

Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar
Kísérleti Fizikai Tanszék

SZAKDOLGOZAT

Meteorok tömegének meghatározása videometeoros megfigyelések elemzésével

Készítette: Nagy Henrietta
Fizika BSc szakos hallgató

Témavezető: Dr. Kiss L. László
kutatóprofesszor, intézetigazgató
MTA CSFK KTM Csillagászati Intézet

Konzulens: Dr. Szatmáry Károly
egyetemi tanár

SZTE Kísérleti Fizikai Tanszék

Szeged

2018

Tartalomjegyzék

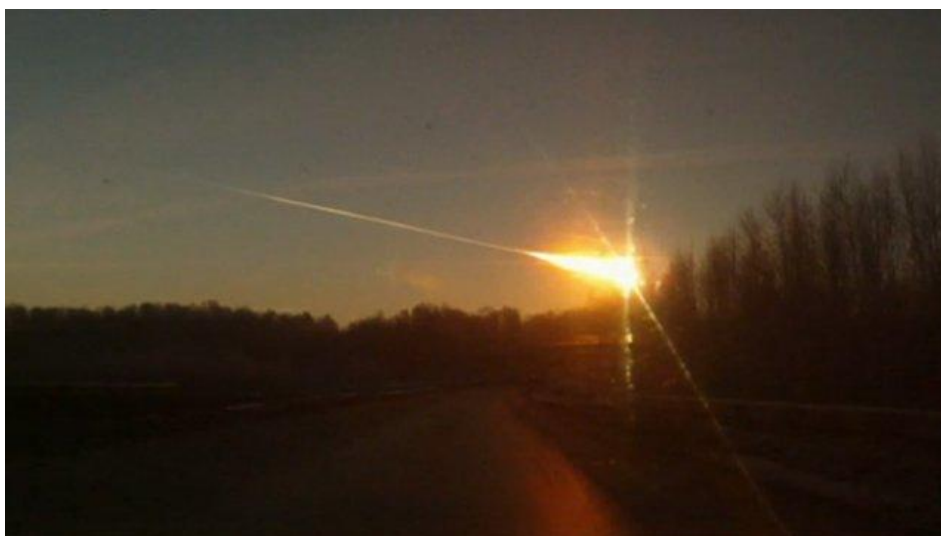
| | |
|--|-----------|
| TARTALOMJEGYZÉK | 1 |
| 1. BEVEZETŐ | 2 |
| 2. ÉSZLELÉSEK..... | 5 |
| 2.1. METEORKAMERÁK..... | 5 |
| 2.2. A METREC SZOFTVER | 7 |
| 3. ELMÉLETI HÁTTÉR..... | 10 |
| 3.1. A SEBESSÉGCSÖKKENÉS EGYENLETE | 10 |
| 3.2. A TÖMEGVESZTÉS EGYENLETE | 11 |
| 3.3. SUGÁRZÁSI EGYENLET..... | 11 |
| 3.4. KONSTANSOK | 12 |
| 4. A SZIMULTÁN ÉSZLELT METEOROK PÁLYÁJÁNAK GEOMETRIÁJA..... | 13 |
| 5. A METEOR KEZDETI TÖMEGÉT MEGHATÁROZÓ C-KÓD | 15 |
| 5.1. A PROGRAM SZÜLETÉSE | 15 |
| 5.2. ALAPKONCEPCIÓ | 17 |
| 5.3. A FEJLESZTÉS SORÁN FELLÉPŐ PROBLÉMÁK..... | 20 |
| 6. EREDMÉNYEK | 22 |
| 6.3. A 2012.10.19-ÉN ÉSZLELT METEOR..... | 23 |
| 6.2. A 2015.02.12-ÉN ÉSZLELT METEOR..... | 26 |
| 6.1. A 2009.11.19-ÉN ÉSZLELT METEOR | 29 |
| 7. ÖSSZEFOGLALÓ ÉS TÁVLATI TERVEK | 32 |
| KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS..... | 33 |
| IRODALOMJEGYZÉK | 34 |
| NYILATKOZAT | 54 |

1. Bevezető

Az ember számára már régóta ismert az időnként megjelenő, hullócsillag néven emlegetett légköri felvillanás, amelyet i.e. 300-ban Arisztotelész nevezett el „meteornak”. A szó jelentése ég és föld között lebegő, ami megerősíti, hogy már akkor is sejtették, hol zajlik a jelenség. Ennek ellenére csak a 19. században vált elfogadottá, hogy a fényjelenség oka kozmikus eredetű. A világűrben ugyanis legtöbbször csak grammnyi, vagy annál is kisebb tömegű porszemek hullnak a légkörbe, ahol fényjelenség kíséretében elégnak.

Amennyiben Földünk nagyobb testtel találkozik naprendszerbeli pályája során, a légkörben nem izzik el a teljes tömeg, és a meteor a Földre csapódik. Ilyenkor a felszínre érő testet már meteoritnak hívjuk. Vélhetően a dinoszauruszok kihalását is egy nagy meteorit-bechapódás idézte elő. A történelem során a későbbiekben is születtek feljegyzések bechapódások kapcsán, például az 1954-es alabamai esetről, amikor egy 4 kg tömegű meteorit átütötte egy ház tetejét, lakóját pedig megsebesítette. Azóta már a kutatók és lelkes meteoritvadászok is célirányosan keresik a leérkezett meteoritokat, hiszen ritkák, és sok információt megtudhatunk a Föld körül lévő anyagok összetételéről.

A meteoroknak két nagyobb, különleges fajtája létezik, a tűzgömbök és a bolidák. A tűzgömbök a legfényesebb, -5 magnitúdónál fényesebb meteorok, a bolidák pedig pályájuk végén felrobbanva hanghatást idéznek elő. A közelmúltban ismert egyik híres eset a 2013-as Cseljabinszk felett a légkörbe érkező meteorit, amely nagyon erős fényjelenséget váltott ki az égen, majd hanghatás kíséretében fel is robbant.



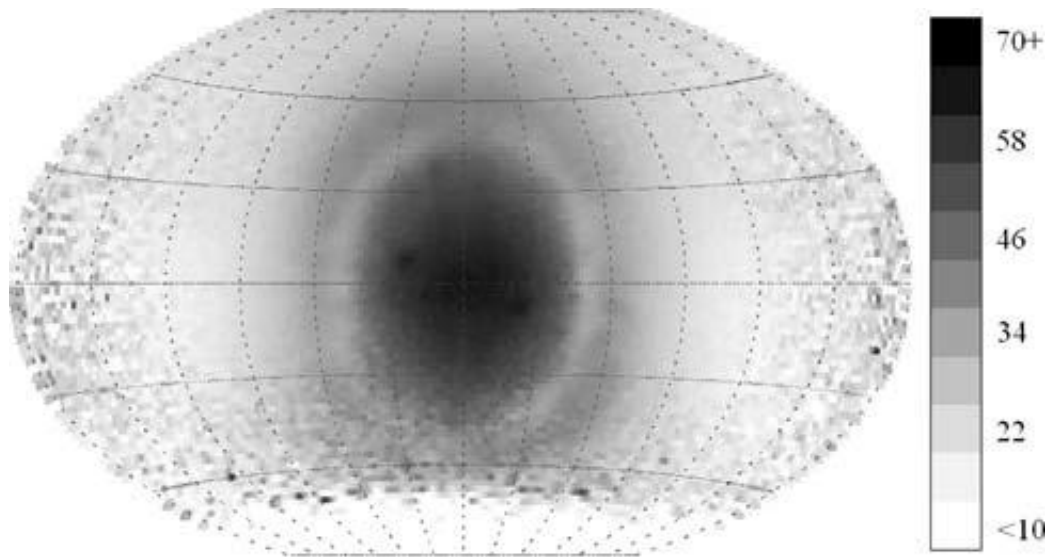
1. ábra: A Cseljabinszk felett 2013. február 15-én feltűnt extrém fényes meteorjelenség felvétele (forrás: Fókusz, vajdasági ismeretterjesztő és tudománynépszerűsítő portál)

A fényességükön túl a meteorokat csoportosíthatjuk aszerint is, hogy üstökösből, vagy kisbolygóból származnak-e; az ismert meteorrajok többsége üstökösből származik. Ez azt jelenti, hogy egy adott üstökös pályája keresztezi a Földét, és mivel az üstökös sok apró részecskét hagy maga után a pályáján, a Föld légkörébe ezek a porszemcsék a találkozásokkor sok fényjelenséget képesek produkálni. A periodikus üstökösök pályái mentén mindenütt található por- és kőszemcse, ezért a pályák kedvező térbeli elhelyezkedése esetén a Föld minden keringési periódusában megtörténik ez a találkozás az üstökös maradványaival. Megfelelő időközönként az üstökös körbeér a pályáján, pótolva a Föld által kisöpört törmelékét. Ekkor a Földről megnő az óránként észlelt meteorok száma, ami évről évre csökken. A rajok elnevezése a látszólagos érkezési irányuk (radiáns) elhelyezkedésétől függ, például ha ez a pont a Leo (Oroszlán) csillagképben van, a Leonidák meteorrajról beszélünk, ha a Perseus csillagképben, akkor a Perseidákról.

Egyes meteorok nem rajokból érkeznek, hanem egyedülállóak, ezek valószínűleg kisbolygóból származnak, és sporadikus meteoroknak hívjuk őket. Az év minden szakaszában hullnak, viszont hajnalban sűrűbben, hiszen olyankor a meteor sebessége, és a Föld forgási sebessége összeadódik, így nagyobb fényjelenséget produkálva, míg napnyugtakor a két sebesség kivonódik egymásból, ezért csak a nagyobb sebességűek válnak láthatóvá.

Feltűnési magasságuk általában 80-100 km közé tehető, a fényjelenség megszűnésekor pedig 40-60 km magasságban találhatóak.

A 2002 és 2007 között a Föld légkörébe érkező meteorok sebességeloszlását M. D. Campbell-Brown (2008) tanulmányozta. Az objektumok Földhöz viszonyított, km/s-ban értendő átlagsebességét egy olyan különleges koordináta rendszerben ábrázolta, amelynek alapsíkja az ekliptika, alapiránya pedig a Föld mozgásiránya.



2. ábra: 2002 és 2007 között észlelt meteorok sebességeloszlása (forrás: Directional Variation of Sporadic Meteor Activity and Velocity)

Ahogy ez az ábrán is látható, a maximális sebesség 70 km/s köré tehető, ami könnyen értelmezhető kvalitatíve azzal, hogy a Föld távolságában a Napra vonatkoztatott szökési sebesség 42 km/s, ami jól definiált felső korlátot ad a Naprendszeren belül ebben a távolságban keringő testek sebességére. Attól függően, hogy egy adott test sebességvektora miként viszonyul a Föld keringési irányához, adódik a meteor Földhöz viszonyított sebessége - a pontosan "szemből jövő", a szökési sebesség közelében mozgó meteorokra kapjuk a 70 km/s körüli csúcssebességet, figyelembe véve a Föld 30 km/s keringési sebességét. A földpályához viszonyított más hajlásszögek esetén a vektoriális összegzés miatt kisebb sebességeket tapasztalunk.

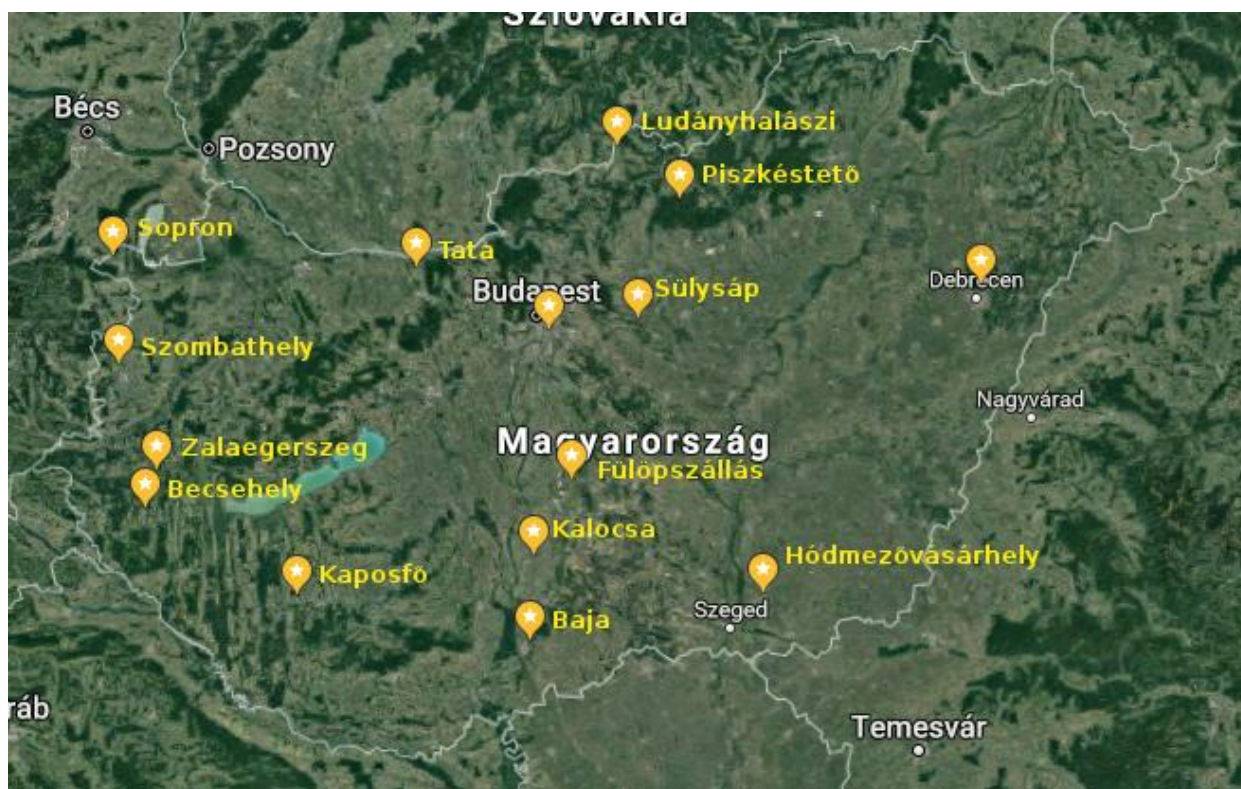
Összetételüket tekintve főleg két anyag dominál, a vas és a kő, melyek tisztán is megtalálhatók, de keverékként is. A vasmeteoritok színe kezdetben fém tiszta, majd az időjárási kitettség miatt idővel vörössé válik, sűrűségük nagy, a kőmeteoritok szerkezetében pedig kondritok, kicsiny gömbök találhatóak. Felszínük gyakran gödröcskével tarkított ('regmaglyph'), számottevő részben (ill. akár teljesen) sötét kéregszerű burok ('fusion crust') borítja, mely a légkörben történő égés következménye.

2. Észlelések

2.1. Meteorkamerák

A meteor által kiváltott ioncsatornát többek között radarral is lehet detektálni, de a légköri robbanások során keletkező infrahangokat nagy érzékenységű légköri nyomásváltozás-detektorokkal (infrahang-detektorokkal) is vizsgálhatjuk. Ezek a módszerek potenciálisan nagyon hasznosak, hiszen nem csak az éjjeli égen vizsgálódhatunk velük, hazánkban mégis a meteorkamerák szolgáltatják a legelterjedtebb megfigyelési módot, mivel a meteorradarok és infrahang-detektorok is nagy költségű műszerfejlesztést igényelnek, szemben a viszonylag olcsóbb meteorkamerákkal.

