

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
Természettudományi kar
Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék
Csillagász szak

DIPLOMAMUNKA
*Gömbhalmazok életkorának becslése
csillagpopuláció-modellek illesztésével*

Készítette:

Ordasi András, csillagász szakos hallgató

Témavezető:

*Dr. Vinkó József egyetemi docens,
SZTE Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék*

2011

Tartalmi összefoglaló

Szakedolgozatom témája gömbhalmazok integrált fotometriai vizsgálata. Célul tűztem ki, hogy a Tejútrendszerben található gömbhalmazok apertúra-fotometriáját elvégezve megvizsgáljam, hogy mennyire lehet az integrált spektrális energia-eloszlás görbékből következtetni a halmazok alapvető fizikai paramétereire – korra, össztömegre és fémességre. Erre azért lehet nagy szükség, mivel a távolabbi, más galaxisokban található gömbhalmazok többnyire kis szög méret alatt látszanak, s így az egyedi csillagok nem vizsgálhatóak külön-külön, csak a gömbhalmazok összfényességét mérhetjük meg, azaz ebből a kevés információból kell meghatároznunk azok fizikai paramétereit.

Az általam választott, összesen 40 gömbhalmaz mérését a Szegedi Csillagvizsgálóban és az MTA KTM CSKI Pizskéztetői észlelőbázisán végeztem. A fotometriát az *IRAF* programcsomag segítségével hajtottam végre. Vizsgálataim középpontjában a kor minél pontosabb becslése állt, ehhez a becslés fémességtől való függését is figyelembe vettem. Meghatároztam 40 gömbhalmaz korát csillagpopuláció modellek χ^2 -illesztésével, illetve becslést adtam a halmazok tömegére és fémességére is. Az illesztett korok csak a fémben gazdagabb gömbhalmazok esetén adtak realiztikus korokat, ami részben a vörösödés korrekciójának pontatlanságából, részben az eltérő modellek limitációjából eredhet.

Kulcsszavak: abszolút fotometria, gömbhalmazok, kormeghatározás, starburst99.

Tartalomjegyzék

Tartalmi összefoglaló.....	2
1. Bevezetés – A Tejútrendszer gömbhalmazairól általában.....	4
1.1. A gömbhalmazok tapasztalt jellemzői.....	4
1.2. Kormeghatározási módszerek gömbhalmazokra.....	6
2. Az észlelések menete.....	10
2.1. Mérések megtervezése.....	10
2.2. Szegedi mérések.....	10
2.3. Piszkéstartói észlelések.....	11
3. Mérési eredmények kiértékelése.....	12
3.1. Alapvető képkorrekciók.....	12
3.2. Abszolút fotometria.....	14
3.2.1. Nyers magnitúdó értékek meghatározása.....	14
3.2.2. Az előtér- és háttércsillagok fényességének levonása.....	15
3.2.3. Légköri extinkció korrekciója.....	16
3.2.4. Sztenderd korrekció.....	17
3.2.5. Intersztelláris vörösödés korrekciója.....	22
3.3. A fényességek fluxusba való átváltása.....	23
4. Mérési eredmények vizsgálata és értékelése.....	24
4.1. Az eredmények igazolása.....	24
4.2. Csillagpopuláció modellezés.....	28
4.3. A Starburst99 program.....	30
4.4. Modellspektrumok χ^2 -illesztése.....	31
5. Eredmények.....	34
6. Jövőbeli tervek.....	40
Köszönetnyilvánítás.....	41
Felhasznált irodalom.....	42
Függelék.....	43
A. Mérések helye, ideje, mért objektumok listája.....	43
B. A gömbhalmazok méretei.....	44
C. Távcsőkonstansok és zéruspontok a különböző éjszakákon.....	45
D. A gömbhalmazok felhasznált paraméterei.....	46
D.1. Irodalmi fényességek, színindexek és vörösödések.....	46
D.2. Gömbhalmazok vörösödéssre korrigálatlan mért fényességei és hibái.....	47
D.3. A gömbhalmazok további irodalmi adatai.....	48
E. A modellspektrumokra való χ^2 -illesztés eredményei számszerűen.....	49
Nyilatkozat.....	55

1. Bevezetés – A Tejútrendszer gömbhalmazairól általában

1.1. A gömbhalmazok tapasztalt jellemzői

A gömbhalmazok mindmáig intenzíven kutatott objektumok. Ezeket a csillaghalmazokat szinte kizárólag második populációs csillagok népesítik be, ugyanakkor találhatunk olyat, melynek fémessége ehhez képest viszonylag nagy, hiszen tudjuk, hogy a második populációs csillagok öregek és fémszegények. Mivel a gömbhalmazok igen öreg csillagokat csoportosítanak, így belátható, hogy a gömbhalmazoknak gravitációsan kötött objektumoknak kell lenniük.

