],y[j],j+1,sadat[i]);    }
        fprintf(d,"\n");    }

fclose(f);    fclose(g);    fclose(p);    fclose(v);
printf("m=%d\nElso=%s\nFWHM=%f\nSigma=%f",m,sadat[0],adat[0][0],adat[0][1]);
getchar();    return 0;    }

```

A bolometrikus integrálást végző C programom:

```

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define PI 3.14159265358979

double absz(double x){ if(x<0) x=-x;    return x;    }

main (){

int i; int j;    int n;    int m;
int szum; int szumk;    int csekk;    int csekkb;
int gszam=0; int rszam=0; int iszam=0; int zszam=0;
float a;    float b;    float ah;
float nedg; float nedr; float nedl; float nedz; float tav;
FILE *gsz; FILE *rsz; FILE *isz; FILE *zsz; FILE *f; FILE *bol;

gsz=fopen("g-gorbe.txt","rb"); rsz=fopen("r-gorbe.txt","rb"); isz=fopen("i-gorbe.txt","rb");
zsz=fopen("z-gorbe.txt","rb"); f=fopen("AdatSor.txt","wt"); bol=fopen("bol-gorbe.txt","wt");
m=100;
float Tg[m][4];    float Tr[m][4];    float Ti[m][4];    float Tz[m][4];    float csere;

```

```

i=0;
while (!feof(gsz)){ fscanf(gsz,"%f %f %f %f",&Tg[i][0],&Tg[i][1],&Tg[i][2],&Tg[i][3]);
                    gszam++; i++;}
i=0;
while (!feof(rsz)){ fscanf(rsz,"%f %f %f %f",&Tr[i][0],&Tr[i][1],&Tr[i][2],&Tr[i][3]);
                    rszam++; i++;} i=0;
while (!feof(isz)){ fscanf(isz,"%f %f %f %f",&Ti[i][0],&Ti[i][1],&Ti[i][2],&Ti[i][3]);
                    iszam++; i++;} i=0;
while (!feof(zsz)){ fscanf(zsz,"%f %f %f %f",&Tz[i][0],&Tz[i][1],&Tz[i][2],&Tz[i][3]);
                    zszam++; i++;}

printf("g=%d\n",gszam); printf("r=%d\n",rszam); printf("i=%d\n",iszam); printf("z=%d\n",zszam);
fclose(gsz); fclose(rsz); fclose(isz); fclose(zsz);
float JD[rszam+10];

for(i=0;i<rszam;i++){ JD[i]=Tr[i][0]; } szum=rszam;
printf("r szum=%d\n",szum);

for(i=0;i<gszam;i++){ csekk=0;
    for(j=0;j<szum;j++){ if( JD[j]-Tg[i][0]<0.26 && JD[j]-Tg[i][0]>-0.26 ){ csekk=1; break; }}
    if(csekk==0){ szum=szum+1; JD[szum-1]=Tg[i][0]; }}
printf("g szum=%d\n",szum+1);

for(i=0;i<iszam;i++){ csekk=0;
    for(j=0;j<szum;j++){ if( JD[j]-Ti[i][0]<0.26 && JD[j]-Ti[i][0]>-0.26 ){ csekk=1; break; }}

    if(csekk==0){ szum=szum+1; JD[szum-1]=Ti[i][0]; }}
printf("i szum=%d\n",szum+1);

for(i=0;i<zszam;i++){ csekk=0;
    for(j=0;j<szum;j++){ if( JD[j]-Tz[i][0]<0.26 && JD[j]-Tz[i][0]>-0.26 ){ csekk=1; break; }}

    if(csekk==0){ szum=szum+1; JD[szum-1]=Tz[i][0]; }}
printf("z szum=%d\n\n",szum+1);

for(i=0;i<szum;i++){ for(j=0;j<szum-1;j++)
if(JD[j]>JD[j+1]){ csere=JD[j]; JD[j]=JD[j+1]; JD[j+1]=csere; }}

```