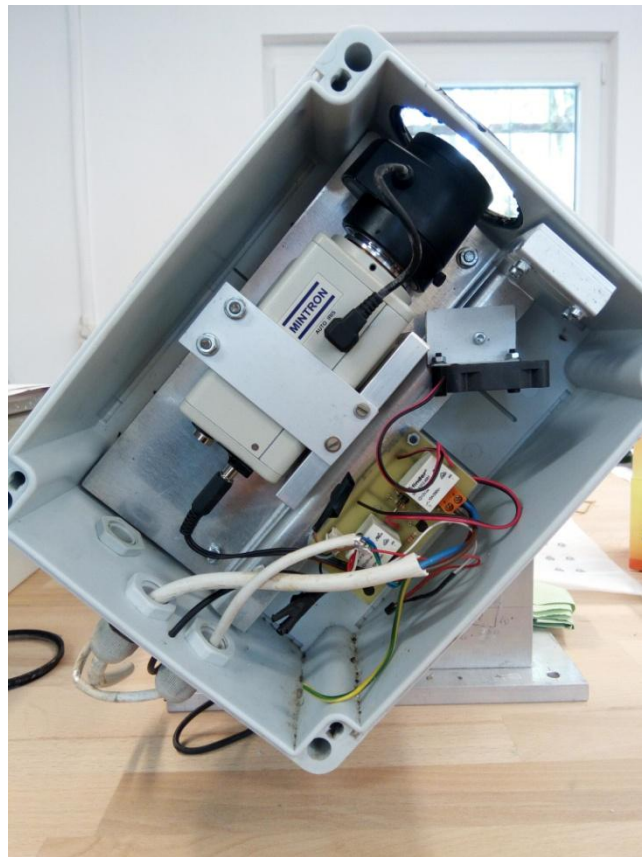
Az elmúlt és a jelenlegi évek forradalmasították a meteorok megfigyelését kamerákkal, ugyanis egyre több, egyre jobb technikával épültek kamerák, amelyek Magyarország különböző pontjain kezdték az adatgyűjtést. Ezek a pontok a magasabb régiókat igyekeznek megcélozni, ahol a légkör és a felhőzet pontosabb és sűrűbb megfigyelést tesz lehetővé, de az egész ország lefedése is alapvető cél. Jelenleg 15 helyen található működő kamerák, de ez még bővülni fog.



3. ábra: Magyarország területén működő meteorkamerák elhelyezkedése (forrás: videometeor.hu)

A kamerák mennyiségétől függ, hogy hány szimultán, azaz egy időben észlelt meteort rögzíthetünk. Két vagy több különböző kamera állásából különböző fényesség- és koordináta-adatokat mérhetünk, ami nagyon előnyös a megfigyelés szempontjából, hiszen geometriai megfontolásokból kiszámítható a meteor magassága, távolsága mindkét megfigyelőhelytől, és a légkörbe érkezésének szöge (feltételezve, hogy a látszó szakaszban egyenes mentén halad).

Minden kamerához tartozik egy számítógép, amelyen egy szoftver irányítja a helyes működést, illetve a képek feldolgozását, azaz a meteor adatainak kiszámítását és rögzítését. Maga a kamera egy kisebb, esőtől és az időjárás viszontagságaitól védett dobozban helyezkedik el:



4. ábra: Egy meteorkamera felépítése belülről (forrás: saját felvétel)

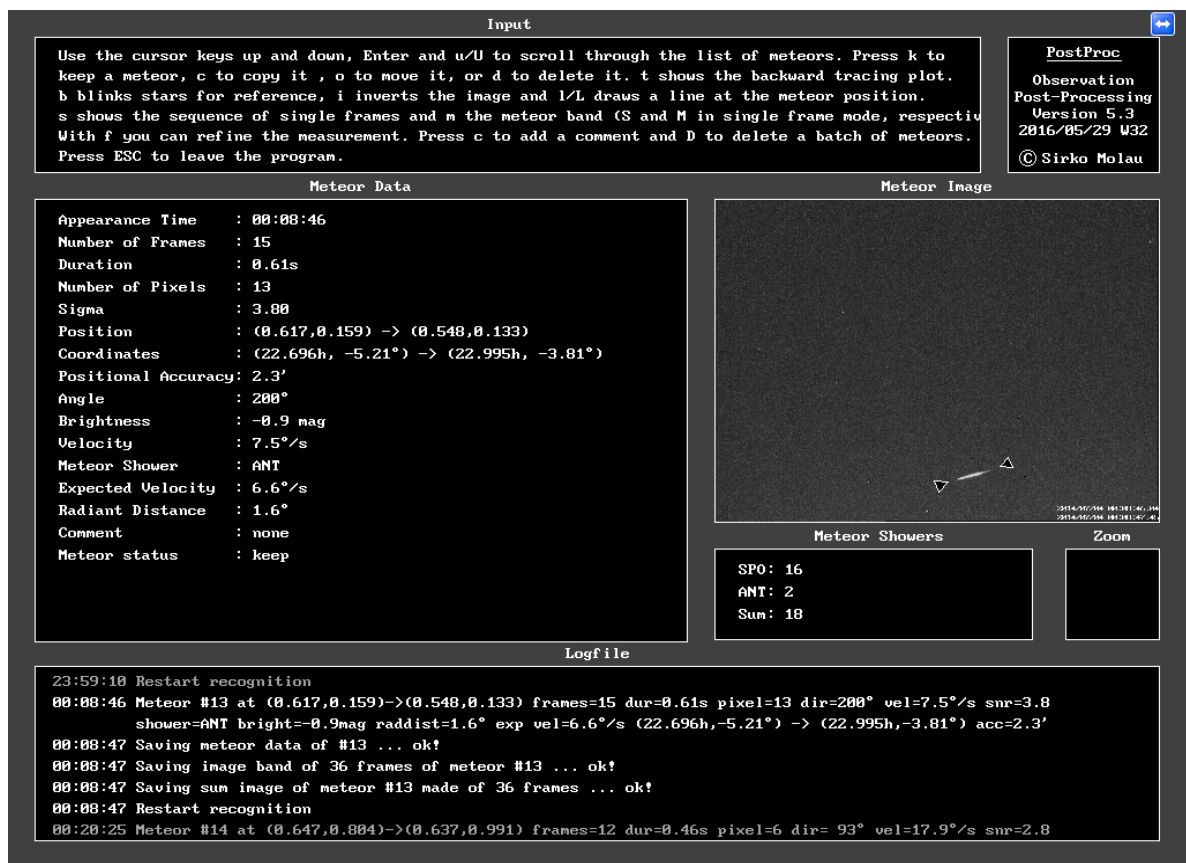
A fent látható „mintron” kamera átlagosan másodpercenként 25-30 képkockát képes rögzíteni.

2.2.A MetRec szoftver

Magyarországon az általam ismert meteorkamerák működtetői ezt a programot alkalmazzák, mivel a feldolgozás feladataira jelenleg ez a szakmai körök által legelfogadottabb célszoftver. A nyers adatsorok létrehozása és később a feldolgozása is elvégezhető vele, amit én magam is végigkövethettem, illetve használhattam munkám során. Tehát az adatsorok előállítását az alább leírt eljárással zajlik.

A felvételek rögzítése nem folyamatos, ami a szoftver segítségével, pufferelést alkalmazva koordinálható. A felvett képkockák első lépésben csak átmenetileg tárolódnak, ezután az utolsó pár képkocka megfigyelésével dönthető el, hogy véglegesen mentésre kerülnek, vagy törölhetők. Nagyobb négyzethálójával részekre bontva a képet, a régiók átlag pixelintenzitása figyelhető. Amennyiben egymás utáni három képkockán megemelkedett pixelintenzitás tapasztalható egy régióban, és a fényesebb pixelek egy vonalban helyezkednek el, meteor regisztrálás történik, és a képkockák véglegesen mentésre kerülnek. A meteor megjelenése előtti és utáni pár kocka is rögzítésre kerül. Azok a képkockák, amikben nincs változás, kitörölhetők.

Ezzel a módszerrel sajnos elkerülhetetlen, hogy a repülő, bogarak átvonulásakor a látómező előtt, vagy a felhők, fák mozgására is bekapcsolódó kamera képeit később válogatni és törölni kelljen. Erre a feladatra szintén alkalmas a MetRec, amellyel gyorsan elvégezhető az előfeldolgozás, és más, esetleg referencia korrekciókra is lehetőség nyújt. Egy átlagos, viszonylag felhőmentes éjszakán 30-40 darab, rajok érkezésekor pedig akár 140-150 darab meteor is rögzítésre kerül.



5. ábra: A MetRec szoftver előfeldolgozó felülete (forrás: saját felvétel)

A jobb oldali ablakban látható maga a videó, alatta pedig egy kis, radiánsból megállapított napi statisztika a rajokra vonatkozóan. A legnagyobb ablakban az adott meteorra a program által kiszámított adatok találhatóak: fényesség, radiáns, pozíció, koordináták. Legfelül a program tájékoztat minket a lehetőségekről, és a különböző billentyűk használatával elérhető változásokról (törlés, elfogadás, lejátszás, kijelölés...). Legalul pedig annak a .log fájlnak a részlete látható, amiből beolvassa az egész éjszaka során felvett meteorokat.

A fontos, és későbbiekben is használható adatokat a kamera egy referencia kép segítségével, a képen található referencia csillagokból állítja elő. Ezek az adatok a látszólagos fényesség, a látszólagos rektaszcenzió, és látszólagos deklináció. A felvételek természetesen tartalmazzák a képkockák készítésének időpillanatát is.

Ha egy pixel egy bizonyos intenzitás fölé kerül, onnantól a csillag részének számított intenzitása megegyezik a csillag intenzitásának átlagos értékével. Ha nem éri el a kellő mértékű intenzitást, a pixel a háttér részét képezi. A kiemelkedő intenzitású pixelek köré megfelelő távolságban egy körív mentén a program kiszámítja az átlagos intenzitást, azaz a háttérintenzitást, amit levon a csillag pixeleinek intenzitásából. Így minden csillaghoz rendel egy intenzitást, katalógusokból pedig tudja, mennyi ezeknek a csillagoknak a látszó

fényessége. A két értéket korreláltatva, és a feltűnő meteorra is a fent leírt eljárást alkalmazva, a meteor pixelintenzitásából meghatározható a látszólagos fényessége.

A koordináták is hasonló módon számolhatók: a referencia csillagok kép koordinátái megfeleltethetők a katalógusból ismert ekvatoriális koordinátáiknak, így egy egyszerű transzformációval átszámolhatók egymásba. A lemezkonstansok (mátrix, ami a transzformációt végzi) meghatározásával, és a meteor kép koordinátáinak ismeretében az ekvatoriális koordináták kifejezhetők.

Ehhez természetesen egy nagyon sok csillagot tartalmazó, derült éjszakán készített referencia kép előállítása a legfontosabb lépés, emellett azonban a kamerák karban tartása sem elhanyagolható, hiszen esetleges elmozdulása esetén a koordináták és fényességek pontatlanokká válhatnak.

3. Elméleti háttér

A meteorok viselkedését leíró három legfontosabb egyenletet számos cikkben és tanulmányban tárgyalták már (pl. Ceplecha és McCrosky, 1976), illetve használták fel különböző vizsgálatokhoz, én azonban Bronshten (1983) kifejtéséből tudtam legjobban értelmezni az alapokat. Ezután Hellings (1994) leírását használva jutottam az egyenletek olyan alakjára, amit a később tárgyalt C-kód is használ.

Az egyenletek levezetése előtt szükséges megérteni két mennyiséget: A meteor alaktényezőjét, és a levegő sűrűségét. Az alaktényező kiszámítható különböző testek esetén a következő képlettel:

$$A = \frac{S}{V^{\frac{2}{3}}} = \frac{S \cdot \rho_{\text{meteor}}^{\frac{2}{3}}}{M^{\frac{2}{3}}},$$

ahol V a test térfogata, M a tömege, ρ a sűrűsége, S pedig a keresztmetszet. Meteorok esetében gömböt feltételezünk, így $A=1,21$.

A levegő sűrűsége a barometrikus magasság formulával modellezhető:

$$\begin{aligned} dp(h) &= -\rho(h) \cdot g \cdot dh, \\ \frac{p(h)}{p_0} &= \frac{\rho(h)}{\rho_0}, \\ \frac{dp(h)}{dh} &= -\frac{p(h) \cdot \rho_0}{p_0} \cdot g. \end{aligned}$$

A differenciálegyenlet megoldása pedig:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot h \cdot g}.$$

Az egyenletet sűrűségre átírva:

$$\rho(h) = \rho_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot h \cdot g}.$$

A konstansokat behelyettesítve (Hellings, 1994):

$$\rho_{\text{levegő}} = e^{-6,65125 - 1,39813 \cdot 10^{-6} \cdot h}.$$

3.1.A sebességcsökkenés egyenlete

Az egyenlet azon a feltételezésen alapul, hogy a meteor impulzusmomentum vesztese ($M \cdot dv$) arányos azzal a levegőtömeg impulzusával, amire dt idő alatt nyomást gyakorol. Ekkor a meteor v sebességgel halad, és S keresztmetszetével hat a levegőre, így a levegő tömege:

$$M = v \cdot dt \cdot S \cdot \rho_{levegő} \cdot v$$

A légellenállási tényező (G) a meteor impulzusvesztése és a levegő impulzusának aránya (Bronshten,1983):

$$M \cdot dv = -G \cdot v \cdot dt \cdot S \cdot \rho_{levegő} \cdot v$$

Az alaktényező egyenletéből kifejezett keresztmetszetet behelyettesítve és a konstansok szerint rendezve:

$$M \cdot \frac{dv}{dt} = -G \cdot A \cdot \rho_{meteor}^{-\frac{2}{3}} \cdot \rho_{levegő} \cdot M^{\frac{2}{3}} \cdot v^2$$

Bevezetve az alak-sűrűség együtthatót:

$$K_1 = G \cdot A \cdot \rho_{meteor}^{-\frac{2}{3}}$$

a későbbiekben is használt végleges egyenlet az alábbi alakot ölti (Hellings, 1994):

$$\frac{dv}{dt} = -K_1 \cdot \rho_{levegő} \cdot M^{-\frac{1}{3}} \cdot v^2$$

3.2. A tömegvesztés egyenlete

Feltételezve, hogy a levegőmolekulák kinetikus energiájának λ -ad (hőátadási tényező) része használódik el a dM tömeg elfogyására ($\frac{1}{2} \cdot S \cdot \rho \cdot v^3 dt$), és hogy Q egy rejtett tartalék a meteor energiájából, ami szintén a tömeg elpárolgatására szolgál, az egyenlet felírható (Bronshten,1983):

$$\frac{dM}{dt} = -\lambda \cdot \frac{1}{2 \cdot Q} \cdot S \cdot \rho_{levegő} \cdot v^3$$

Ahogy azt fent is elvégeztük, a keresztmetszetet helyettesítve és rendezve megkapjuk a

$$\frac{dM}{dt} = -\lambda \cdot \frac{1}{Q} \cdot A \cdot \rho_{meteor}^{-\frac{2}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}} \cdot \rho_{levegő} \cdot v^3$$

egyenletet, amiből bevezetve az ablációs együtthatót:

$$K_2 = \frac{\lambda \cdot A}{2 \cdot Q \cdot \rho_{meteor}^{\frac{2}{3}}}$$

felírható a későbbiekben is használt alak (Hellings,1994):

$$\frac{dM}{dt} = -K_2 \cdot M^{\frac{2}{3}} \cdot \rho_{levegő} \cdot v^3$$

3.3. Sugárzási egyenlet

A meteor sugárzásához legnagyobb mértékben az elpárolgó anyag emissziója járul hozzá, azaz feltehetjük, hogy a sugárzás intenzitása arányos az elpárolgott tömeg kinetikus energiájával. Az arányossági tényező a fényesség együttható (τ), ami a sebességtől, tömegtől és keresztmetszettől függ (Bronshten,1983):

$$I \cdot dt = -\tau \cdot \frac{1}{2} \cdot dM \cdot v^2 .$$

A sugárzás intenzitásából, a Nap, mint referencia segítségével, kiszámolható a meteor abszolút fényessége:

$$Mag = Mag_0 - 2,5 \cdot \log \frac{I}{L_0} .$$

A távolságmodulusból pedig a látszó fényesség:

$$mag = Mag - 5 + 5 \cdot \log D ,$$

ahol D a megfigyelőhely és a meteor távolsága. Az egyenletek összevonásával és konstans értékek beírásával, illetve a távolságot pc helyett cm -be átszámolva, a következő formulát kapjuk (Hellings, 1994):

$$mag = 5 \cdot \log D - 2,5 \cdot \log I - 8,73$$

3.4. Konstansok

Összefoglalva, a három legfontosabb egyenletben három darab konstans maradt, ebből kettő összevont:

$$K_1 = G \cdot A \cdot \rho_{meteor}^{-\frac{2}{3}} - \text{alak-sűrűség együttható}$$

$$K_2 = \frac{\lambda \cdot A}{2 \cdot Q \cdot \rho_{meteor}^3} - \text{ablációs együttható}$$

τ – fényesség együttható

Az alak-sűrűség együttható tipikus értéke $0,5$ és 1 között alakul, az ablációs együtthatóé legtöbbször 10^{-11} . A fényesség együttható pedig $0,01$ köré tehető.