Jelenleg 158 gömbhalmazt ismerünk a Tejútrendszerben. Eloszlásuk nagyjából gömbszimmetrikus, és a Tejútrendszer centruma körül összpontosulnak (1. ábra). Igen kevés intersztelláris anyagot tartalmaznak, így új csillagok nem keletkeznek bennük. Átmérőjük 5 pc és 107 pc közti, átlagosan 25 pc átmérőről beszélhetünk, összfényességük pedig $-2,6^m$ és $-10,3^m$ közötti. A gömbhalmazok össztömege általában 10^3 és $10^6 M_{\odot}$ között van – átlagosan $10^5 M_{\odot}$ tömegűek –, melyet a galaxis gravitációs terében való mozgásukból lehet származtatni. [1]

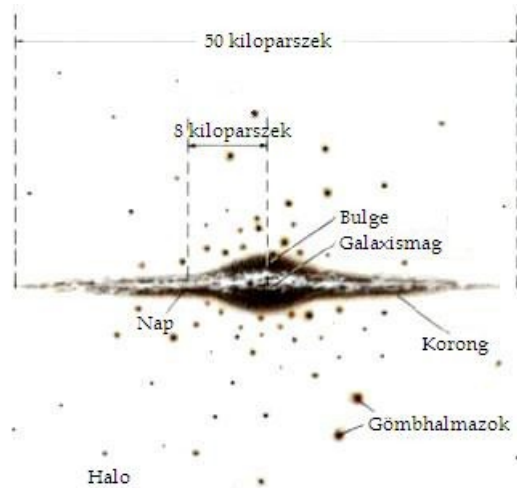
A csillagászatban a hidrogénen és a héliumon kívüli összes többi elemet fémeknek nevezzük. A hidrogén, hélium és a fémek tömegszázalékát rendre X , Y és Z betűkkel jelöljük. A fémséget a Z tömegszázalék mellett a $[Fe/H]$ mennyiséggel is jellemezhetjük, ami a vas és hidrogén gyakoriságának arányával függ össze, definíció szerint az alábbi módon:

$$[Fe/H] = \log\left(\frac{N_{Fe}}{N_H}\right) - \log\left(\frac{N_{Fe}}{N_H}\right)_{\odot}, \quad (1)$$

ahol N_H és N_{Fe} a vizsgált objektum és a Nap hidrogén illetve vas tartalmát jelentik. Jóllehet a vas nem a leggyakoribb fém a csillagokban, ugyanakkor könnyen azonosítható színeképvonalaiból könnyen következtethetünk a fémtartalomra, így ebből a mérés technikai okból vált indokoltá elterjedése. [3] A Z fémségét az alábbi formula szerint egyszerűen átválthatjuk $[Fe/H]$ mennyiségbe:

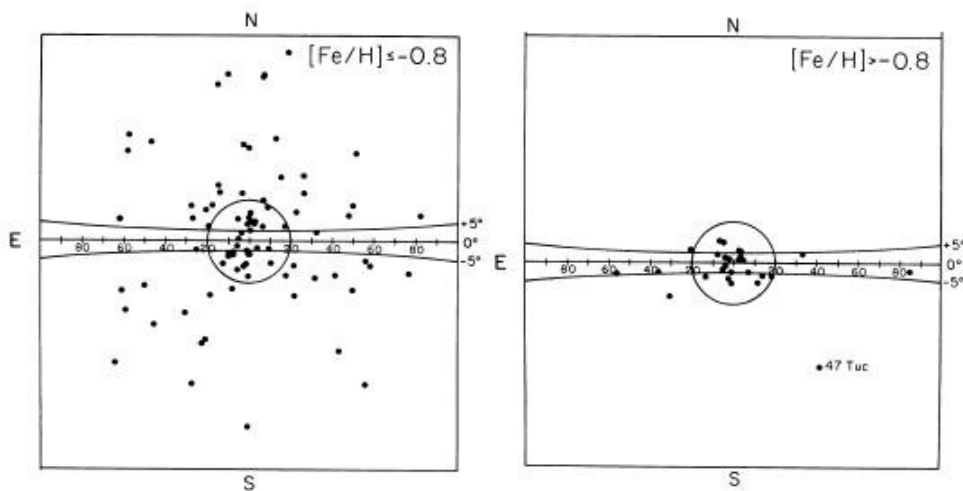
$$[Fe/H] = \log\left(\frac{Z}{Z_{\odot}}\right), \quad (2)$$

melyben a Z_{\odot} értéke 0,017. [20]



1. ábra: A gömbhalmazok eloszlása galaxisunkon belül
(Forrás: <http://www.sciencebuddies.org/>)