```

printf("JD:\n");

for(i=0;i<szum;i++){ printf("%f\n",JD[i]); }

float Adat[szum][9];

for(i=0;i<szum;i++){
Adat[i][0]=JD[i];

csekk=0;
for(j=0;j<gszam;j++){
if(JD[i]==Tg[j][0]){ csekk++; Adat[i][1]=Tg[j][1];
Adat[i][2]=sqrt( Tg[j][2]*Tg[j][2]+Tg[j][3]*Tg[j][3] ); }}
if(csekk==0){ Adat[i][1]=-1.0; Adat[i][2]=0.0; }
if(csekk>1) printf("Hiba: tobb adat (%d) g-ben JD=%f-nel",csekk,JD[i]);

csekk=0;
for(j=0;j<rszam;j++){
if(JD[i]==Tr[j][0]){ csekk++; Adat[i][3]=Tr[j][1];
Adat[i][4]=sqrt( Tr[j][2]*Tr[j][2]+Tr[j][3]*Tr[j][3] ); }}
if(csekk==0){ Adat[i][3]=-1.0; Adat[i][4]=0.0; }
if(csekk>1) printf("Hiba: tobb adat (%d) r-ben JD=%f-nel",csekk,JD[i]);

csekk=0;
for(j=0;j<iszam;j++){
if(JD[i]==Ti[j][0]){ csekk++; Adat[i][5]=Ti[j][1];
Adat[i][6]=sqrt( Ti[j][2]*Ti[j][2]+Ti[j][3]*Ti[j][3] ); }}
if(csekk==0){ Adat[i][5]=-1.0; Adat[i][6]=0.0; }
if(csekk>1) printf("Hiba: tobb adat (%d) i-ben JD=%f-nel",csekk,JD[i]);

csekk=0;
for(j=0;j<zszam;j++){
if(JD[i]==Tz[j][0]){ csekk++; Adat[i][7]=Tz[j][1];
Adat[i][8]=sqrt( Tz[j][2]*Tz[j][2]+Tz[j][3]*Tz[j][3] ); }}
if(csekk==0){ Adat[i][7]=-1.0; Adat[i][8]=0.0; }
if(csekk>1) printf("Hiba: tobb adat (%d) z-ben JD=%f-nel",csekk,JD[i]); }

```

```

fprintf(f,"JD      g mag      g err      r mag      r err      i mag      i err      z mag      z err\n");
for(i=0;i<szum;i++){fprintf(f,"%f %f %f %f %f %f %f %f %f\n",Adat[i][0],Adat[i][1],Adat[i][2],Adat[i]
[3],Adat[i][4],Adat[i][5],Adat[i][6],Adat[i][7],Adat[i][8]);}

a=0.037349;      b=-2102.5424; ah=0.000829;
#define TILTAS ( Adat[i][0]!=56701.500000 && Adat[i][0]!=56784.000000 )

for(i=0;i<szum;i++){      if( TILTAS )
csekk=0; csekkb=0;
if( Adat[i][0]<56784.000000 )
if(Adat[i][1]==-1.0){
while(Adat[i-1-csekk][1]==-1.0 && csekk<szum) csekk++;
while(Adat[i+1+csekkb][1]==-1.0 && csekk<szum) csekkb++;
Adat[i][1]=Adat[i-1-csekk][1]+ (Adat[i][0]-Adat[i-1-csekk][0]) * (Adat[i+1+csekkb][1]-Adat[i-1-csekk][1]) /
(Adat[i+1+csekkb][0]-Adat[i-1-csekk][0]);
Adat[i][2]=sqrt(Adat[i-1-csekk][2]*Adat[i-1-csekk][2]+Adat[i+1+csekkb][2]*Adat[i+1+csekkb][2]); }

if( Adat[i][0]> 56784.000000 )
if(Adat[i][1]==-1.0){ Adat[i][1]=a*Adat[i][0]+b; Adat[i][2]=ah*(Adat[i][0]-56700); }