4. A szimultán észlelt meteorok pályájának geometriája

Az észlelési adatokból meghatározott, két helyről mért látszólagos koordináták segítségével, egyszerű geometriai megfontolásokból kiszámolható a meteor tengerszint feletti magassága és a megfigyelőhelyektől való távolsága is. A számolások egyszerűsítése céljából a megfigyelőhelyek közötti és a meteor talppont - megfigyelőhely távolságok körív helyett szakaszként kezelhetők; a használt távolságokon (100-200 km) nem eredményez számottevő hibát.

Az ekvatoriális koordinátákból a gömbháromszögtanból ismert átváltással kiszámolható mindkét megfigyelőhelyről a meteor irányának magassága ($m1[^\circ]$, $m2[^\circ]$) és azimutja ($A1[^\circ]$, $A2[^\circ]$), ahol $\delta[^\circ]$ a deklináció, $\varphi[^\circ]$ a földrajzi szélesség, $t[^\circ]$ pedig az égítést óraszöge:

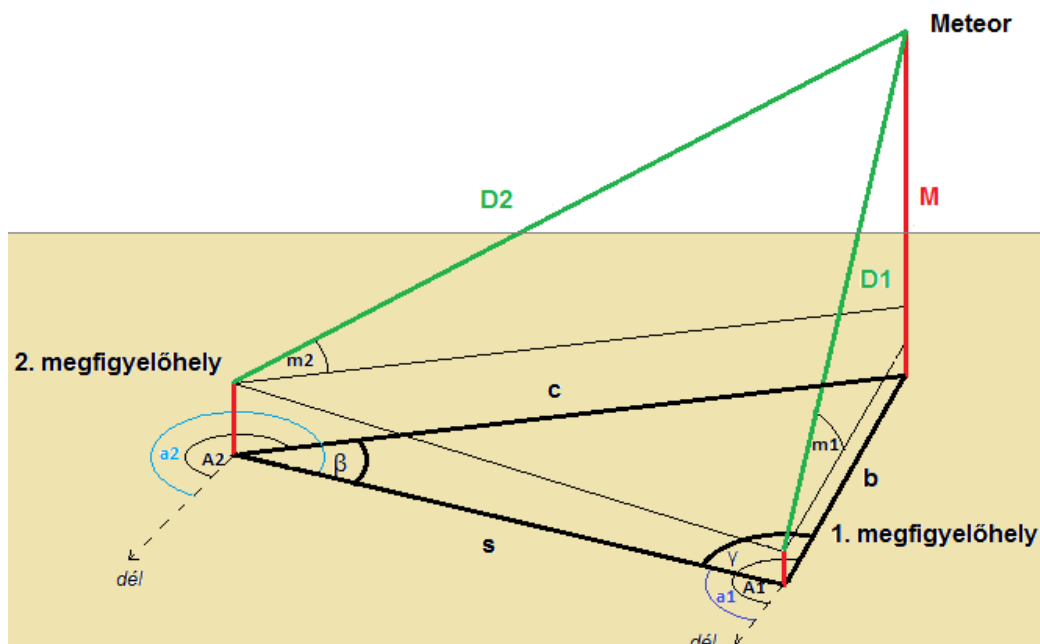
$$m = \arcsin(\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t),$$

$$A = \arccos\left(\frac{\sin \delta - \sin \varphi \sin m}{\cos m \cos \varphi}\right).$$

Ehhez azonban ismernünk kell az adott időponthoz és földrajzi helyzethez tartozó csillagidőt ($\theta[^\circ]$), ami a Julián-dátum és a kamera földrajzi elhelyezkedésének ismeretében kiszámítható. Az óraszög(t) a csillagidő és az égítést rektaszcenziójának ($\alpha[^\circ]$) különbsége:

$$t = \theta - \alpha.$$

Egy ábrával szemléltetve a távolságokat és szögeket, a számolás könnyebben megérthető:



A megfigyelőhelyek közötti távolság ($s[km]$) kiszámolható a földrajzi szélességükből ($\varphi[^\circ]$), földrajzi hosszúságukból ($\lambda[^\circ]$), és a Föld görbületi sugarából ($R[km]$):

$$s = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot R \cdot \pi \cdot |\Delta\varphi|}{360}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot R \cdot \pi \cdot \sin(90-\varphi) \cdot |\Delta\lambda|}{360}\right)^2}.$$

Ezután az egyik megfigyelőhely azimutját szükséges meghatározni a másik szemszögéből, illetve fordítva ($a1[^\circ]$, $a2[^\circ]$). Ez a földrajzi koordináta-különbségek segítségével tehető meg, az egymás közti viszonytól függően szögfüggvények segítségével. Ezen adatot felhasználva már meghatározható az ábrán látható gúla alaplapjának szögei:

$$\beta = |A1 - a1|,$$

$$\gamma = |A2 - a2|.$$

A szögek és az alap háromszög egyik oldalának ismeretében (megfigyelőhelyek közötti távolság) pedig a háromszög többi oldala, azaz a megfigyelőhelyek talppontjának távolsága a meteor talppontjához ($b[km]$, $c[km]$) számolható ki a szinusz tétel alapján:

$$b = \frac{\sin \beta}{\sin(90-\beta-\gamma)} \cdot s,$$

$$c = \frac{\sin \gamma}{\sin(90-\beta-\gamma)} \cdot s.$$

A megfigyelési magasság ($m1[^\circ]$, $m2[^\circ]$) és az imént kiszámított távolság ismeretében a meteor magassága ($M1[km]$, $M2[km]$) kiszámítható. Mivel a megfigyelőhelyek is tengerszint feletti magasságon helyezkednek el ($h1$, $h2$), a helyes magasság érdekében ezzel is kalkulálni kell:

$$M1 = \tan(m1) \cdot b + h1,$$

$$M2 = \tan(m2) \cdot c + h2.$$

Elméletben a két megfigyelőhelyről számolt magasság érték megegyezik, azonban kerekítési és egyszerűsítési hibákból pár kilométert eltérhet, emiatt az átlagolt értéket használva vihető tovább az adatok meghatározása.

A megfigyelőhelyek és a meteor távolsága ($D1$, $D2$) hasonló módon meghatározható, mint a magasság, ugyanazokból a háromszögekből:

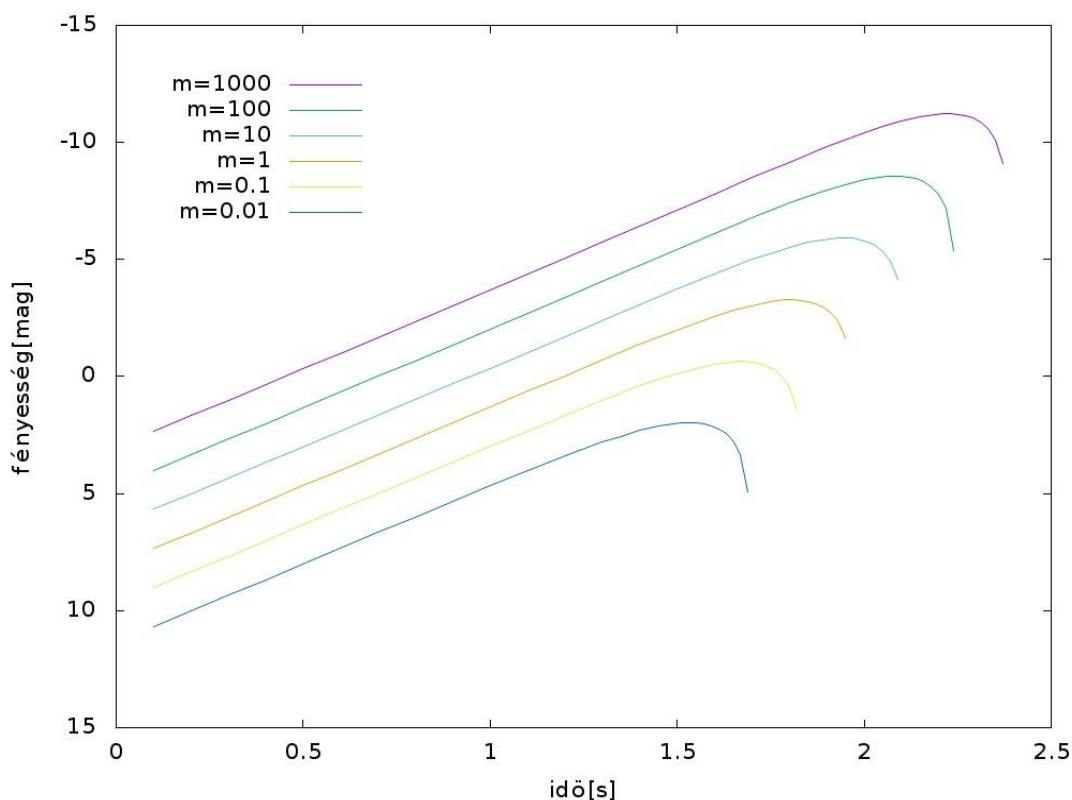
$$D1 = \frac{b}{\cos m1},$$

$$D2 = \frac{c}{\cos m2}.$$

5. A meteor kezdeti tömegét meghatározó C-kód

5.1. A program születése

A legelső, kezdetleges változat már a nyári szakmai gyakorlatom során elkészült, amit az SZTE Bajai Obszervatóriumban végeztem el. Akkor a témával ismerkedés és a programozás alapjainak felelevenítése után egy már meglévő, Basic nyelven írt kódot (Hellings, 1994) fordítottam át C nyelvre. A kód ekkor még csak önkényes, de logikus határokon belül megválasztott kezdőértékeket használt. Az értékválasztás a tömegre, sebességkomponensekre, magasságra és a három, elméletben is tárgyalt konstansra vonatkozott. Ezekkel az általam meghatározott kezdőértékekkel és idő lépésközzel kiszámolt, a 3. fejezetben kifejtett képletek alapján egy differenciál értéket. A differenciált kivonva az egy lépéssel korábbi megfelelő értékekből, majd ezt a műveletet egy ciklusban léptetve a meteor alapvető értékei meghatározottakká váltak az útja során. A létrejövő fényesség adatokat egy valós fénygörbe mellett ábrázolva nagyságrendi becslést tudtam adni a valódi meteorra. Emellett a különböző kezdőértékek melletti fénygörbe alakját vizsgáltam:



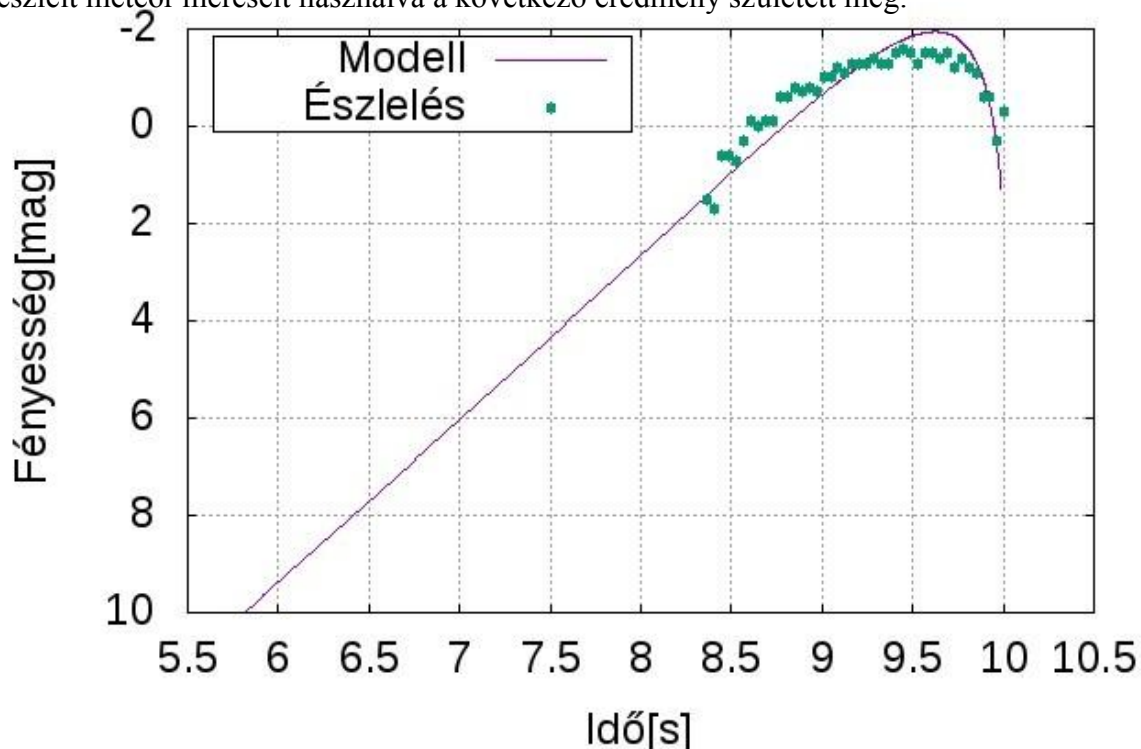
6. ábra: Különböző tömegű meteorok fénygörbéje

Ahogy az az ábrán is látható, a vizsgált tömegtartományon a modell a vártaknak megfelelően működik, a kezdőtömeg növelésével a fényesség is növekedik.

A következő változat a projekt munka végeredményeképp készült el, amiben az előző változat teljes mértékben szerepel, csupán a fénygörbék illesztése vált automatizálttá. A mért idő és fényesség adatokat beolvasva, azokat összehasonlítottam a program által számolt fényesség adatokkal, a legkisebb négyzetek módszerével. Ehhez a modell adatokat lineáris interpolációval meghatároztam a mérés időpontjaiban, majd az interpolált (mag_{modell}) és mért ($mag_{mérés}$) fényességeket helyettesíttem be a következő képletbe, egy ciklus segítségével:

$$\chi^2 = \frac{\sum(mag_{mérés} - mag_{modell})^2}{N \cdot \sigma^2},$$

ahol N a mérési pontok száma, σ pedig a szórása, amit $0,1$ -nek becsültem. Annak érdekében, hogy a kezdőfeltételeket ne kelljen minden próbálkozásnál újra kézzel bevinni, magát a kezdőértékeket is, pontosabban az időbeli eltolást és a tömeget egy ciklusban két előre meghatározott érték között léptettem. Mindegyikhez meghatároztam egy eltérés négyzetet, majd a legkisebbet kiválasztva az adatokat egy fájlba írtam. Egy Budapestről észlelt meteor méréseit használva a következő eredmény született meg:



7. ábra: A projekt munkám során elkészülő modell, és egy Budapestről történő valós mérés fénygörbéi

Ennek a gondolatmenetnek legnagyobb hibája abban rejlik, hogy a fényességeket a felszíntől számított távolság függvényében határozza meg, nem pedig a megfigyelőhelytől való távolság függvényében. Az ábrán emiatt tér el ilyen nagy mértékben a két fénygörbe. Így egyértelművé vált, hogyan kell tovább fejleszteni a programot: a mérésekből meg kell határozni a meteor valódi távolságát, amivel már egy helyes fényesség érték számolható.

5.2. Alapkonceptió

A program nagy részében külső adatokkal dolgozik, ezért első lépésben egy beolvasás történik, amelyben idő, fényesség, rektaszcenzió és deklináció adatokat helyez egy tömbbe, amivel később az egész munka folyik. Ezeket a nyers adatokat korrigálni szükséges, ugyanis a számolás olyan térbeli és időbeli pontokkal működik, amelyekről mindkét megfigyelési helyről van adat. Ezzel ellentétben a megfigyelőhelyek megfigyelései nem pontosan ugyanabban a pillanatban kezdődnek, és nem is egyenközű a képkockák rögzítése. A probléma első felére megoldást egy feltétel nyújtott, ami csak a közös időintervallumban készült adatokat használja. A második felét lineáris interpolációval küszöböltem ki, aminek segítségével már mindkét kamera összes időpillanatához köthető mindkét helyről észlelt fényesség és koordináta adat.