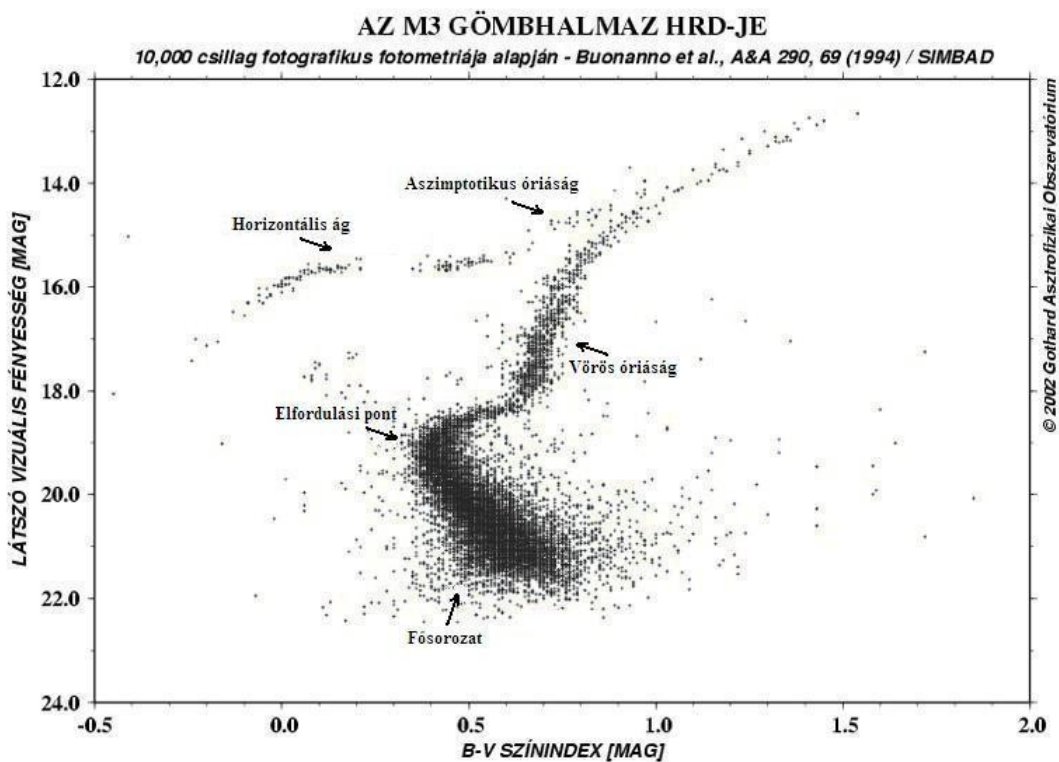
Galaxisunkat két fő részre oszthatjuk, a vékony korongra, melynek egyik mérete jóval kisebb a másik kettőnél, és a sferoid komponensre, melynek mindhárom irányú mérete nagyságrendileg azonos (1. ábra). A sferoid komponens fényes belső része a bulge, ahol a fémgazdagabb ($[Fe/H] > -0,8$) és fiatalabb gömbhalmazok csoportosulnak, míg a halványabb külső tartományt nevezzük halo-nak, ahol a fémszegényebb ($[Fe/H] < -0,8$) és öregebb gömbhalmazok helyezkednek el [6]. Ez a fajta térbeli elkülönülés arra utal, hogy a Tejútrendszer más-más részein a csillagfejlődés módja is eltérő lehet (2. ábra). Az is lehetséges, hogy a halo-ban már hamarabb létrejöhettek a gömbhalmazok mint a korongban vagy a bulge-ban, hiszen utóbbiak később vették fel végleges alakjukat. [2], [3], [4]



2. ábra: Gömbhalmazok térbeli elkülönülése a galaxisban fémesség szerint [6]

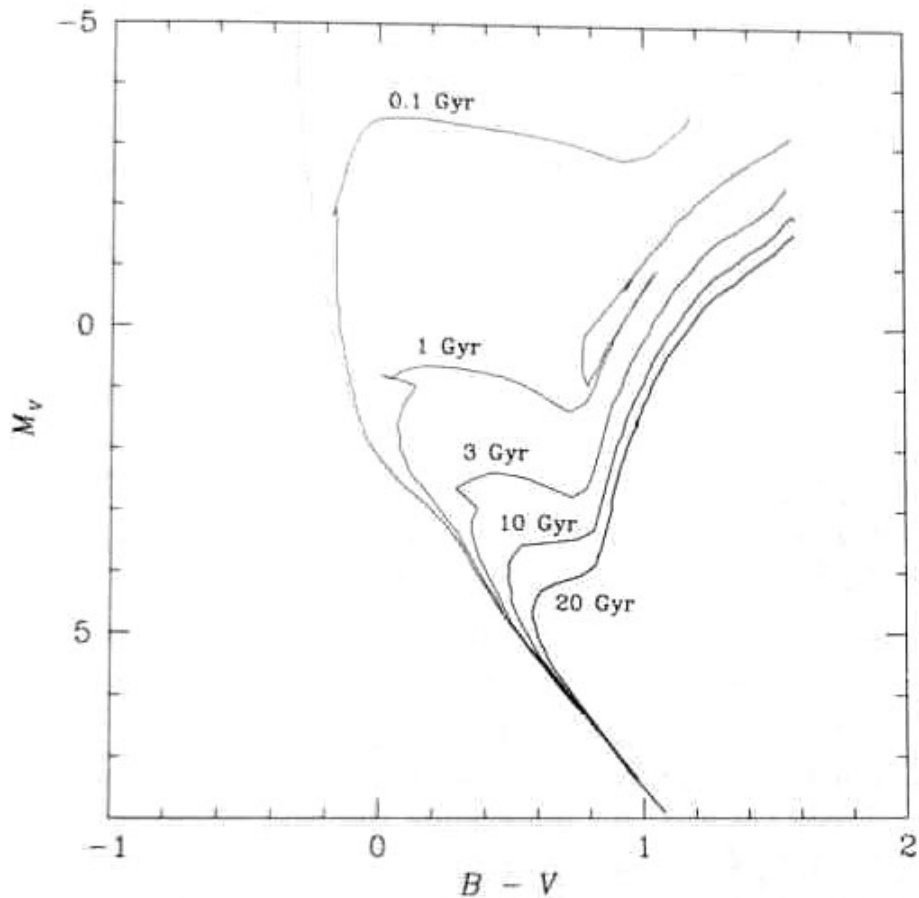
1.2. Kormeghatározási módszerek gömbhalmazokra

Mivel dolgozatomban gerincét a gömbhalmazok korának meghatározása adja, ezért röviden áttekintem a ma elfogadott kormeghatározási módokat. Ezen módszerek java a gömbhalmazok Hertzsprung-Russell-diagramjával (alábbiakban HRD) kapcsolatos, amin a csillagok fényességét (vagy luminozitását) ábrázoljuk a csillagok valamilyen színindexének (vagy hőmérsékletének) függvényében. Ugyanis mivel idős csillagokról van szó, így a csillagfejlődés – főszorozat utáni – lassabb fázisainak helyén a HRD-n igen markáns csoportosulásokat tapasztalunk, melyek erősen utalnak a halmaz korára (3. ábra).