csekk=0; csekkb=0;
if(Adat[i][3]==-1.0){
while(Adat[i-1-csekk][3]==-1.0 && csekk<szum) csekk++;
while(Adat[i+1+csekkb][3]==-1.0 && csekk<szum) csekkb++;
Adat[i][3]=Adat[i-1-csekk][3]+ (Adat[i][0]-Adat[i-1-csekk][0]) * (Adat[i+1+csekkb][3]-Adat[i-1-csekk][3]) /
(Adat[i+1+csekkb][0]-Adat[i-1-csekk][0]);
Adat[i][4]=sqrt(Adat[i-1-csekk][4]*Adat[i-1-csekk][4]+Adat[i+1+csekkb][4]*Adat[i+1+csekkb][4]); }

csekk=0; csekkb=0;
if(Adat[i][5]==-1.0){
while(Adat[i-1-csekk][5]==-1.0 && csekk<szum) csekk++;
while(Adat[i+1+csekkb][5]==-1.0 && csekk<szum) csekkb++;
Adat[i][5]=Adat[i-1-csekk][5]+ (Adat[i][0]-Adat[i-1-csekk][0]) * (Adat[i+1+csekkb][5]-Adat[i-1-csekk][5]) /
(Adat[i+1+csekkb][0]-Adat[i-1-csekk][0]);
Adat[i][6]=sqrt(Adat[i-1-csekk][6]*Adat[i-1-csekk][6]+Adat[i+1+csekkb][6]*Adat[i+1+csekkb][6]); }

csekk=0; csekkb=0;

```

```

if(Adat[i][7]==-1.0){
  while(Adat[i-1-csekk][7]==-1.0 && csekk<szum) csekk++;
  while(Adat[i+1+csekkb][7]==-1.0 && csekk<szum) csekkb++;
  Adat[i][7]=Adat[i-1-csekk][7]+ (Adat[i][0]-Adat[i-1-csekk][0]) * (Adat[i+1+csekkb][7]-Adat[i-1-csekk][7]) /
(Adat[i+1+csekkb][0]-Adat[i-1-csekk][0]);
  Adat[i][8]=sqrt(Adat[i-1-csekk][8]*Adat[i-1-csekk][8]+Adat[i+1+csekkb][8]*Adat[i+1+csekkb][8]); } }

fprintf(f, "\nInter- es Extrapolalás után:\nJD      g mag      g err      r mag      r err      i mag      i err      z mag      z
err\n");
for(i=0;i<szum;i++){
    if( TILTAS )
        fprintf(f, "%f %f %f %f %f %f %f %f %f\n", Adat[i][0], Adat[i]
[1], Adat[i][2], Adat[i][3], Adat[i][4], Adat[i][5], Adat[i][6], Adat[i][7], Adat[i][8]); }

double flux[szum][9];

nedg=0.039;      nedr=0.027;      nedi=0.020;      nedz=0.015;
tav=24.5 * 3.086*pow(10,22);

csekk=0;
for(i=0;i<szum;i++){    if( TILTAS ){

flux[i-csekk][0]=Adat[i][0];

Adat[i][1]=Adat[i][1]-nedg;
flux[i-csekk][1]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][1]      +48.60))*300.0/( (4770.0*pow(10,-8))*(4770.0*pow(10,-8)) );
flux[i-csekk][2]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][1]-Adat[i][2]+48.60))*300.0/( (4770.0*pow(10,-8))*(4770.0*pow(10,-8)) )-
flux[i-csekk][1];

Adat[i][3]=Adat[i][3]-nedr;
flux[i-csekk][3]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][3]      +48.60))*300.0/( (6230.0*pow(10,-8))*(6230.0*pow(10,-8)) );
flux[i-csekk][4]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][3]-Adat[i][4]+48.60))*300.0/( (6230.0*pow(10,-8))*(6230.0*pow(10,-8)) )-
flux[i-csekk][3];