Következő lépést a geometriai számolásokhoz szükséges, nem mérésekből származó adatok létrehozása jelentette: csillagidő, megfigyelőhelyek távolsága, megfigyelőhelyek azimutja a másik megfigyelőhely szemszögéből. A csillagidőhöz az észlelőhely földrajzi szélességét és az észlelés időpontját használtam fel Julián-dátumban. A megfigyelőhelyek távolsága a földrajzi szélességből és hosszúságból könnyedén kiszámítható. Az azimutok pedig szögfüggvények segítségével, a különböző elhelyezkedésektől függően négy lehetséges esetre bontva határozhatók meg.

A meteor látszó pályáját szakasznak feltételezve, a sebességvektor szöge a kezdő és végpontból kiszámítható. Ehhez azonban a geometriai számításokat el kell végezni mindkét pontban, hogy a létrejövő adatokból szögfüggvény segítségével legyen számolható a keresett szög. Az átlagsebesség a $v = \frac{s}{t}$ képletből szintén egyszerűen számítható.

A legfontosabb kezdő adatok kiszámítása után a kód magját képező *for* ciklus található. A ciklusban a meteor kezdőtömegét léptetem az előre meghatározott, logikus értékek között, meghatározott lépésközzel. Belül egy függvény az eltérés nagyságát

számolja a mért és modell fénygörbék között, majd egy feltétel található, amely a legkisebb eltérésű görbe kezdő paramétereit egy változóban tárolja.

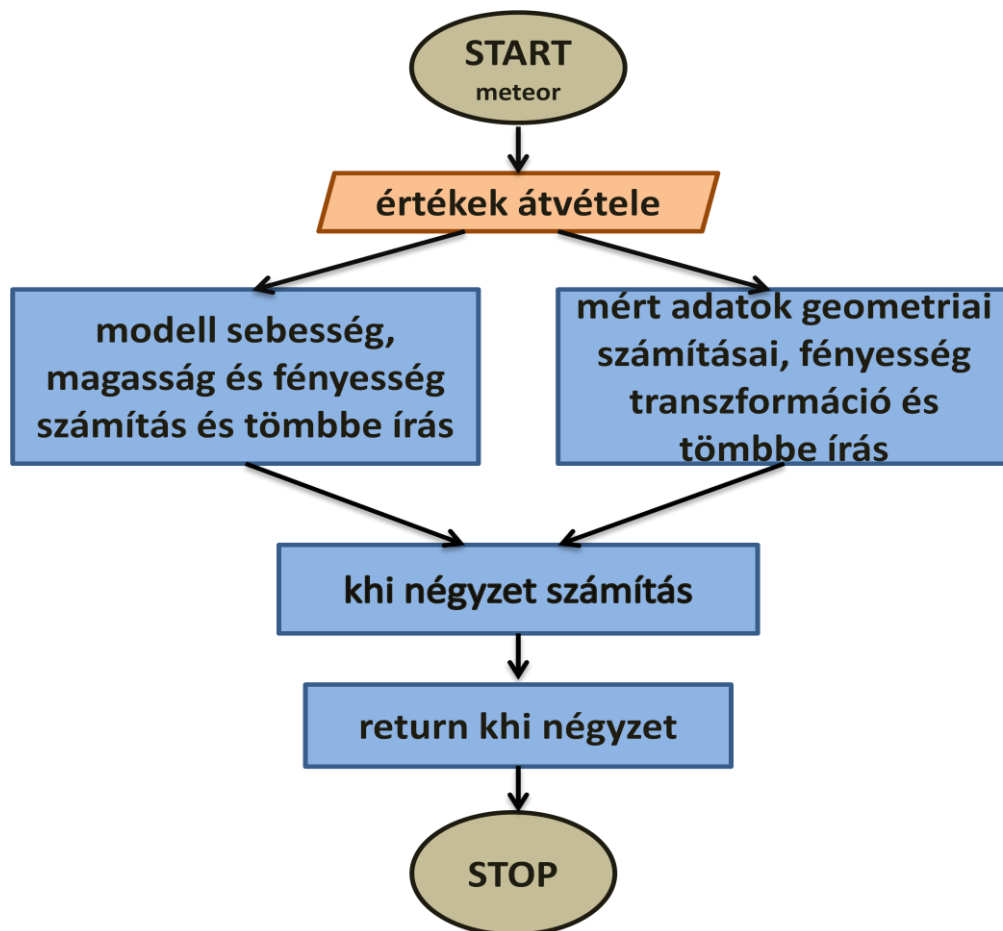
A függvény három fő részből áll:

- a kezdőparaméterek alapján, integrálással számít minden időpillanathoz sebesség, magasság és fényesség adatokat az elméleti összefüggések segítségével, majd egy tömbben tárolja el azokat;

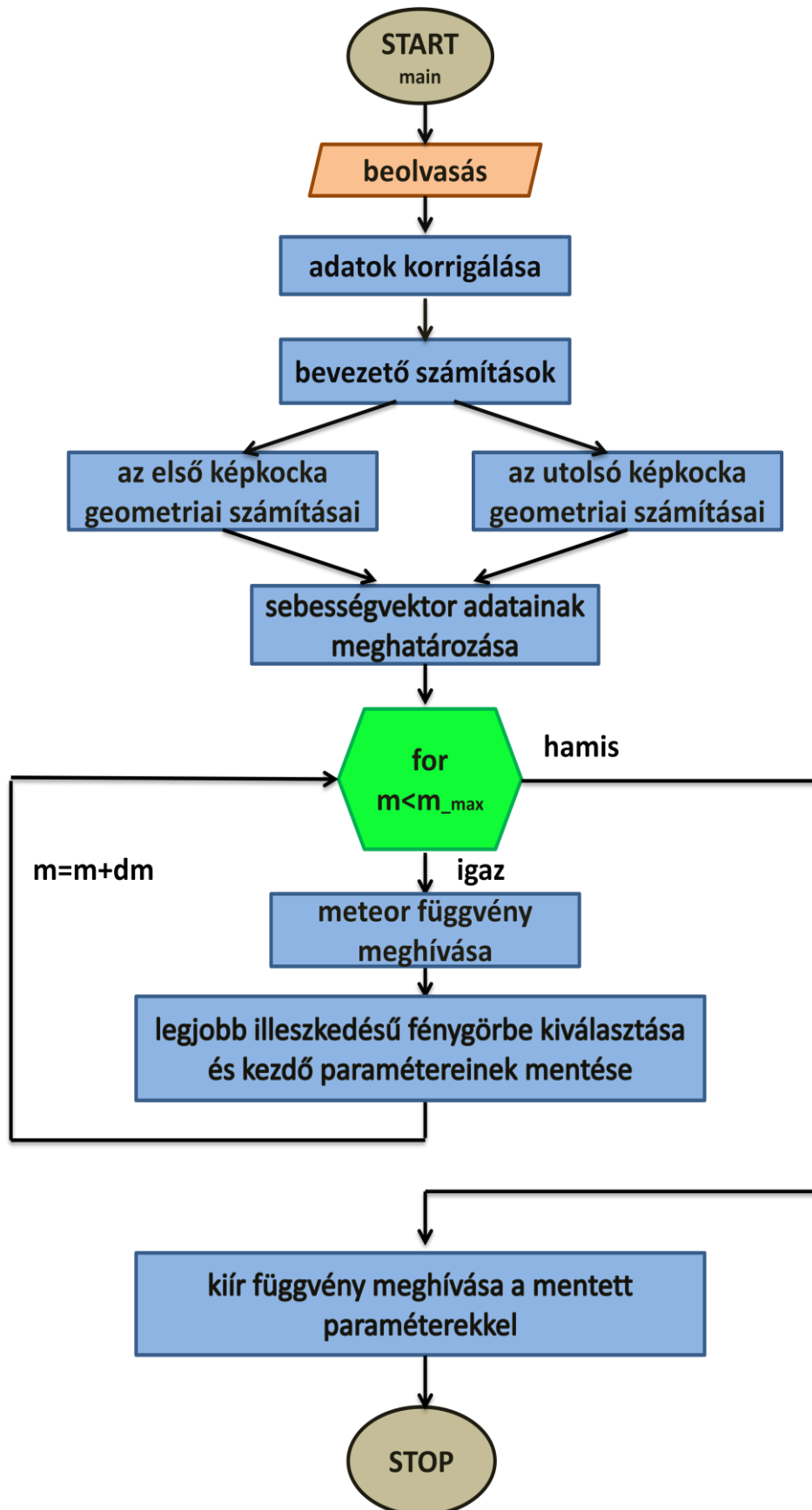
- a beolvasott, majd korrigált fájl segítségével minden időpillanatra elvégzi a geometriai számításokat, mivel a meteor távolságának ismeretében a mért fényességeket a megfelelő koordinátarendszerbe tudja transzformálni. A transzformált fényességeket tömbbe tárolja;

- a két fénygörbét χ^2 számolással hasonlítja össze, ami egy ciklus segítségével valósítható meg, az ismert összes adatpár összehasonlításával. Ezzel az eltérés négyzet nagysággal tér vissza a függvény a *main*-be.

Az egymásba ágyazott ciklus lefutása után egy újabb függvény segíti a fájlba írást: teljesen hasonlóan működik a korábbi függvényhez, csak már nem tömbbe, hanem két fájlba írja az idő, fényesség és magasság adatokat, illetve már nem számol eltérést.



8. ábra: A saját fejlesztésű kód „meteor” függvényének folyamatábrája



9. ábra: A saját fejlesztésű kód „main” függvényének folyamatábrája

5.3. A fejlesztés során fellépő problémák

Habár az elméleti és a program szerkezetét képező háttér viszonylag gyorsan megszületett, a véglegesítése még sok időt és energiát vett igénybe, sok megoldásra váró problémát sikerült kiküszöbölöm, amelyekre apránként, különböző adatsorok bevitelét követően derült fény.

- ❖ Abból a feltételezésből indultam ki, hogy a kamerák időmérése azonos, GPS alapú, azonban az első alkalommal, hogy két helyről mért meteor fényességgörbéjét egymáson ábrázoltam, egyértelművé vált, hogy ez még sincs így. A kamerákhoz kötött számítógép belső órája szerint készülnek a mérések, ami akár másodperces időeltolódást is mutathat, pedig maga a jelenség is hozzávetőlegesen csak két másodperc hosszú. Első próbálkozásként a kódba egy olyan lépést építettem, ami a fényességmaximumok eltolódásának mértékével tolja el az összes adatpontot; ez azonban nem volt elég kielégítő. Egyrészt a fényességértékek szórása túl nagy, így a pont szélsőértéke nem szükségképpen a görbe szélsőértéke. Másrészt egyáltalán nem biztos, hogy a mérésnek van maximuma, előfordulhat ugyanis az is, hogy a kamera már vagy még nem csípi el a maximumot, felhők, vagy csak a képméret miatt. Harmadrészt század másodpercnyi eltolás is elég nagy különbségeket okozott a két helyről számolt magasság különbségekben. A probléma megoldására ezt a tényt használtam ki: ideális esetben ugyanis a magasságoknak meg kell egyezniük. Tehát az időadatokat olyan mértékben toltam el, hogy a legkisebb magasságkülönbséget kapjam a két megfigyelőhelyről, a fénygörbéket pedig vizuálisan is ellenőriztem.
- ❖ Az azimutok kiszámítására a jól ismert gömbháromszögtani összefüggéseket használtam, azonban csak több adatsor kipróbálásával sikerült megfigyelni, hogy nem minden helyzetben kapok megfelelő eredményt. Első közelítésben egy internetes kalkulátor feltételével próbáltam kiküszöbölni a problémát, ha az óraszög pozitív volt, a kapott értéket ki kellett vonni az egész körből. Azonban így még mindig akadtak olyan adatsorok, amikre a program nem számolt jól, ezért a rektaszcenzió sajátkezü vizsgálatával, minden negyedre külön határoztam meg a megfelelő feltételt. A megoldásban viszont még így is hibádzott valami, ezért végső megoldásként egyszerűen másik közelítéssel, egy másik összefüggésből számoltam az azimutokat.
- ❖ Egy-egy adatsornál a meteor magasságára negatív értékek jöttek ki, vagy csak növekvő értékek, amelynek a magyarázataként a kamerák helytelen adatrögzítését azonosítottam

be. Egész pontosan egyik csoportnál a referenciakép nem volt helyesen beállítva, ezért helytelen referencia csillagokkal számolt, aminek következtében a koordináták és fényességek is eltértek a valóditól. A másik csoportban a kamera földrajzi helyzete volt rosszul rögzítve az adatfájlokban, amit azonban - döntő többségben - a „Meteor videók” honlapon (www.videometeor.hu) ellenőrizni tudtam.

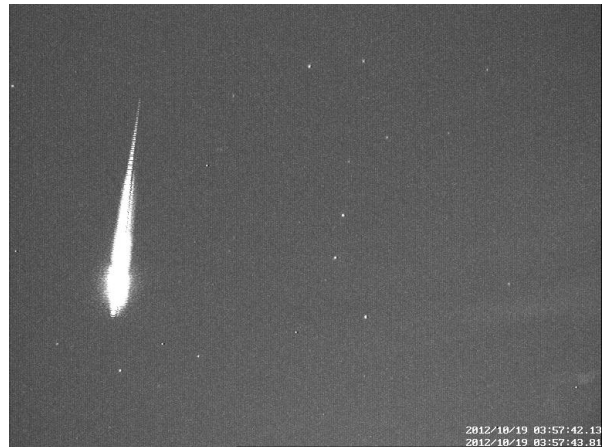
- ❖ A fénygörbéket kirajzolva észrevehető az értékek nagy szórása, ami a számolt értékek szórását is eredményezi, viszont sajnos visszamenőleg ez már nem változtatható meg. Emellett a túl fényes meteorok fényessége valószínűleg túlbecsült, hiszen azon a fényességtartományon nincs referenciacsillag, ami által pontos értéket határozhatna meg a rendszer.
- ❖ Előfordult, hogy olyan mérést próbáltam elemezni, ahol mindkét, vagy egyik helyről csak rész-fénygörbét sikerült a kamerának rögzítenie, ez azonnal az elején gondot jelentett, hiszen a támpontot jelentő görbe maximuma nélkül az időbeli összetolás nehezen ment. Ennek ellenére megpróbáltam a futtatást, de ahogy én vizuálisan, úgy a kód a khi négyzet illesztésnél sem tudott biztos eredményeket produkálni, jó görbét illeszteni.
- ❖ Viszonylag sok illesztett fénygörbénél megfigyeltem, hogy a felfényesedési ág szinte vízszintes, vagy akár azonnal az elhalványulással kezdődik. Ez azokban az esetekben történt, amikor a meteor nagyon kis szög alatt érkezett a felszínhez képest a légkörbe. A problémát az elméleti összefüggések számlájára írtam, amit természetesen a későbbiekben kézenfekvő lenne korrigálni.
- ❖ A mindvégig egyértelmű gondolat, miszerint bolida elemzésre nem alkalmas a kód, bizonyításra lelt, ugyanis egy alkalommal az elemezni kívánt meteor robbanásával létrejött egyenetlenségek a fénygörbében megghiúsították az illesztési kísérleteket.

6. Eredmények

Közel tizenöt szimultán észlelt meteort vizsgáltam meg az elkészülő programmal, azonban sajnos az adatok harmada használhatatlanná vált az által, hogy a koordináták valamelyik megfigyelőhelyen rosszak voltak. Újabb harmadát volt szükséges kizárnom a további vizsgálatokból a különleges paramétereik miatt. Végül a következő három meteort sikerült részletesen is megvizsgálnom:



10. ábra: Bajai meteorkamera felvétele, 2009.11.19.



11. ábra: Tatai meteorkamera felvétele, 2012.10.19.