3. ábra: Példa gömbhalmazok Hertzsprung-Russell diagramjára
Forrás: <http://www.astro.u-szeged.hu/>

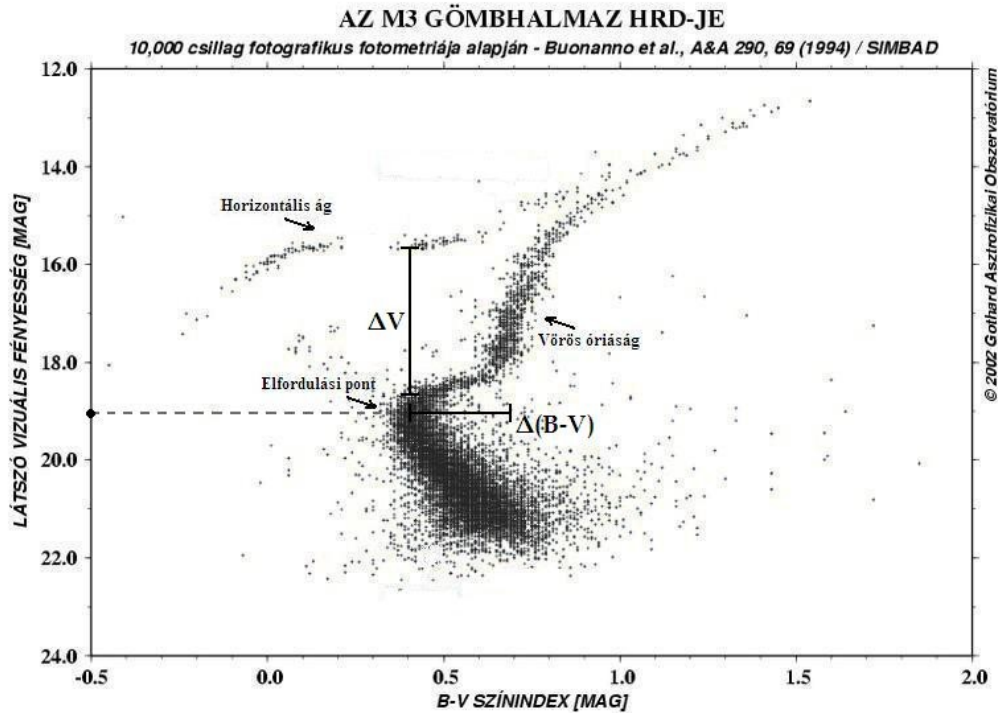
Egy nagyon fontos kormeghatározási mód az *izokrón-illesztés*. Az izokrónok a csillagok olyan elméleti modelljei, melyek különböző tömegű de azonos korú csillagok helyzetét mutatják meg a HRD-n (4. ábra). A modell csillagok által kirajzolt görbét kell minél pontosabban a halmaz által kirajzolt ponthalmazra illeszteni. Ezen modellek különböző fényességek esetében igen eltérőek lehetnek, így ügyelnünk kell rá, hogy melyik modellt választjuk.



4. ábra: Elméleti izokrónok melyek szemléltetik egy csillagpopuláció ($Z=0,004$, $Y=0,24$) evolúcióját a nullkorú fősorozati állapot után [5]

Egy jóval egyszerűbb módszer, az „elfordulási pont” kor elve (5. ábra) azt mondja ki, hogy az izokrón minél kisebb tömegnél fordul el a fősorozattól (a HRD-n azon csillagok által elfoglalt térrész, melyek a magban hidrogént égetnek), annál idősebb lesz gömbhalmazunk. Az elfordulási pont módszer jóval egyszerűbb az izokrón-illesztésnél, mert nem szükséges sok modellt teljesen végigszámolni, csupán a pont abszolút fényességét kell leolvasni a grafikonról, és abból rögtön meg lehet a kort becsülni. Ez gömbhalmazok esetében elég alacsony fényességnél lehet, ezért halvány határfényességű - „mély” - fotometriára van szükség hozzá. A modellek alapján az alábbi félempirikus összefüggés áll fenn a - milliárd években mért - t kor, a $[Fe/H]$ fémesség és az M_V abszolút fényesség között [5]:

$$M_V = 2,70 \log t + 0,30 [Fe/H] + 1,41 . \quad (3)$$



5. ábra: Kormeghatározási módszerek leolvasható paraméterei
 Forrás: <http://www.astro.u-szeged.hu/>

A módszer alapelve szemléletesen azzal függ össze, hogy a nagyobb tömegű csillagokban sokkal gyorsabban fogy el a hidrogén a magban, mivel a nagy tömegű csillagokban a nagyobb maghőmérséklet miatt sokkal nagyobb az energiatermelési ráta, és emiatt gyorsabban fog a csillag elfejlődni a fősorozatról.

Léteznek egyéb, kevésbé elterjedt eljárások is. Egy empirikus korreláció az elfordulási pont és a horizontális ág közötti fényességkülönbséggel is felállítható (5. ábra). A horizontális ágon a csillagok magjában hélium-szén fúzió zajlik. A megfigyelések és a modellek szerint ebben az állapotban a luminozitást főként a mag tömege határozza meg, így a teljes tömegtől és az effektív hőmérséklettől függetlenül nagyjából hasonló abszolút fényességű csillagokat találunk benne. A horizontális ág és az elfordulási pont fényességkülönbsége így főként a halmaz korának és fémességének függvénye lesz:

$$\Delta V = 2,70 \log t + 0,13 \left[\frac{Fe}{H} \right] + 0,59, \quad (4)$$

ahol ΔV a horizontális ág és az elfordulási pont távolsága a HRD-n, valamint itt is milliárd években mérjük a t kort. [5]