Adat[i][5]=Adat[i][5]-nedi;
flux[i-csekk][5]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][5]      +48.60))*300.0/( (7630.0*pow(10,-8))*(7630.0*pow(10,-8)) );
flux[i-csekk][6]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][5]-Adat[i][6]+48.60))*300.0/( (7630.0*pow(10,-8))*(7630.0*pow(10,-8)) )-

```

```

flux[i-csekk][5];

Adat[i][7]=Adat[i][7]-nedz+0.02;
flux[i-csekk][7]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][7]      +48.60))*300.0/( (9130.0*pow(10,-8))*(9130.0*pow(10,-8)) );
flux[i-csekk][8]= pow(10.0,-0.4*(Adat[i][7]-Adat[i][8]+48.60))*300.0/( (9130.0*pow(10,-8))*(9130.0*pow(10,-8)) )-
flux[i-csekk][7];

                                } else csekk++; }

szumk=szum-csekk;

fprintf(f,"\nFluxusok: JD g r i z es hibaik\n");
for(i=0;i<szumk;i++){fprintf(f,"%e %e %e %e %e %e %e %e %e %e\n",flux[i][0],flux[i][1],flux[i][2],flux[i]
[3],flux[i][4],flux[i][5],flux[i][6],flux[i][7],flux[i][8]); }

double bolom[szumk][5];

for(i=0;i<szumk;i++){

bolom[i][0]=flux[i][0];

bolom[i][1]= 0.5*(4770.0-2000.0)*flux[i][1] +
(flux[i][1]+0.5*(flux[i][3]-flux[i][1]))*(6230.0-4770.0) +
(flux[i][3]+0.5*(flux[i][5]-flux[i][3]))*(7630.0-6230.0) +
(flux[i][5]+0.5*(flux[i][7]-flux[i][5]))*(9130.0-7630.0) +
(9130.0*flux[i][7])/3.0;

bolom[i][2]=(0.5*(4770.0-3000.0)*(flux[i][1]+flux[i][2]) +
(flux[i][1]+flux[i][2]+0.5*(flux[i][3]+flux[i][4]-flux[i][1]-flux[i][2]))*(6230.0-4770.0) +
(flux[i][3]+flux[i][4]+0.5*(flux[i][5]+flux[i][6]-flux[i][3]-flux[i][4]))*(7630.0-6230.0) +
(flux[i][5]+flux[i][6]+0.5*(flux[i][7]+flux[i][8]-flux[i][5]-flux[i][6]))*(9130.0-7630.0) +
(9130.0*(flux[i][7]+flux[i][8])/3.0) - bolom[i][1];

bolom[i][3]=-2.5*log10(4*PI*tav*tav*bolom[i][1]/1000.0)+71.21;