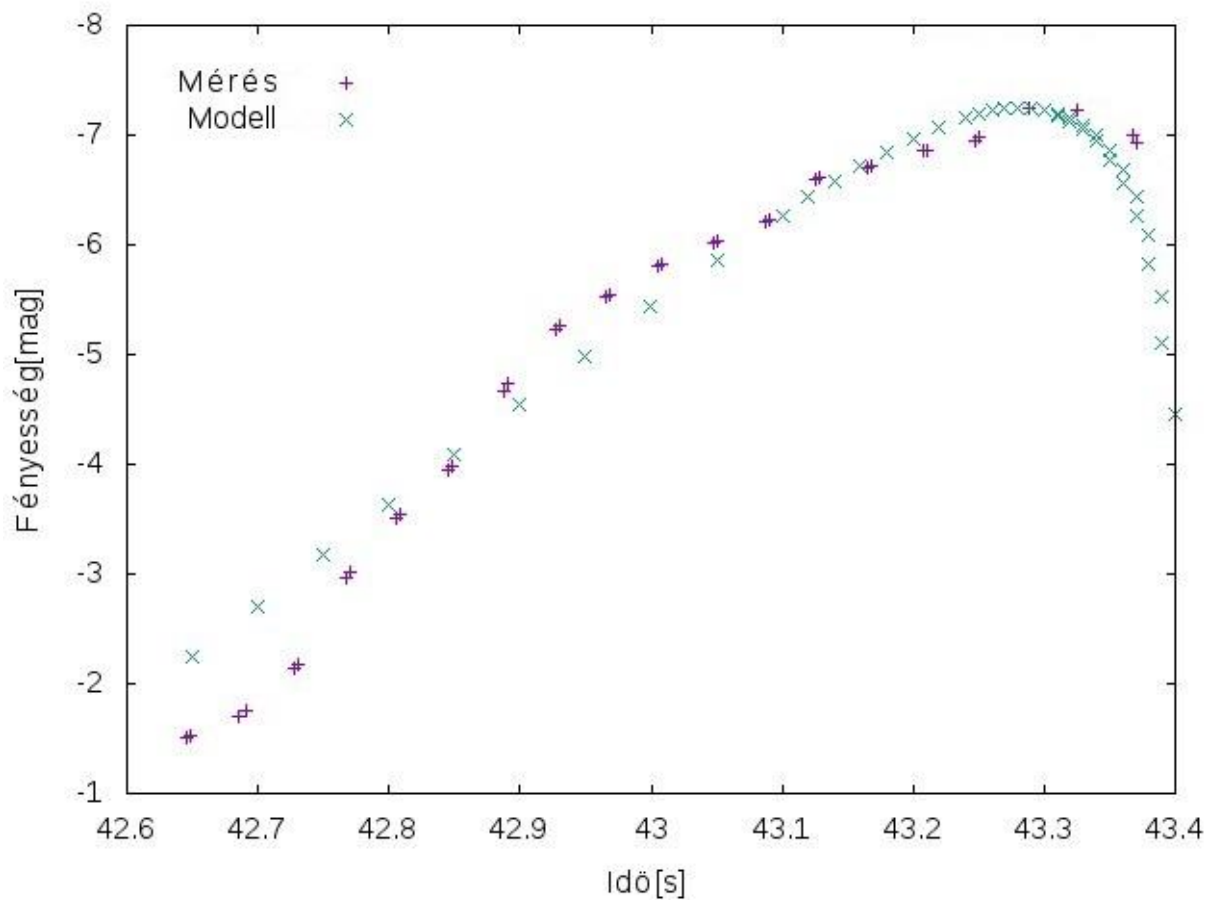


12. ábra: Súlysápi meteorkamera felvétele, 2015.02.12.

Az első lépésben megtörténő, adatsorok időbeli összetolása után azt a következtetést vontam le, hogy az adott időpontban a két kamera időmérése közötti különbség a 2009-es meteor esetében $1,27 s$, a 2015-ös esetében $0,11 s$, a 2012-es esetében $0,04 s$ volt.

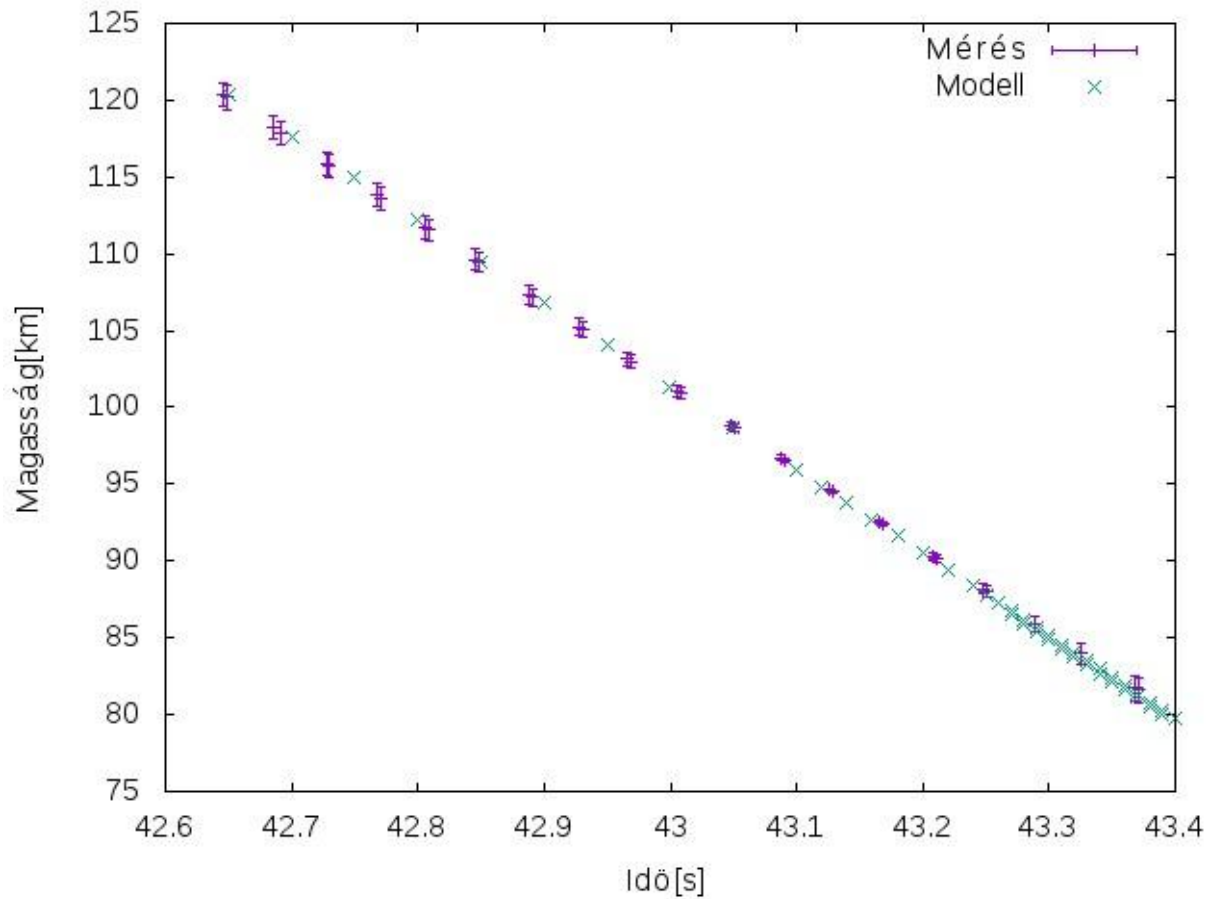
6.3. A 2012.10.19-én észlelt meteor

Az objektumot Budapestről és Tatóról is észlelték. Az ábrán két olyan fénygörbét látunk, amit az észlelő akkor figyelhetett volna meg, ha mindvégig a meteor alatt fut. Az időadatok maguk az észlelés időpontjai, 03:57:42,6 UT-val kezdődően. Habár a fénygörbék számítógép által számolt χ^2 eltérése viszonylag nagy, 8,98 mag, vizuális összehasonlítást is végezve megállapítható, hogy a két görbe szépen illeszkedik egymáshoz. Ez annak is köszönhető, hogy a talajjal bezárt szögének és a sebességének az értékei nem szélsőségesek. Előbbi $53,29^\circ$, utóbbi $66,8 \text{ km/s}$



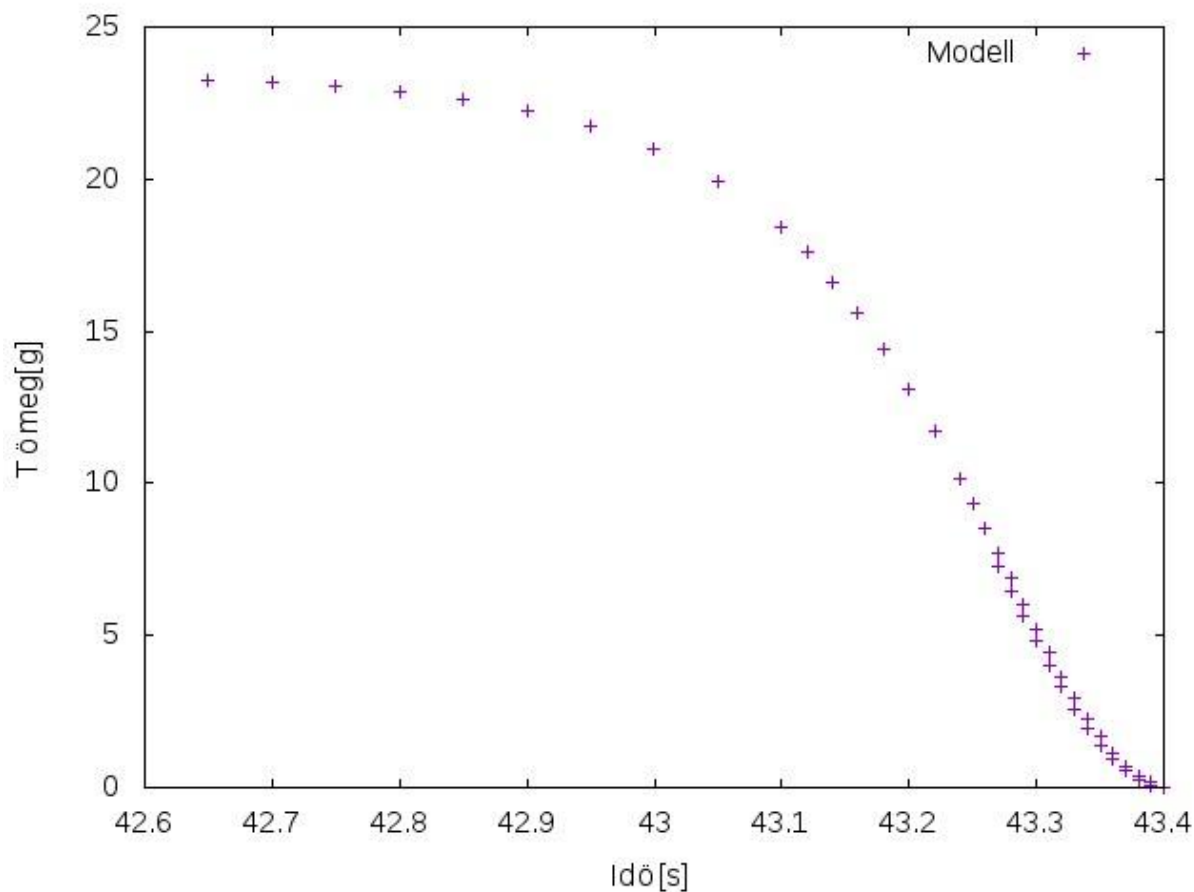
13. ábra: 2012.10.19-én észlelt meteor fénygörbéje

A meteor különlegessége, hogy magasságcsökkenése tökéletesen megegyezik a modelljének magasságcsökkenésével: tehát ez az objektum valóban egyenes vonalon haladt pályájának látszó szakaszán. A mérési adatpontok szórása is kicsi, és még így is teljesen tolerálja a modell egyenesét.



14. ábra: 2012.10.19-én észlelt meteor magasságának időbeli változása

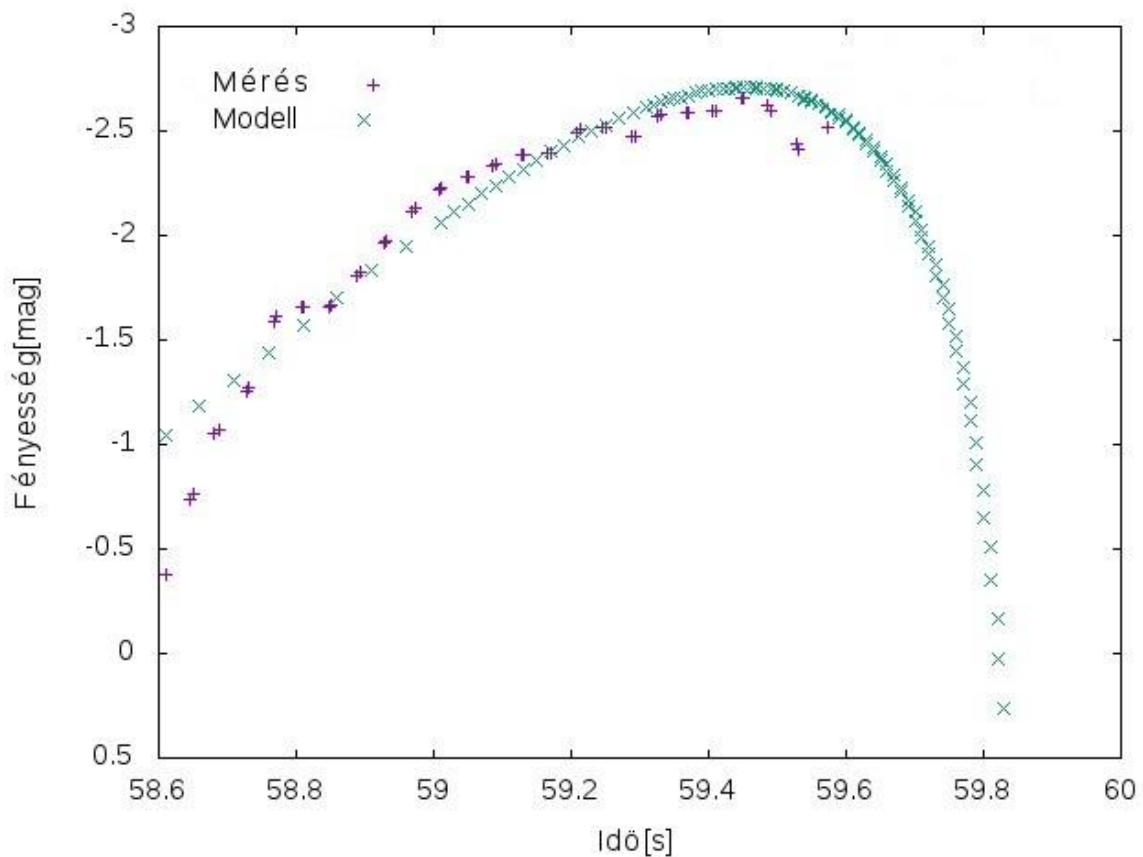
A 23,25 g tömegű tűzgömb ablációjának mértéke az időben valamivel érdekesebb görbét ír le, mint rövidebb felfényesedő szakasszal rendelkező meteorok esetén, ugyanis ebben az intervallumban szinte alig csökken, tehát ahogy azt vártuk, kis fényességnél nem nagy a tömegvesztés.