A gömbhalmazokban fehér törpe csillagokat is találunk. Ezek a csillagfejlődésnek azon végállapotai, amelyben a csillag maradványa – általában az eredeti csillag magja – már nem termel fúziós energiát, csupán a belső energiát sugározza ki, miközben lassan kihűl. A fehér törpék lehülési modelljeiből és a megfigyelésekből szintén becslést adhatunk a halmaz életkorára. A fehér törpék luminozitása ezek szerint a következő összefüggéssel írható le:

$$L = -\frac{dU}{dt} = -\frac{3}{2} N k \frac{dT}{dt}, \quad (5)$$

ahol U a belső energia, L a luminozitás, N a részecskeszám, T a hőmérséklet és k a Boltzmann-állandó. Itt kihasználtuk, hogy a fehér törpe anyaga jó közelítéssel ideális gáznak tekinthető, és annak állapotegyenletét írtuk fel. A fehér törpék elfajult anyaga nagyon jó hővezető, így közelíthetjük mindenhol a centrális hőmérséklettel a csillagon belül a hőmérsékletet. Numerikus modellek alapján a luminozitás a hőmérséklet 3,5-dik hatványával arányos, amit visszahelyettesítve a (5) egyenletbe, az alábbi összefüggésre jutunk:

$$L \sim t^{-\frac{7}{5}}. \quad (6)$$

Részletesebb számításokkal a következő formulát kaphatjuk:

$$\log t = -1,41 - 0,51 \log L \quad (7)$$

Ezzel az összefüggéssel a fehér törpék korára adhatunk becslést, amely egyben a halmaz korát is meghatározza. Gyakorlatilag a Hertzsprung-Russell-diagramon a lehülési görbe mentén fogjuk megtalálni ezeket a fehér törpéket. Lévén hogy a gömbhalmazok öreg objektumok, számos fehér törpét találhatunk bennük, ami igazolja a módszer használatát. [3]

2. Az észlelések menete

2.1. Mérések megtervezése

Az abszolút fotometria sikeres elvégzése érdekében számos tényezőt figyelembe kell venni. Nem szabad a célobjektumokat túl nagy levegőtömegnél észlelni, mivel az erősen befolyásolja a fotometriát, ugyanakkor meg kell említenem, hogy számos gömbhalmaz esetében nem volt lehetőség nagy horizont feletti magasságban észlelni azokat. Ezen kívül a telehold fénye is igen nagy zajt okozhat a képeken, ezért célszerű volt az észleléseket csak újhold környékére időzíteni. A nagyobb látszó méretű, illetve a halvány gömbhalmazokat a piszkéstartói nagy látómezejű távcsővel praktikusabb volt észlelni.

2.2. Szegedi mérések

Gömbhalmazok Johnson-féle BVRI szűrőrendszerben történő fotometriájára a Szegedi Csillagvizsgáló 40 cm-es tükörátmérőjű Newton típusú főműszere alkalmas a rászertelt SBIG ST-7 CCD-kamerával, így a mérések egy része ezzel készülhetett el.

2008 tavaszán és 2011-ben összesen kilenc éjszakán adódott lehetőség méréseket folytatni. Minden éjjel készítettem sztenderd csillagokat tartalmazó látómezőkről felvételeket, melyekhez az A. Landolt [7], [8] cikkében található 'SA107' és 'SA113' jelű területeket választottam. Flatfield felvételek hat éjszakán készültek, melyekből mindig az adott észleléshez időben legközelebb esőeket használtam a korrekciókhoz. Ezekon kívül minden éjszaka során készültek bias- és (megfelelő expozíciós idejű) dark-képek a korrekciókhoz.

Ezalatt a kilenc éjszaka alatt 21 gömbhalmazról születtek használható képek. Ezen objektumok látómezőiről minden szűrőben legalább három-három kép készült későbbi átlagolás céljából. A sztenderd mezőkről szintén színszűrőnként három-három felvételtől terveztem egy-egy átlagolt képet kinyerni, viszont egy éjjelen több sorozatnyi kép készült, az időjárási viszonyok hatásainak kiszűrése érdekében. A mért objektumok listája az A. *függelékben* található.

2.3. Pizskéstetői észlelések

Jóllehet a Szegedi Csillagvizsgálóban elég sok gömbhalmaz mérése megoldható, ugyanakkor néhány nagy látszó méretű gömbhalmaz esetében érdekes volt nagyobb látómezejű távcsővel végezni a méréseket, melyek esetében a gömbhalmaz elért egy látómezőre. Ehhez a Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutató Intézet Pizskéstetői Observatóriumában a 90 cm-es tükrű Schmidt teleszkóp használatát pályáztam meg és nyertem el. További előnye a pizskéstetői megfigyeléseknek a szegedinél jóval stabilabb időjárási körülmények adta lehetőségek.

2011 februárjának végén négy éjszakányi derült idő alatt további 19 halmaz megfigyelésre nyílt lehetőségem. Minden éjjel készültek sztenderd látómezőről felvételek, itt a Landolt-féle [7], [8] 'SA101' látómezőt használtam. Ez alkalommal is három-három kép készült a gömbhalmazokról, és ugyanúgy több sorozatnyi felvétel a sztenderd látómezőről. A mért objektumok listája az *A. függelékben* van.



6. ábra: Fent balra a Szegedi Csillagvizsgáló kupolája, mellette jobbra a 40 cm-es főműszer, lent jobbra a pizskéstetői Schmidt távcső kupolája, és mellette balra maga a teleszkóp látható

Forrás: <http://adventures.hu/>; <http://www.csillagaszat2009.hu/>; <http://szeged.mcse.hu/>

3. Mérési eredmények kiértékelése

3.1. Alapvető képkorrekciók

A csillagászati CCD felvételeknek (legalább) három alapvető korrigálási folyamaton kell átesniük, melyek a bias-, dark- és flat-korrekció. Ezeket – és az objektumok fényességének meghatározását – az IRAF¹ (Image Reduction and Analysis Facility) programmal hajtottam végre.