bolom[i][4]=2.5*(bolom[i][2]/bolom[i][1])/(log(10)); }

for(i=0;i<szumk;i++){fprintf(bol,"%f %e %e %f %f\n",bolom[i][0],bolom[i][1],bolom[i][2],bolom[i][3],bolom[i][4]); }
fclose(f);  fclose(bol);  printf("\nLefutott\n");  getch(); }

```

A transzformációs egyenletek végző C programom:

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
//(Jordi et al. 2006 A&A 460, 339) alapján

double h(double x){    double y;    y=x*x;    return y;    }

int main (){

int n,i,j,m; int hib;        n=5;
float Tg[n],Tr[n],Ti[n],Tz[n]; float TV[n],TR[n],TI[n],TB[n]; float Adat[100][13]; float Adatk[100][13];
float s,sz,szz,szzz;        FILE *f; f=fopen("szuro.txt","wt");

FILE *fg; FILE *fr; FILE *fi; FILE *fz; FILE *fgk; FILE *frk; FILE *fik; FILE *fzk;
fg=fopen("g-gorbe.txt","r"); fr=fopen("r-gorbe.txt","r");
fi=fopen("i-gorbe.txt","r"); fz=fopen("z-gorbe.txt","r");
fgk=fopen("V-gorbeC.txt","wt"); frk=fopen("R-gorbeC.txt","wt");
fik=fopen("I-gorbeC.txt","wt"); fzk=fopen("B-gorbeC.txt","wt");

for(i=0;i<100;i++) for(j=0;j<13;j++) Adatk[i][j]=0; for(i=0;i<100;i++) for(j=0;j<13;j++) Adat[i][j]=0;

printf("\nBeolvasva:\n");
m=0; while(!feof(fg)){
    fscanf(fg,"%f%f%f%f\n",&Adatk[m][0],&Adatk[m][1],&Adatk[m][5],&Adatk[m][9]);
    m++; }    printf("szamolt hossz: %d, g,V\n",m);

i=0; while(!feof(fr)){
    hib=1;
    fscanf(fr,"%f%f%f%f\n",&s,&sz,&szz,&szzz);
    for(j=0;j<m;j++){ if( int(s)==int(Adatk[j][0]) ){Adatk[j][2]=sz; Adatk[j][6]=szz; Adatk[j][10]=szzz; j=m+1; hib=0;} }
    if(hib){ Adatk[m][0]=s; Adatk[m][2]=sz; Adatk[m][6]=szz; Adatk[m][10]=szzz; m++; }
    i++;
}    printf("szamolt hossz: %d, r,R\n",i);

i=0; while(!feof(fi)){
```

```

hib=1;
fscanf(fi,"%f%f%f%f\n",&s,&sz,&szz,&szzz);
for(j=0;j<m;j++){ if( int(s)==int(Adatk[j][0]) ){Adatk[j][3]=sz; Adatk[j][7]=szz; Adatk[j][11]=szzz; j=m+1; hib=0;} }
if(hib){ Adatk[m][0]=s; Adatk[m][3]=sz; Adatk[m][7]=szz; Adatk[m][11]=szzz; m++; }
i++;
}      printf("szamolt hossz: %d, i,\n",i);

i=0; while(!feof(fz)){
hib=1;
fscanf(fz,"%f%f%f%f\n",&s,&sz,&szz,&szzz);
for(j=0;j<m;j++){ if( int(s)==int(Adatk[j][0]) ){Adatk[j][4]=sz; Adatk[j][8]=szz; Adatk[j][12]=szzz; j=m+1; hib=0;} }
if(hib){ Adatk[m][0]=s; Adatk[m][4]=sz; Adatk[m][8]=szz; Adatk[m][12]=szzz; m++; }
i++;
}      printf("szamolt hossz: %d, z,B\n",i);

for(i=0;i<m;i++){

Adat[i][0]=Adatk[i][0];
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])      Adat[i][4] = Adatk[i][1] + 0.313 *(Adatk[i][1]-Adatk[i][2]) + 0.219;
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])      Adat[i][1] = Adatk[i][1] + -0.565 *(Adatk[i][1]-Adatk[i][2]) - 0.016;
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])      Adat[i][2] = Adatk[i][2] + -0.153 *(Adatk[i][2]-Adatk[i][3]) - 0.117;
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])      Adat[i][3] = Adat[i][2] - 0.930 *(Adatk[i][2]-Adatk[i][3]) - 0.259;
else if(Adatk[i][3]*Adatk[i][4])  Adat[i][3] = Adatk[i][3] + -0.386 *(Adatk[i][3]-Adatk[i][4]) - 0.397;

if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])      Adat[i][8] =sqrt( 1.15*h(Adatk[i][5])+0.10*h(Adatk[i][6]) );
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])      Adat[i][5] =sqrt( 0.19*h(Adatk[i][5])+0.32*h(Adatk[i][6]) );
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])      Adat[i][6] =sqrt( 0.72*h(Adatk[i][6])+0.02*h(Adatk[i][7]) );
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])      Adat[i][7] =sqrt( h(Adat[i][6]) +0.86*h(Adatk[i][6])+0.86*h(Adatk[i][7]) );
else if(Adatk[i][3]*Adatk[i][4])  Adat[i][7] =sqrt( 0.38*h(Adatk[i][7])+0.15*h(Adatk[i][8]) );

if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])      Adat[i][12] =sqrt( 1.15*h(Adatk[i][ 9])+0.10*h(Adatk[i][10]) );
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])      Adat[i][ 9] =sqrt( 0.19*h(Adatk[i][ 9])+0.32*h(Adatk[i][10]) );
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])      Adat[i][10] =sqrt( 0.72*h(Adatk[i][10])+0.02*h(Adatk[i][11]) );
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])      Adat[i][11] =sqrt( h(Adat[i][10]) +0.86*h(Adatk[i][10])+0.86*h(Adatk[i][11]) );
else if(Adatk[i][3]*Adatk[i][4])  Adat[i][11] =sqrt( 0.38*h(Adatk[i][11])+0.15*h(Adatk[i][12]) );
}