15. ábra: 2012.10.19-én észlelt meteor tömegváltozása

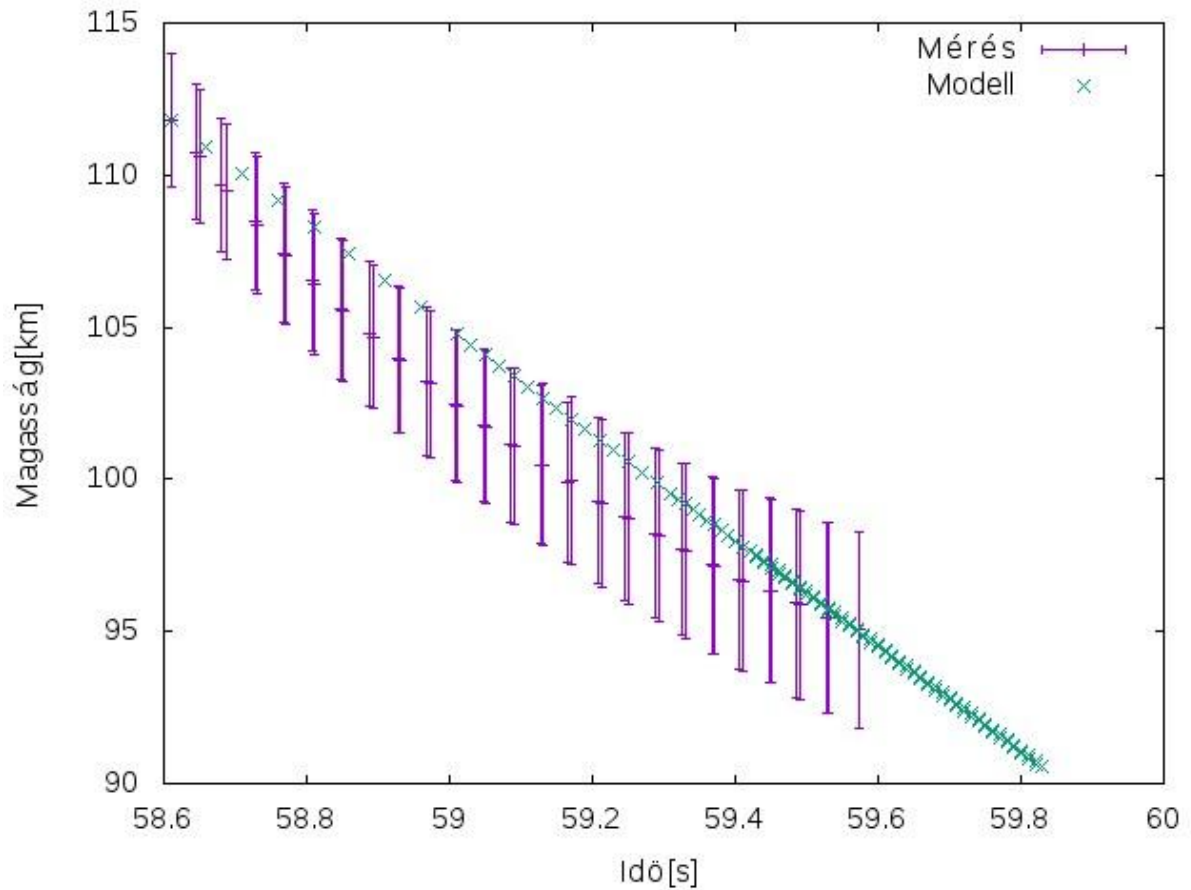
6.2. A 2015.02.12-én észlelt meteor

A Süllysápról és Budapestről is észlelt meteor az előző megfigyeléstől nagyságrendileg jelentősen eltér. Ebben az esetben jóval kisebb a felfényesedés és a tömeg is, az illeszkedés pedig javul $\chi^2=1,3$ mag-ra. Az átlagsebesség $v=57,7$ km/s, a talajjal bezárt szög $17,2^\circ$, ami közel érintő irányú pályát jelent. A modell görbéje sokkal szélesebbre kihúzódik mint a mérés, ez azt jelenti, hogy a két kamera közül valamelyik az elhalványulást valószínűleg nem tudta rögzíteni. Az általam kapott értékek megegyeznek egy már megjelent cikkben közzétett paraméterekkel (Csizmadia, 2015).



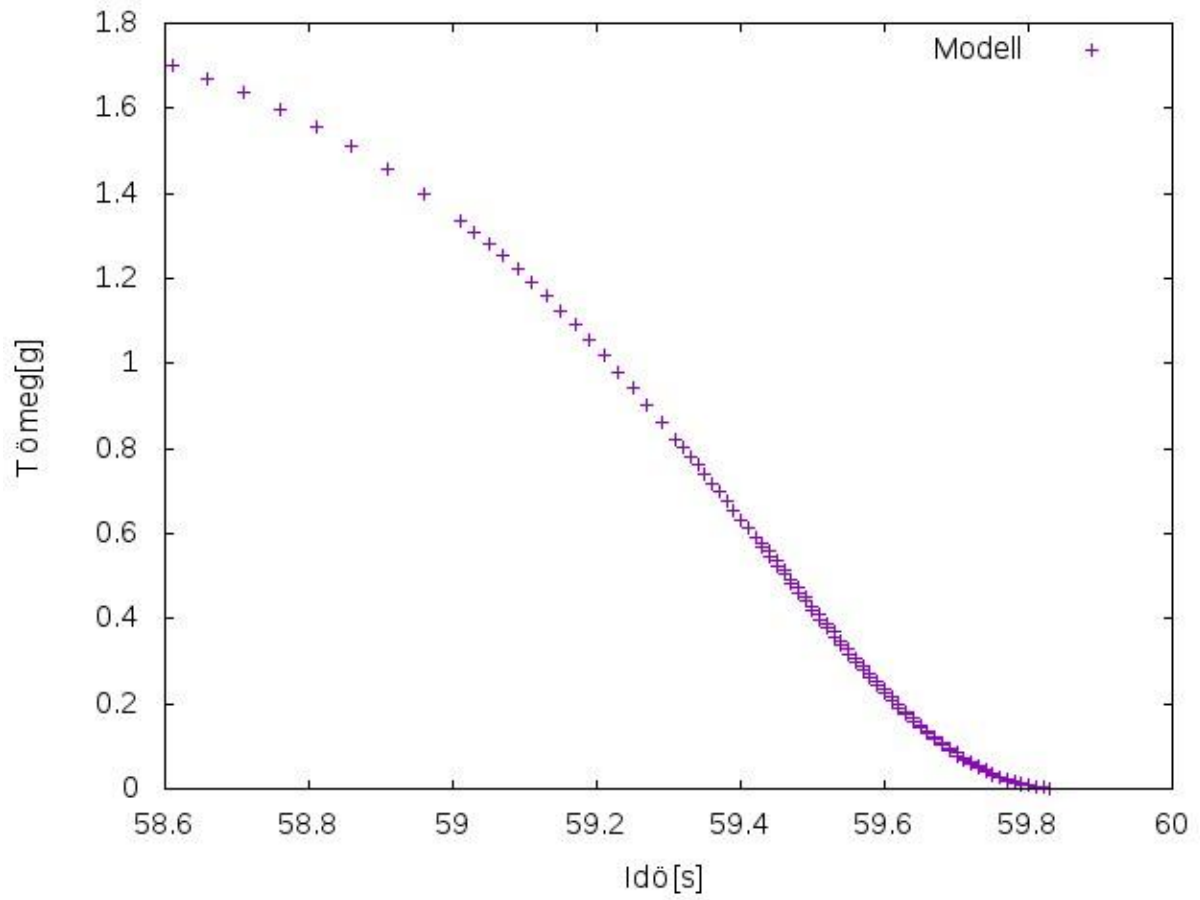
16. ábra: 2015.02.12-én észlelt meteor fénygörbéje

A magasságváltozás diagramján is észlelhető, hogy a mért értékek korábban véget érnek, mint a modellé. A mérési és modell görbék különbségének oka az, hogy a pályát szakasszal közelítjük, azonban ez nem tökéletesen fedi a valóságot. A mérések pontatlansága miatt a magasságértékek hibája 5 km-es, azonban ez magyarázatot ad a görbék nagyobb mértékű eltérésére.



17. ábra: 2015.02.12-én észlelt meteor magasságának csökkenése

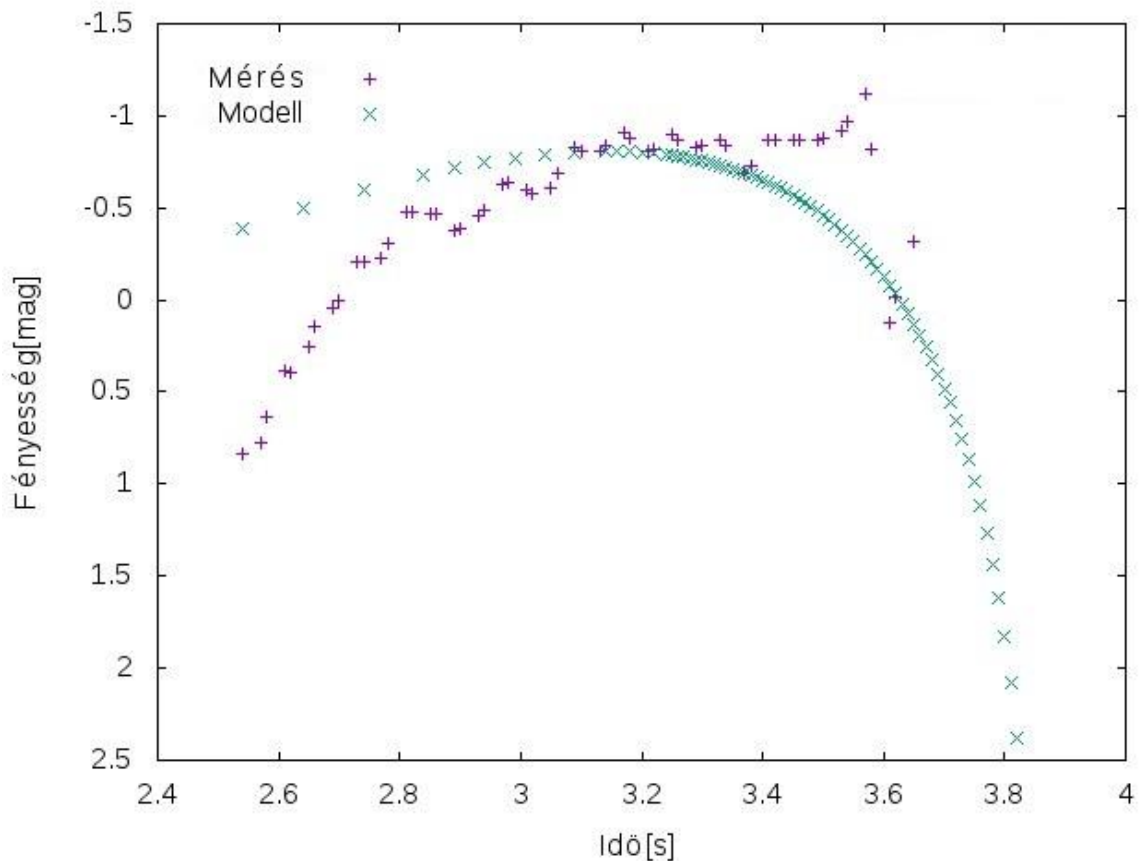
Ezekkel a paraméterekkel egy 1,7 g nagyságú tömeg adódik, amely a vártaknak megfelelő módon viselkedik égés közben: kezdetben - nagy fényességnél - hirtelenebbül, majd később - halványabb állapotban – lassabban ég el.



18. ábra: 2015.02.12-én észlelt meteor tömegének csökkenése

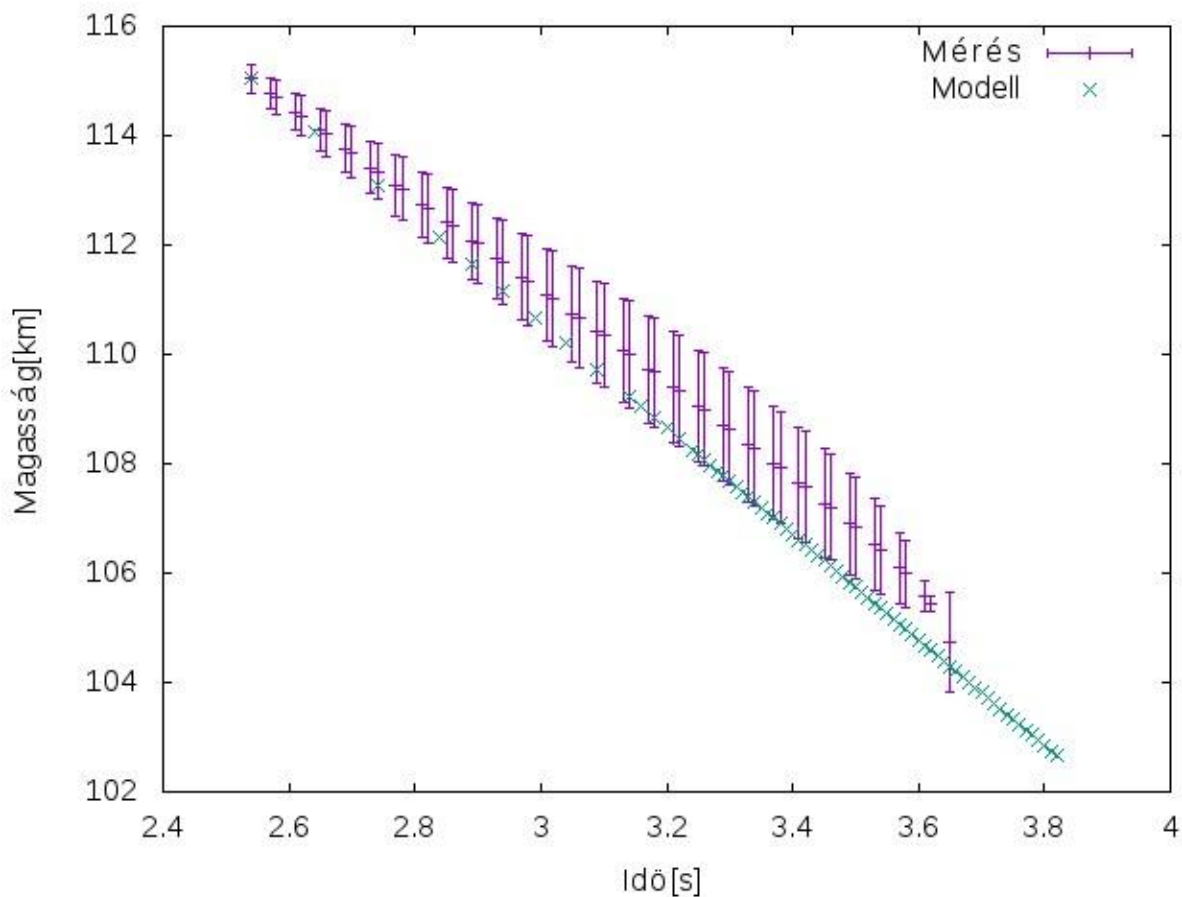
6.1. A 2009.11.19-én észlelt meteor

Az objektumot Bajáról és Tataról is észlelték. Látható, hogy a modell fénygörbéjének felfényesedő ága lankásabb, míg a halványuló meredekebb, mint a mérés, aminek a fentebb tárgyalt, érintő irányú pálya az oka, egészen pontosan $7,45^\circ$. A kezdetekben az eltérés még viszonylag nagy, de a felfényesedés mértéke megegyezik. A legkisebb χ^2 érték $10,01$ mag lett, amit még elég kicsinek ítélttem ahhoz, hogy a tömegbecslés nagyságrendileg jó legyen. A meteor sebessége a lehetséges sebességük felső határa, $v=71,8$ km/s, tehát vélhetően a földpályával érintő irányúan, szemben haladt velünk.



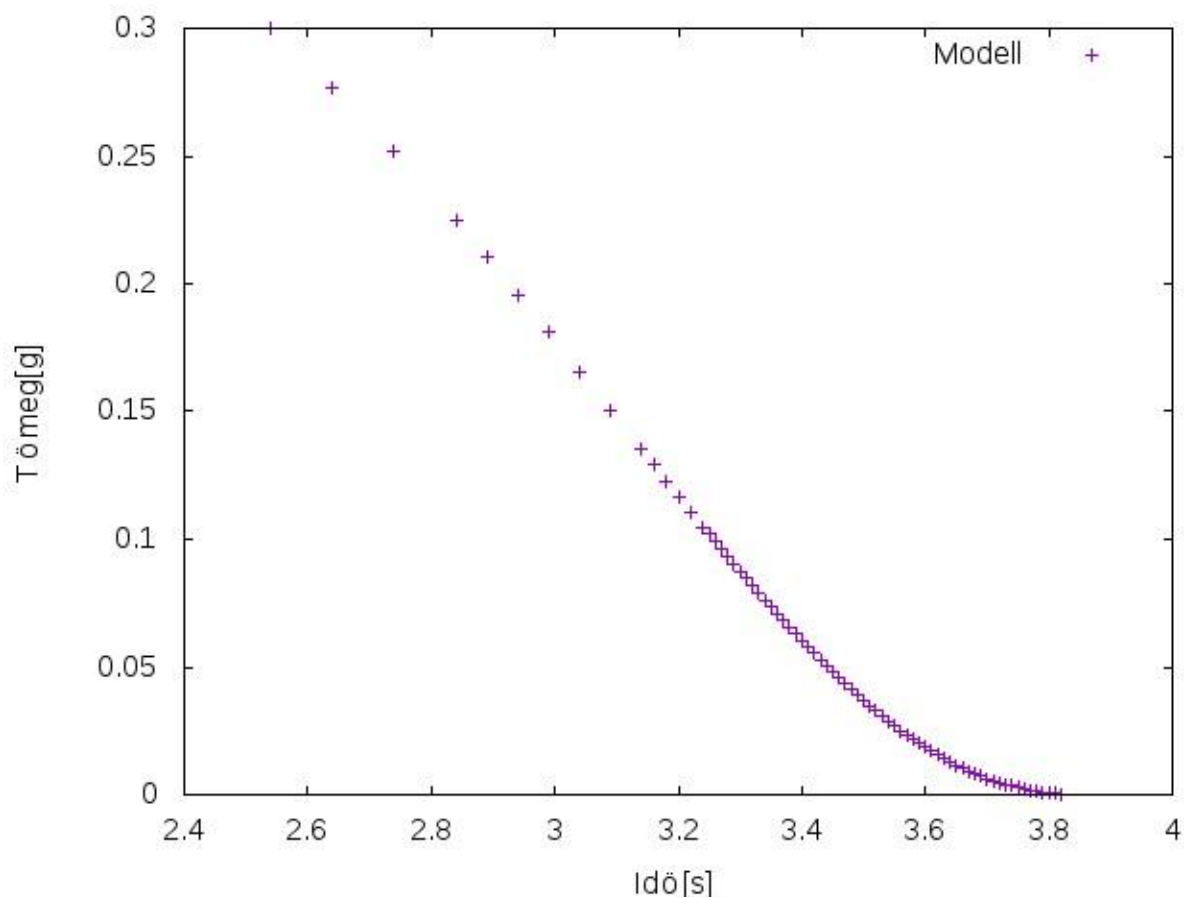
19. ábra: A 2009.11.19-én észlelt meteor fénygörbéje

A megfelelő illesztésről a mérésből számolt magasságcsökkenés és a modell magasságcsökkenésének összehasonlítása is meggyőzőtt. A két egyenes meredeksége hasonló, a kései szakasz mérési hiánya pedig annak tudható be, hogy a modell a halványabb szakaszokat is „látja”. A görbék eltérését a korábban említett egyenes vonalúnak feltételezett pálya okozza.