A bias-korrekció során a CCD kamera pixeleinek eltérő nullszintjét lehet meghatározni. Ehhez nulla expozíciós idejű felvételek sorozatát kellett elkészíteni, melyeket a `noao.imred.ccdred.zerocombine` programcsomag segítségével átlagoltam, ahol az átlagolással a kiolvasási zaj szintjét igyekeztem csökkenteni. Erre az összeátlagolt képre minden egyes korrekciós fázisban szükségünk lesz. Általában egy sorozat hét felvételt tartalmazott.

A dark-korrekció alkalmazása az úgynevezett sötétzaj kompenzálása miatt történik, ami a molekulák hőmozgásából adódó, pixelekben felhalmozódó többlet elektronokat takarja. Ez a hiba a hőmérséklettel exponenciálisan, az expozíciós idővel lineárisan nő. A dark-korrekció során a hőmérsékleti hatásokból eredő jelet pixelenként kivonjuk a flat- illetve objektumképekből:

$$I'(x, y) = I(x, y) - \frac{\sum_{i=1}^N D_i(x, y)}{N}, \quad (8)$$

ahol x és y a pixelkoordinátákat, I a nyers kép, I' a korrigált kép, D_i pedig a dark felvétel pixelintenzitását jelöli. Még a piszkéstetői CCD kamera hűtése mellett is jelentős a sötétzaj, így minden felvétel kiértékelésénél szükség van a dark-korrekció végrehajtására. A dark-korrekció első lépéseként minden képet lekorrigáltam az átlagolt bias képet használva a `noao.imred.ccdred.ccdproc` programcsomaggal. Ezután az expozíciós idők szerint szortírozva a felvételeket, ismét átlagoltam az összes képet a `noao.imred.ccdred.darkcombine` taszkkal, később ezeket az átlagolt képeket fogjuk felhasználni. Általában minden expozíciós idő esetében hét-hét dark képpel dolgoztam.

1 <http://iraf.noao.edu>

A flat-korrekciónal az optikai elemeken felgyülemlett szennyeződés okozta képhibákat, illetve a CCD detektor olyan hibáit lehet kompenzálni, amelyek a pixelek eltérő kvantumhatásfokából erednek. Ennek érdekében egyenletesen kivilágított látómezőről készítettem felvételeket, aminek minden esetben a hajnali vagy szürkületi ég volt a forrása. Miután a bias- és dark-korrekción végrehajtottam a flat felvételeken, 1-re kell normálni azokat, azaz az átlag pixelértéket egynek választjuk. Az objektumok képeit majd ezen normált flat képpel kell korrigálni (a bias és dark képekkel ellentétben nem kivonva azt, hanem osztva vele), melyet formailag az alábbi módon írhatunk fel:

$$I''(x, y) = I'(x, y) \frac{\langle F'(x, y) \rangle}{F'(x, y)}, \quad (9)$$

ahol F' a bias és dark képpel korrigált flat kép intenzitása, aminek az átlagát vettük, I' a biasszel és darkkal korrigált objektumkép, I'' pedig a biasszel, darkkal és flattal is korrigált objektumkép pixelintenzitása. Ennek menete, hogy az egyes flat képekből kivonjuk az átlagolt bias- és megfelelő expozíciós idejű, átlagolt dark képet a `noao.imred.ccdred.ccdproc` csomag segítségével. Ezután pedig a korrigált flat képeket a `noao.imred.ccdred.flatcombine` programcsomagot használva átlagoljuk szűrőnként külön-külön.

Ekkor elkészült az összes korrekciós kép, melyet használunk kell az objektumokról készült képek redukálásánál. Ezt a műveletet szintén a `noao.imred.ccdred.ccdproc` csomaggal tehetjük meg, ahol – ahogyan eddig is – az összeátlagolt bias-, a megfelelő expozíciós idejű dark- és a megfelelő színszűrővel készült flat képek átlagait kell használnunk.

Ezek után akár már fotometrálnánk is, csak hogy a képeken a csillagok egymástól elcsúszhatnak, mivel a távcsövek vezetése nem pontos, így képről képre új koordinátasort kellene megadni. Ugyanakkor összetolással az összes felvételen egy referencia képhez igazíthatjuk a csillagokat. Ennek több módja van, melyek közül a `noao.immatch.xregister` csomag használata tűnt a legcélszerűbbnek. Végeredményként ugyanazon pixelkoordinátáknál fogjuk megtalálni a csillagokat az összes képen.

Még a fotometrázás megkezdése előtt medián átlagolást kell végeznünk a gömbhalmazokról, és a (közvetlen egymás után – egy sorozatban – készült) sztenderd látómezőkről készült képeken (itt is a zaj csökkentése érdekében), s ezután már elvégezhetjük a fotometrázást az átlagolt képeken. Az átlagoláshoz a `noao.immatch.imcombine` csomagot használtam, ami – mint a továbbiakban használt csomagok is – az IRAF programcsomag alprogramjai.