```



```

/* for(i=0;i<m;i++){

    Adat[i][0]=Adatk[i][0];
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][4] && Adatk[i][5]<=Adatk[i][8]) Adat[i][1]=Adatk[i][1]+0.630*(Adatk[i][4]-Adatk[i][1]) - 0.124;
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][4] && Adatk[i][5]>Adatk[i][8] ) Adat[i][1]=Adatk[i][4]-0.370*(Adatk[i][4]-Adatk[i][1]) - 0.124;
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])                Adat[i][2] = Adatk[i][2] + 0.267*(Adatk[i][1]-Adatk[i][2]) + 0.088;
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])                Adat[i][3] = Adatk[i][3] + 0.247*(Adatk[i][2]-Adatk[i][3]) + 0.329;

    if(Adatk[i][1]*Adatk[i][4] && Adatk[i][5]<=Adatk[i][8]) Adat[i][5] =sqrt( 0.14*h(Adatk[i][5])+0.40*h(Adatk[i][8]) );
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][4] && Adatk[i][5]>Adatk[i][8] ) Adat[i][5] =sqrt( 0.40*h(Adatk[i][8])+0.14*h(Adatk[i][5]) );
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])                Adat[i][6] =sqrt( 0.54*h(Adatk[i][6])+0.07*h(Adatk[i][5]) );
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])                Adat[i][7] =sqrt( 0.57*h(Adatk[i][7])+0.06*h(Adatk[i][6]) );

if(Adatk[i][1]*Adatk[i][4] && Adatk[i][5]<=Adatk[i][8]) Adat[i][ 9] =sqrt( 0.14*h(Adatk[i][ 9])+0.40*h(Adatk[i][12]) );
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][4] && Adatk[i][5]>Adatk[i][8] ) Adat[i][ 9] =sqrt( 0.40*h(Adatk[i][12])+0.14*h(Adatk[i][ 9]) );
if(Adatk[i][1]*Adatk[i][2])                Adat[i][10] =sqrt( 0.54*h(Adatk[i][10])+0.07*h(Adatk[i][ 9]) );
if(Adatk[i][2]*Adatk[i][3])                Adat[i][11] =sqrt( 0.57*h(Adatk[i][11])+0.06*h(Adatk[i][10]) );
}*/

for(i=0;i<m;i++){

    fprintf(fgk,"%f %f %f %f\n",Adat[i][0],Adat[i][1],Adat[i][5],Adat[i][9]);
    fprintf(frk,"%f %f %f %f\n",Adat[i][0],Adat[i][2],Adat[i][6],Adat[i][10]);
    fprintf(fik,"%f %f %f %f\n",Adat[i][0],Adat[i][3],Adat[i][7],Adat[i][11]);
    fprintf(fzk,"%f %f %f %f\n",Adat[i][0],Adat[i][4],Adat[i][8],Adat[i][12]); }

fclose(fg); fclose(fr); fclose(fi); fclose(fz);
fclose(fgk); fclose(frk); fclose(fik); fclose(fzk);
printf("\n\n"); getchar();
return 0; }

```