20. ábra: A 2009.11.19-én észlelt meteor magasságának csökkenése

Tehát végeredményül egy $0,3\text{ g}$ tömegű apró égitest tömegének fogyását kaptam meg. A test véglegesen a modell pályája végén fagy el, addig pedig kezdetben hirtelen, végül lassan ég el. Ez eleinte nagyobb fényességet jelent, később pedig annak csökkenésével jár. Az ábrán bizonyos időközönként az adatpontok sűrűségváltozása figyelhető meg, ami oka a modell lépésköz-szabályozója. Kisebb tömegek esetén ugyanis kisebbek az időközök, sűrűbbek az adatpontok.



21. ábra: A 2009.11.19-én észlelt meteor tömegének csökkenése

7. Összefoglaló és távlati tervek

Munkám során megismerkedtem a meteorkamerák működésével és adataiknak feldolgozásával, az angol nyelvű irodalomból való elméleti felkészüléssel, valamint a C nyelv rutinszerű használatával is. Emellett részese voltam országos együttműködésnek a téma kapcsán, és még a fogalmazás, bemutatás művészetében is alkothattam. Mindezek által bővült a tudásom és tapasztalatom, amit első számú értéként tekintek.

Ennek a sokrétű feladatnak a végeredményeképp született meg a kód, amiből később maga a dolgozat. A programban az adott észlelt meteor térbeli paramétereinek kiszámítása után, az elméletből ismeretes modellel összehasonlítva kíséreltem meg leírni a meteorhullás folyamatát. Mivel az elméletben a tömegről is van ismeretünk, ami a fényességtől és távolságtól függ, ezért a helyes illesztés megtalálásával a meteor kezdőtömegét, és annak fogyását is meg lehet állapítani. Grafikonok, és vizuális ellenőrzés segítségével pedig pontosítható, majd szemléltethető a végeredmény.

A teljes dolgozat elkészültével már egy csokor újabb teendő is összegyűlt, amit részben a kamerák, részben a kód nyújt. A meteorkamerák referenciaképeinek és földrajzi adatainak ellenőrzésével és beállításával már lényegesen több adatsor lenne használható nem csak statisztikai felmérésekre. A szoftverek időmérésének GPS alapra hozása pedig lényegesen megkönnyítené az elemzést, ugyanis az időbeli eltolás bizonytalansága már nem okozna problémát. Tovább növelhetné a vizsgálható objektumok számát az, ha kódban interpolálással következtetnék a meteor olyan térbeli elhelyezkedésére, ahol nincs mérési adat a képkeretből való kifutás, vagy felhők miatt. Az elméleti összefüggések pedig pontosításra szorulnak, hogy még jobban leírható legyen a folyamat, ne csak ideális esetre.

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet szeretnék mondani témavezetőmnek, Dr. Kiss L. Lászlónak a folyamatos konzultálási lehetőségekért, és a fellépő problémák elhárításának segítségével, illetve belső konzulensemnek, Dr. Szatmáry Károlynak a dolgozat tökéletesítéséért. Hála vagyok Bódi Attilának, akinek ötletei és tapasztalatai nélkül a munka lassabban haladt volna, továbbá köszönöm Dr. Hegedüs Tibornak, Dr. Vinkó Józsefnek, Sárnecky Krisztiánnak, Igaz Antalnak, Dr. Csizmadia Szilárdnak, a fejlesztések során nyújtott segítséget, az adatszolgáltatást, a meteorkamerák építésével kapcsolatos tudásuk megosztását és a célszoftverekkel történt megismertetést, valamint Tepliczky Istvánnak a vcse archivum fenntartását, és az észlelőknek a fáradhatatlan munkáját. Jelen szakdolgozat a GINOP-2.3.2-15-2016-00003 jelzésű kutatási projekt támogatásával készült el.

Irodalomjegyzék

- Csizmadia Szilárd, 2004
Meteorcsillagászat
Meteor Csillagászati Évkönyv, MCSE
- Csizmadia Szilárd, 2015
Egy érdekes sebességváltozásokat mutató Alfa Corona Borealis-meteor
www.vcse.hu
- Lukáš Šrbený, 2006
Meteor Shower Fireballs
Doctoral thesis, Charles University, Prague
- M. D. Campbell-Brown, 2008
Directional Variation of Sporadic Meteor Activity and Velocity
Earth, Moon, and Planets, Volume 102, Issue 1-4, pp. 79-84
- Paul Hellings, 1994
Meteor Dynamics
Astrophysics with a PC , 41-54, Willmann-Bell, Inc
- V. A. Bronshten, 1983
The simple physical theory of meteors: Fundamental Equations
Physx of meteoric phenomena
- Z. Ceplecha and R. E. McCrosky, 1976
Fireball end heights: a diagnostic for the structure of meteoric material
Journal of Geophysical Research, vol. 81, Dec. 10, 1976, p. 6257-6275.
- <http://www.metrec.org/> (2018.02.23)
- <http://www.videometeor.hu/> (2018.03.29)

Függelék

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

double meteor(double param[19], double korrl[100][4], double
korr2[100][4])
{
double
u,v,m,m1,ma1,ma2,k1,k2,tau,fm,s,dt,t,rho,e1,e2,e,sigma,a1,a2,csid
o1,csido2,m2,A1,A2,alfa_1,alfa_2,beta,a_1,a_2,b_1,b_2,M1,M2,M,D1,D
2,SZ1,SZ2,V,szog,x,y1,y2,A1_1,A2_1,khi,mag1,mag2,mag,Mag,fu,fv,y,m
init,eltolas,modellmag;
double mag0[100][2],mag12[100][3];
int i,j,k,N,nm;

//értékek átvétele
N=param[0];
k1=param[6];
k2=param[7];
tau=param[8];
a1=param[2];
a2=param[3];
csido1=param[4];
csido2=param[5];
SZ1=param[11];
SZ2=param[12];
s=param[1];
szog=param[10];
ma1=param[13];
ma2=param[14];
V=param[9];
m=param[15];
sigma=param[16];
y=param[17];
eltolas=param[18];
```

```

//sebesség komponensek
u=cos(szog)*V;
v=-sin(szog)*V;

i=0;
khi=0;
minit=m;
t=0;

//modell
do
{
if (m>0.8*minit) {dt=0.1; }
    else if (m>0.5*minit) { dt=0.05; }
    else if (m>0.35*minit) { dt=0.02; }
    else {dt=0.01; }

rho=exp(-6.65125-0.00000139813*y);
fv=-k1*rho*pow(V,2)*exp(-1/3*log(m));
    fm=-k2*rho*pow(V,3)*exp(2./3.*log(m));
e=-0.5*tau*fm*pow(V,2);
    mag=5.*log10(y)-2.5*log10(e)-8.73;

y=y+dt*v;
    m=m+dt*fm;
V=V+dt*fv;
u=cos(szog)*V;
v=-sin(szog)*V;

mag0[i][0]=t+eltolas;
mag0[i][1]=mag;

t=t+dt;
i=i+1;
} while(m>0.001*minit);

```

```

nm=i-1;
i=0;

//mérés
do
    {
        dt=korr1[i+1][0]-korr1[i][0];

//geometria
        m1=asin(sin(korr1[i][3])*sin(SZ1)+cos(korr1[i][3])*cos(SZ1)*c
os(csido1-korr1[i][2]));
        m2=asin(sin(korr2[i][3])*sin(SZ2)+cos(korr2[i][3])*cos(SZ2)*c
os(csido2-korr2[i][2]));

        A1=acos((sin(korr1[i][3])-
sin(m1)*sin(SZ1))/cos(m1)/cos(SZ1));
        A2=acos((sin(korr2[i][3])-
sin(m2)*sin(SZ2))/cos(m2)/cos(SZ2));

        if (sin(csido1-korr1[i][2]) > 0 ) {A1=2*3.1415-A1;}
        if (sin(csido2-korr2[i][2]) > 0 ) {A2=2*3.1415-A2;}

        if (A1<3.1415) {A1=A1+3.1415;} else {A1=A1-3.1415;}
        if (A2<3.1415) {A2=A2+3.1415;} else {A2=A2-3.1415;}

        A1_1=A1;
        A2_1=A2;

        alfa_1=fabs(A1-a1);
        beta=fabs(A2-a2);
        if (alfa_1>3.1415){alfa_1=2*3.1415-alfa_1;}
        if (beta>3.1415){beta=2*3.1415-beta;}

        b_1=(sin(alfa_1)*s)/sin(3.1415-alfa_1-beta);
        a_1=(sin(beta)*s)/sin(3.1415-alfa_1-beta);

        M1=tan(m1)*a_1+ma1;

```

```

M2=tan (m2) *b_1+ma2;
M= (M1+M2) /2*1e5;

D1=a_1/cos (m1) *1e5;
D2=b_1/cos (m2) *1e5;

//fényesség
Mag=korr1 [i] [1]+5-5*log10 (D1);
mag1=Mag-5+5*log10 (M);

Mag=korr2 [i] [1]+5-5*log10 (D2);
mag2=Mag-5+5*log10 (M);

mag12 [i] [0]=korr1 [i] [0];
mag12 [i] [1]=mag1;
mag12 [i] [2]=mag2;

        i=i+1;
    } while (i<N);

j=0;
k=0;

while (j<=nm-1)
{
    if ((mag0 [j] [0])<=mag12 [k] [0] && (mag0 [j+1] [0])>mag12 [k] [0])
    {
        modellmag= ((mag0 [j+1] [1]-mag0 [j] [1]) * (mag12 [k] [0]-
mag0 [j] [0]))
        / (mag0 [j+1] [0]-mag0 [j] [0]) +mag0 [j] [1];
        khi=khi+pow ( ((mag12 [k] [1]+mag12 [k] [2]) /2-modellmag) , 2);
        k++;
        j--;
    }
    j++;
}

```

```

while (j<=nm-1)
{
if ((mag12[k][0])<=mag0[j][0] && (mag12[k+1][0])>=mag12[k][0])
{
modellmag=((mag0[j+1][1]-mag0[j][1])*(mag12[k][0]-
(mag0[j][0])))
/(mag0[j+1][0]-mag0[j][0])+mag0[j][1];
khi=khi+pow(((mag12[k][1]+mag12[k][2])/2-
modellmag),2);
k++;
j--;
}
j++;
}

return (khi/2/N/pow(szigma,2));
}

double kiir(double param[19], double korrl[100][4],double
korr2[100][4])
{
double
u,v,m,m1,ma1,ma2,k1,k2,tau,fm,s,dt,rho,e,szigma,a1,a2,csido1,csido
2,m2,A1,A2,alfa_1,
alfa_2,beta,a_1,a_2,b_1,b_2,M1,M2,M,D1,D2,SZ1,SZ2,V,szog,x,y1,y2,A
1_1,A2_1,khi,mag1,
mag2,fv,fu,eltolas,minit,y,mag,t,Mag;
int i,j,k,N;
FILE *f,*g;

//értékek átvétele
N=param[0];
k1=param[6];
k2=param[7];
tau=param[8];
a1=param[2];

```



```

a2=param[3];
csido1=param[4];
csido2=param[5];
SZ1=param[11];
SZ2=param[12];
s=param[1];
szog=param[10];
ma1=param[13];
ma2=param[14];
V=param[9];
m=param[15];
eltolas=param[18];
y=param[17];

minit=m;
u=cos(szog)*V;
v=-sin(szog)*V;

f=fopen("modell.txt","w");
fprintf(f,"idő    magmagasság    tömeg\n");
i=0;
t=0;

//modell
do
{
    if (m>0.8*minit) {dt=0.1; }
        else if (m>0.5*minit) { dt=0.05; }
            else if (m>0.35*minit) { dt=0.02; }
                else {dt=0.01; }

    rho=exp(-6.65125-0.00000139813*y);
    fv=-k1*rho*pow(V,2)*exp(-1/3*log(m));
        fm=-k2*rho*pow(V,3)*exp(2./3.*log(m));
    e=-0.5*tau*fm*pow(V,2);
        mag=5.*log10(y)-2.5*log10(e)-8.73;
}

```

```

        y=y+dt*v;
        m=m+dt*fm;
        V=V+dt*fV;
        u=cos (szog) *V;
        v=-sin (szog) *V;

        fprintf(f, "%.21f      \t      %.21f      \t      %.21f      \t
%.21f\n", t+eltolas, mag, y/100000, m);

        t=t+dt;
        i=i+1;

    } while (m>0.001*munit);

g=fopen("meres.txt", "w");
fprintf(g, "idő  mag1  mag2  magasság\n");
i=0;

//mérés
do
    {
        dt=korr1[i+1][0]-korr1[i][0];

        m1=asin(sin(korr1[i][3])*sin(SZ1)+cos(korr1[i][3])*cos(SZ1)*c
os(csido1-korr1[i][2]));
        m2=asin(sin(korr2[i][3])*sin(SZ2)+cos(korr2[i][3])*cos(SZ2)*c
os(csido2-korr2[i][2]));

        A1=acos((sin(korr1[i][3])-
sin(m1)*sin(SZ1))/cos(m1)/cos(SZ1));
        A2=acos((sin(korr2[i][3])-
sin(m2)*sin(SZ2))/cos(m2)/cos(SZ2));

        if (sin(csido1-korr1[i][2]) > 0 ) {A1=2*3.1415-A1;}
        if (sin(csido2-korr2[i][2]) > 0 ) {A2=2*3.1415-A2;}

        if (A1<3.1415) {A1=A1+3.1415;} else {A1=A1-3.1415;}

```

```

if (A2<3.1415) {A2=A2+3.1415;} else {A2=A2-3.1415;}

A1_1=A1;
A2_1=A2;

alfa_1=fabs (A1-a1);
beta=fabs (A2-a2);
if (alfa_1>3.1415) {alfa_1=2*3.1415-alfa_1;}
if (beta>3.1415) {beta=2*3.1415-beta;}

b_1=(sin(alfa_1)*s)/sin(3.1415-alfa_1-beta);
a_1=(sin(beta)*s)/sin(3.1415-alfa_1-beta);

M1=tan(m1)*a_1+ma1;
M2=tan(m2)*b_1+ma2;
M=(M1+M2)/2*1e5;

D1=a_1/cos(m1)*1e5;
D2=b_1/cos(m2)*1e5;

//fényesség
Mag=korrr1[i][1]+5-5*log10(D1);
mag1=Mag-5+5*log10(M);