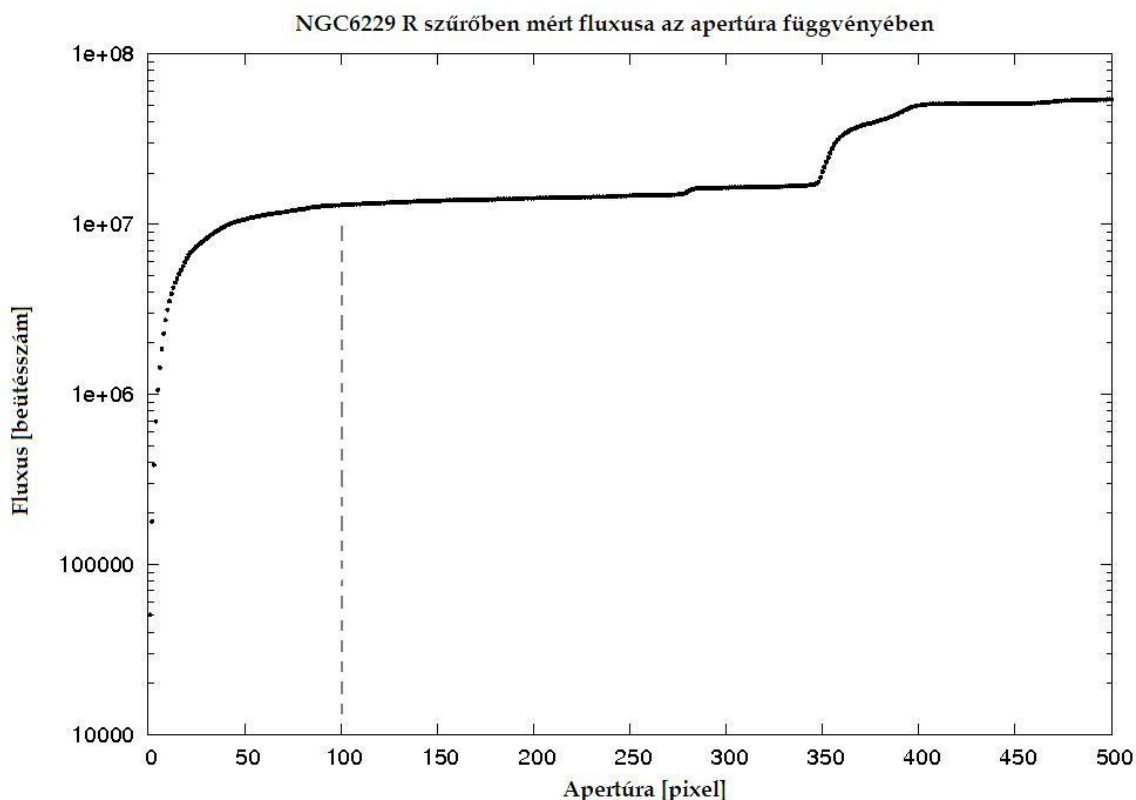
3.2. Abszolút fotometria

Méréseim célja elsősorban a gömbhalmazok különböző színszűrőkben mért fluxusának meghatározása volt. Ennek megvalósítása számos műveletet igényel, kezdve a légköri extinkció korrigálásától a sztenderd transzformáción keresztül egészen a csillagközi vörösödéssel és a háttér-, előtércsillagok fényességére való korrekcióig. Ezek elvégzése után a kapott – magnitúdóban mért – fényességeket átválthatjuk fizikai fluxus egységekre, s így felvázolhatjuk a gömbhalmazok egy alacsony felbontású spektrumát.

3.2.1. Nyers magnitúdó értékek meghatározása

Magát a fotometriát – a fényesség kimérését az elkészített felvételeken – szintén az IRAF programcsomaggal végeztem el. A gömbhalmazok fényességének kimérésére a `noao.digiphot.apphot.phot` programot használtam, amely apertúra-fotometriát hajt végre.

Az egyes gömbhalmazok esetében nem egyszerű meghatározni, hogy mekkora apertúrát érdemes használni, ezért két empirikus eljárás kombinációjával becsültem meg a méretüket pixel egységekben. Először a felvételeken a sűrűbb csillagterület szélét kerestem, majd ezután kimértem a fényességet a különböző apertúráknál – tulajdonképpen az apertúra sugarát egy pixeltől növeltem legalább az előzetesen megállapított sugár másfélszereséig – majd ábrázoltam a fényességet az apertúra sugarának függvényében, és ezen grafikon alapján választottam ki az alkalmazott apertúrát. (A *B. függelék*ben találjuk a választott apertúrákat a különböző gömbhalmazoknál, illetve az annak megfelelő, távcsövek paramétereiből kiszámolt, valódi szögátmérőt, valamint az irodalmi szögátmérőt.)



7. ábra: Apertúra grafikus meghatározása az NGC6229 gömbhalmaz esetében

Példaként az NGC6229 R színszűrő esetét választottam (7. ábra), ahol megfigyelhető, hogy a fényes előtér-, háttércsillagok apertúrába való bekerülése igen komoly következménnyel járhat a fényességek hitelességére nézve. Felmerülhet a kérdés, hogy melyik színszűrő alapján érdemes kiválasztani a megfelelő apertúrát. Én egyszerűen a meghatározott apertúrák közül a legnagyobbat vettem, amely az R szűrővel meghatározott apertúra volt többnyire.

3.2.2. Az előtér- és háttércsillagok fényességének levonása

Minden esetben számolnunk kell azzal a kellemetlen ténnyel, hogy nem feltétlenül csak és kizárólag a gömbhalmaz fényét mértük ki, hanem esetleg a háttér- és előtércsillagok fénye is az apertúrába került. Ez egy elkerülhetetlen körülmény, amit az alábbiak szerint igyekeztem kiküszöbölni. A szegedi mérések a műszer kis látómezeje miatt sajnos nem adtak lehetőséget ennek korrigálására, a piszkástetői képeken viszont lehetőségem volt kijelölni ellenőrző területeket, melyekből felmérhettem a látómező irányában az előtér- és háttércsillagok okozta többletfényességet.