Mag=korrr2[i][1]+5-5*log10(D2);
mag2=Mag-5+5*log10(M);

        fprintf(g,"% .3lf      \t      %.2lf      \t      %.2lf      \t
%.2lf\n",korrr1[i][0],mag1,mag2,M/100000);

        i=i+1;
} while(i+1<N);

return 0;
}

```

```

int main()
{
double
SZ1,SZ2,h1,h2,ma1,ma2,ev,ho,nap,UT,a1,a2,s,JD,d,csido1,csido2,mg,r
a,dec,m1,m2,
A1,A2,alfa_1,alfa_2,beta,szigma,a_1,alfa,b_1,b_2,M1,a,M2,M_1,a_2,M
_2,y1,y2,tort,x,temp,A1_1,A2_1,m_kezdo,m_vegso,dm,m0,m01,khimax,kh
i;
int i,j,k,N1,N2,N;
double
meres1[100][4],meres2[100][4],param[19],korrr1[100][4],korrr2[100][4
];
FILE *f,*g;

//beolvasás
f=fopen ("elso_adatfajl.txt", "r");
i=0;

while( fscanf(f, "%lf %lf %lf %lf",&meres1[i][0], &meres1[i][1],
&meres1[i][2], &meres1[i][3]) != EOF)
{
i++;
}

fclose(f);
N1=i;

g=fopen ("masodik_adatfajl.txt", "r");
i=0;

while( fscanf(g, "%lf %lf %lf %lf",&meres2[i][0], &meres2[i][1],
&meres2[i][2], &meres2[i][3]) != EOF)
{
i++;
}

```

```

fclose(g);
N2=i;

//interpolálás az összes időponthoz, mindkét m.helyről, és
sorbarakás
k=0;
j=0;
i=0;
for (i=0;i<N1;i++)
{
for (j=0;j<N2;j++)
{
if (((meres1[i][0])-(meres2[j][0]))>0.0001)
&& (((meres2[j+1][0])-(meres1[i][0]))>0.0001))
{
mg=((meres2[j+1][1]-meres2[j][1])*(meres1[i][0]-
(meres2[j][0])))
/(meres2[j+1][0]-meres2[j][0])+meres2[j][1];
ra=((meres2[j+1][2]-meres2[j][2])*(meres1[i][0]-
(meres2[j][0])))
/(meres2[j+1][0]-meres2[j][0])+meres2[j][2];
dec=((meres2[j+1][3]-meres2[j][3])*(meres1[i][0]-
(meres2[j][0])))
/(meres2[j+1][0]-meres2[j][0])+meres2[j][3];

korr2[k][0]=meres1[i][0];
korr2[k][1]=mg;
korr2[k][2]=ra*3.1415/12;
korr2[k][3]=dec*3.1415/180;

if ((meres2[j][2] - meres2[j+1][2]) > 12)
{
ra=((meres2[j+1][2]+2*12-
meres2[j][2])*(meres1[i][0]-(meres2[j][0])))
/(meres2[j+1][0]-meres2[j][0])+meres2[j][2];
if (ra>24) {ra=ra-24;}
korr2[k][2]=ra*3.1415/12;

```

```

    }
    if ((meres2[j+1][2] - meres2[j][2]) > 12)
    {
        ra=(meres2[j+1][2]-2*12-
meres2[j][2])*(meres1[i][0]-(meres2[j][0]))
        /(meres2[j+1][0]-meres2[j][0])+meres2[j][2]+2*12;
        if (ra>24) {ra=ra-24;}
        korr2[k][2]=ra*3.1415/12;
    }
    k++;
}
}

i=0;
for (i=0;i<=N2;i++)
{
    if ((meres2[i][0] >= meres1[0][0]) && (meres2[i][0] <=
meres1[N1-1][0]))
    {
        korr2[k][0]=meres2[i][0];
        korr2[k][1]=meres2[i][1];
        korr2[k][2]=meres2[i][2]*3.1415/12;
        korr2[k][3]=meres2[i][3]*3.1415/180;
        k++;
    }
}

N=k;
k=0;
i=0;
j=0;
for (i=0;i<N;i++)
{
    for (j=i+1;j<N;j++)
    {
        if(korr2[i][0] > korr2[j][0])

```

```

        {
            for(k=0;k<4;k++) {
                temp=korr2[i][k];
                korr2[i][k]=korr2[j][k];
                korr2[j][k]=temp;
            }
        }
    }

i=0;
j=0;
k=0;

for (i=0;i<=N2;i++)
    {
        for (j=0;j<=N1;j++)
            {
                if ((meres2[i][0]-meres1[j][0])>0.0001)
                    && ((meres1[j+1][0]-meres2[i][0])>0.0001)
                        {
                            mg=(meres1[j+1][1]-meres1[j][1])*(meres2[i][0]-
(meres1[j][0]))
                            /(meres1[j+1][0]-meres1[j][0])+meres1[j][1];
                            ra=(meres1[j+1][2]-meres1[j][2])*(meres2[i][0]-
(meres1[j][0]))
                            /(meres1[j+1][0]-meres1[j][0])+meres1[j][2];
                            dec=(meres1[j+1][3]-meres1[j][3])*(meres2[i][0]-
(meres1[j][0]))
                            /(meres1[j+1][0]-meres1[j][0])+meres1[j][3];

                            korr1[k][0]=meres2[i][0];
                            korr1[k][1]=mg;
                            korr1[k][2]=ra*3.1415/12;
                            korr1[k][3]=dec*3.1415/180;

                            if ((meres1[j][2] - meres1[j+1][2]) > 12)

```

```

        {
            ra=(meres1[j+1][2]+2*12-
meres1[j][2])*(meres2[i][0]-(meres1[j][0]))
            /(meres1[j+1][0]-meres1[j][0])+meres1[j][2];
            if (ra>24) {ra=ra-24;}
            korrr1[k][2]=ra*3.1415/12;
        }
        if ((meres1[j+1][2] - meres1[j][2]) > 12)
        {
            ra=(meres1[j+1][2]-2*12-
meres1[j][2])*(meres2[i][0]-(meres1[j][0]))
            /(meres1[j+1][0]-meres1[j][0])+meres1[j][2]+2*12;
            if (ra>24) {ra=ra-24;}
            korrr1[k][2]=ra*3.1415/12;
        }
        k++;
    }
}
i=0;
for (i=0;i<=N1;i++)
    {
        if ((meres1[i][0] >= meres2[0][0]) && (meres1[i][0] <=
meres2[N2-1][0]))
        {
            korrr1[k][0]=meres1[i][0];
            korrr1[k][1]=meres1[i][1];
            korrr1[k][2]=meres1[i][2]*3.1415/12;
            korrr1[k][3]=meres1[i][3]*3.1415/180;
            k++;
        }
    }
N=k;

k=0;
i=0;
j=0;

```



```

for(i=0;i<N;i++)
    {
        for(j=i+1;j<N;j++)
            {
                if(korr1[i][0] > korr1[j][0])
                    {
                        for(k=0;k<4;k++)
                            {
                                temp=korr1[i][k];
                                korr1[i][k]=korr1[j][k];
                                korr1[j][k]=temp;
                            }
                    }
            }
    }

//mérési helyszín és idő
SZ1=46.179874;
h1=19.011257;
h2=18.332;
SZ2=47.655;
ma1=0.107;
ma2=0.13;

ev=2009;
ho=11;
nap=19;
UT=22.2005;

//megfigyelőhelyek távolságszámítása
s=sqrt(pow(40075*(SZ1-SZ2)/360,2)+pow(2*3.1415*sin(3.1415/2-
3.1415/180
*((SZ1+SZ2)/2))*6371*(h1-h2)/360,2));

//megfigyelőhelyek azimutja a másik megfigyelő szempontjából
if (SZ1>SZ2 && h2>h1)
    {

```

```

    a1=6.283-atan((h2-h1)/(SZ1-SZ2));
    a2=3.1415/2+atan((SZ1-SZ2)/(h2-h1));
}

if (SZ1<SZ2 && h2<h1)
{
    a2=6.283-atan((h1-h2)/(SZ2-SZ1));
    a1=3.1415/2+atan((SZ2-SZ1)/(h1-h2));
}

if (SZ1>SZ2 && h2<h1)
{
    a1=atan((h1-h2)/(SZ1-SZ2));
    a2=6.283/4*3-atan((SZ1-SZ2)/(h1-h2));
}

if (SZ1<SZ2 && h2>h1)
{
    a2=atan((h2-h1)/(SZ2-SZ1));
    a1=6.283/4*3-atan((SZ2-SZ1)/(h2-h1));
}

//Julián dátum számítás
if (ho==1){x=0;}
if (ho==2){x=31;}
if ((ho==3) && ((ev/4==floor((ev)/4)))){x=29+31;}
if ((ho==3) && (ev/4!=floor((ev)/4))){x=28+31;}
if ((ho==4) && (ev/4==floor((ev)/4))){x=29+31+31;}
if ((ho==4) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))){x=28+31+31;}
if ((ho==5) && ((ev)/4==floor((ev)/4))){x=29+31+31+30;}
if ((ho==5) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))){x=28+31+31+30;}
if ((ho==6) && ((ev)/4==floor((ev)/4))){x=29+31+31+30+31;}
if ((ho==6) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))){x=28+31+31+30+31;}
if ((ho==7) && ((ev)/4==floor((ev)/4))){x=29+31+31+30+31+30;}
if ((ho==7) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))){x=28+31+31+30+31+30;}
if ((ho==8) && ((ev)/4==floor((ev)/4))){x=29+31+31+30+31+30+31;}
if ((ho==8) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))){x=28+31+31+30+31+30+31;}
if ((ho==9) && ((ev)/4==floor((ev)/4))

```

```

{x=29+31+31+30+31+30+31+31;}
if ((ho==9) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))
{x=28+31+31+30+31+30+31+31;}
if ((ho==10) && ((ev)/4==floor((ev)/4))
{x=29+31+31+30+31+30+31+31+30;}
if ((ho==10) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))
{x=28+31+31+30+31+30+31+31+30;}
if ((ho==11) && ((ev)/4==floor((ev)/4))
{x=29+31+31+30+31+30+31+31+30+31;}
if ((ho==11) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))
{x=28+31+31+30+31+30+31+31+30+31;}
if ((ho==12) && ((ev)/4==floor((ev)/4))
{x=29+31+31+30+31+30+31+31+30+31+30;}
if((ho==12) && ((ev)/4!=floor((ev)/4))
{x=28+31+31+30+31+30+31+31+30+31+30;}

JD=2434012.50000/*1952jan1*/+(ev-1952)*365+floor((ev-
1949)/4.)+x+(nap-1)+UT/24;
tort = (JD - 2451545.0 ) / 36525;

//csillagidő számítás
d = 280.46061837 + 360.98564736629*(JD-2451545.0) +
0.000387933*pow(tort,2) - pow(tort,3)/38710000.0+h1;
csido1 = (d-floor(d/360)*360)*12/180;
d = 280.46061837 + 360.98564736629*(JD-2451545.0) +
0.000387933*pow(tort,2) - pow(tort,3)/38710000.0+h2;
csido2 = (d-floor(d/360)*360)*12/180;

//érték átadás
param[0]=N;
param[2]=a1;
param[3]=a2;
param[4]=csido1*3.1415/12;
param[5]=csido2*3.1415/12;
param[6]=1;/*k1*/
param[7]=1e-11;/*k2*/
param[8]=0.01;/*tau*/

```

```

param[16]=0.1;/*szigma*/
param[1]=s;
param[11]=SZ1*3.1415/180;
param[12]=SZ2*3.1415/180;
param[13]=ma1;
param[14]=ma2;
param[18]=korrr1[0][0];

//futási paraméterek
m_kezdo=0.1;
m_vegso=5;
dm=0.05;

//kezdőpont geometriája
    m1=asin(sin(korr1[0][3])*sin(SZ1*3.1415926535/180)+cos(korr1[
0][3])
        *cos(SZ1*3.1415926535/180)*cos((csido1/12*3.1415926535-
korrr1[0][2])));
    m2=asin(sin(korr2[0][3])*sin(SZ2*3.1415926535/180)+cos(korr2[
0][3])
        *cos(SZ2*3.1415926535/180)*cos((csido2/12*3.1415926535-
korrr2[0][2])));

    A1=acos((sin(korr1[0][3])-
sin(m1)*sin(SZ1*3.1415/180))/cos(m1)/cos(SZ1*3.1415/180));
    A2=acos((sin(korr2[0][3])-
sin(m2)*sin(SZ2*3.1415/180))/cos(m2)/cos(SZ2*3.1415/180));

    if (sin(csido1*3.1415/12-korr1[0][2]) > 0 ) {A1=2*3.1415-A1;}
    if (sin(csido2*3.1415/12-korr2[0][2]) > 0 ) {A2=2*3.1415-A2;}

    if (A1<3.1415) {A1=A1+3.1415;} else {A1=A1-3.1415;}
    if (A2<3.1415) {A2=A2+3.1415;} else {A2=A2-3.1415;}

A1_1=A1;
A2_1=A2;

```

```

alfa_1=fabs(A1-a1);
beta=fabs(A2-a2);
if (alfa_1>3.1415){alfa_1=2*3.1415-alfa_1;}
if (beta>3.1415){beta=2*3.1415-beta;}

a_1=(sin(beta)*s)/sin(3.1415926535-alfa_1-beta);
b_1=(sin(alfa_1)*s)/sin(3.1415926535-alfa_1-beta);

M1=tan(m1)*a_1+ma1;
M2=tan(m2)*b_1+ma2;
M_1=(M1+M2)/2*1e5;

param[17]=M_1;
//végpont geometriája
m1=asin(sin(korr1[N-1][3])*sin(SZ1*3.1415/180)+cos(korr1[N-1][3])
*cos(SZ1*3.1415/180)*cos(csido1*3.1415/12-korr1[N-1][2]));
m2=asin(sin(korr2[N-1][3])*sin(SZ2*3.1415/180)+cos(korr2[N-1][3])
*cos(SZ2*3.1415/180)*cos(csido2*3.1415/12-korr2[N-1][2]));

A1=acos((sin(korr1[N-1][3])-sin(m1)
*sin(SZ1*3.1415/180))/cos(m1)/cos(SZ1*3.1415/180));
A2=acos((sin(korr2[N-1][3])-sin(m2)
*sin(SZ2*3.1415/180))/cos(m2)/cos(SZ2*3.1415/180));

if (sin(csido1*3.1415/12-korr1[N-1][2]) > 0 ) {A1=2*3.1415-
A1;}
if (sin(csido2*3.1415/12-korr2[N-1][2]) > 0 ) {A2=2*3.1415-
A2;}

if (A1<3.1415) {A1=A1+3.1415;} else {A1=A1-3.1415;}
if (A2<3.1415) {A2=A2+3.1415;} else {A2=A2-3.1415;}

alfa_2=fabs(A1-a1);
beta=fabs(A2-a2);
if (alfa_2>3.1415){alfa_2=2*3.1415-alfa_2;}

```

```

if (beta>3.1415){beta=2*3.1415-beta;}

b_2=(sin(alfa_2)*s)/sin(3.1415-alfa_2-beta);
a_2=(sin(beta)*s)/sin(3.1415-alfa_2-beta);

M1=tan(m1)*a_2+ma1;
M2=tan(m2)*b_2+ma2;
M_2=(M1+M2)/2*1e5;

//átlagsebesség és szögének számolása
x=(M_1-M_2)/1e5;
y1=sqrt(pow(a_1,2)+pow(a_2,2)-2*a_1*a_2*cos(fabs(A1_1-A1)));
y2=sqrt(pow(b_1,2)+pow(b_2,2)-2*b_1*b_2*cos(fabs(A2_1-A2)));
param[10]=1.57075-atan((y1+y2)/2)/x);
param[9]=(sqrt(pow(x,2)+pow((y1+y2)/2,2)))/(korr1[N-1][0]-
korr1[0][0])+1)*1e5;

//különböző kezdőértékekkel a függvény meghívása
khimax=1e180;
m0=m_kezdo;
while (m0<=m_vegso)
{
param[15]=m0;
khi=meteor(param,korr1,korr2);
if (khimax>khi)
{
khimax=khi;
m01=m0;
}
}
m0=m0+dm;
param[15]=m01;

//a legjobb illeszkedés paramétereinek kiíratása függvénnyel
kiir(param,korr1,korr2);
}

```

NYILATKOZAT

Alulírott *Nagy Henrietta* Fizika BSc szakos hallgató (ETR azonosító: NAHXAAT.SZE) a *“Meteorok tömegének meghatározása videometeoros megfigyelések elemzésével”* című szakdolgozat szerzője fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések általános szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Szeged, év hó nap

.....