A piszkésetetói képeken 24, a gömbhalmaz apertúrájával megegyező apertúrájú terület fényességét mértem ki, és annak medián átlagával közelítettem a keresett fényességet, amit utána levontam a gömbhalmaz fényességéből. A medián átlagolásra azért volt szükség, mert a nagy látómezőben jellemzően sok fényes csillagot találunk, melyek a nagy apertúrákban hatalmas beütésszámot produkálnak. Itt valójában az IRAF szoftver által számolt, a következőekben f_0 betűvel jelölt fluxusokat vontam ki egymásból, amit az alábbi képlet alapján számolhatunk:

$$f_0 = S - A M_{\text{sky}}, \quad (10)$$

ahol S a teljes beütésszám a választott apertúrán belül, A a pixelterület négyzetpixelben, valamint M_{sky} az egy pixelre eső háttérbeütés mértéke. Ebből a következő képlet felhasználásával jutottam a korrigált magnitúdó értékhez:

$$m = m_z - 2,5 \log f + 2,5 \log t, \quad (11)$$

ahol m a mért fényesség lesz magnitúdóban, m_z a magnitúdóskála zéruspontja f a gömbhalmaz és a háttér-előtér fluxusának különbsége, t pedig az expozíciós idő másodpercben. Továbbá ezen magnitúdó hibáját az alábbi összefüggéssel adja meg az IRAF fotometriai programcsomagja:

$$\Delta m = 1,0857 \frac{\delta}{f} = \frac{1,0857}{f} \sqrt{\frac{f}{g_e} + A \sigma^2 \left(\frac{A}{N_{\text{sky}}} \right)}, \quad (12)$$

melyben Δm a keresett hiba, δ az egyenlet jobb oldalán a négyzetgyökös kifejezéssel definiált hibatényező, g_e az erősítés értéke e^-/ADU dimenzióban, A a pixelterület, melyen a fényt gyűjtöttük, N_{sky} a háttér fényességmérésénél használt pixelek száma, valamint σ jelöli a standard deviációt.

3.2.3. Léggöri extinkció korrekciója

A következő lépés a léggöri extinkció korrigálása. Erre azért lenne szükség, mert a különböző levegőtömegeken különböző mennyiségű fény jön át, valamint az éjszaka léggöri viszonyának változása is igen komoly hatással lehet a mért fényességre. Az x levegőtömeget a z zenittávolsággal az alábbi módon definiáljuk:

$$x = \frac{1}{\cos z}. \quad (13)$$

Ennek tudatában szeretnénk kiszámolni, hogy mekkora a levegőrétegek felett mért $m_\lambda(0)$ fényesség:

$$m_\lambda(0) = m_\lambda - k_\lambda x (-k'_\lambda c x), \quad (14)$$

melyben m_λ az általunk a földfelszínről mért fényesség, k_λ pedig az extinkciós együttható, továbbá a zárójelben lévő tag a gyakorlatban elhanyagolható mértékű járulékot ad, amiben c valamilyen színindex értéket takar.

Itt valójában egy csillag különböző levegőtömegeken mért fényességei illeszkednek egy egyenesre, melyet megillesztve a meredekség adja k_λ értékét, illetve a zéruspont a kiszemelt csillag fényességét nulla levegőtömegnél.

Erre az eljárásra a méréseknél nem volt lehetőségem, mivel a k_λ extinkciós együtthatók a légkör tulajdonságaitól – úgy mint például a hőmérséklettől vagy a páratartalomtól – erősen függenek, ezért pontos meghatározásuk csak nagyon stabil légköri viszonyok között lehetséges. Egyéb esetben az extinkciós együtthatók meghatározása rendkívül pontatlan lesz, ami akkora hibákat eredményez, melyek meghaladják a korrekció mértékét. Szegeden szinte sosem teljesülnek a szükséges időjárási körülmények, és Piskéstetőn is csak igen ritkán.

3.2.4. Sztenderd korrekció

A sztenderd transzformáció lényege, hogy a különböző műszerekkel készült felvételeken – jóllehet maguk a színszűrők ugyanolyanok, mégis – más és más fényességet kapunk eredményül, úgynevezett instrumentális fényességet. Abból a célból, hogy ezeket egységesen kezelhessük, egy kvázi önkényesen választott mérőrendszer által kell a megfelelően kiválasztott csillagok mért fényességeit sztenderdnek tekintenünk.

Az M_λ sztenderd fényességet az alábbi módon definiáljuk:

$$M_\lambda = m_{\lambda;0} + \left(\frac{dm}{d\lambda} \right)_{\lambda;0} \Delta\lambda + \dots \approx m_{\lambda;0} + \beta_\lambda C + \gamma_\lambda; \quad C = \zeta_\lambda C_0 + \xi_\lambda, \quad (15)$$

ahol $m_{\lambda;0}$ a sztenderd csillagok instrumentális fényessége, C_0 az instrumentális színindex, valamint β_λ , γ_λ , ζ_λ és ξ_λ az úgynevezett távcsőkonstansok, melyek a mérőműszer saját jellemzőit jelentik, illetve a C mennyiség a sztenderd színindex.

Itt elhanyagoltuk a Taylor-sorfejtés magasabb rendű tagjait. Ezen összefüggéseket a következő formában használtam fel:

$$V = v + \varepsilon(B - V) + z_V; \quad (16a)$$

$$B - V = \mu_{BV}(b - v) + z_{BV}; \quad (16b)$$

$$V - R = \mu_{VR}(v - r) + z_{VR}; \quad (16c)$$

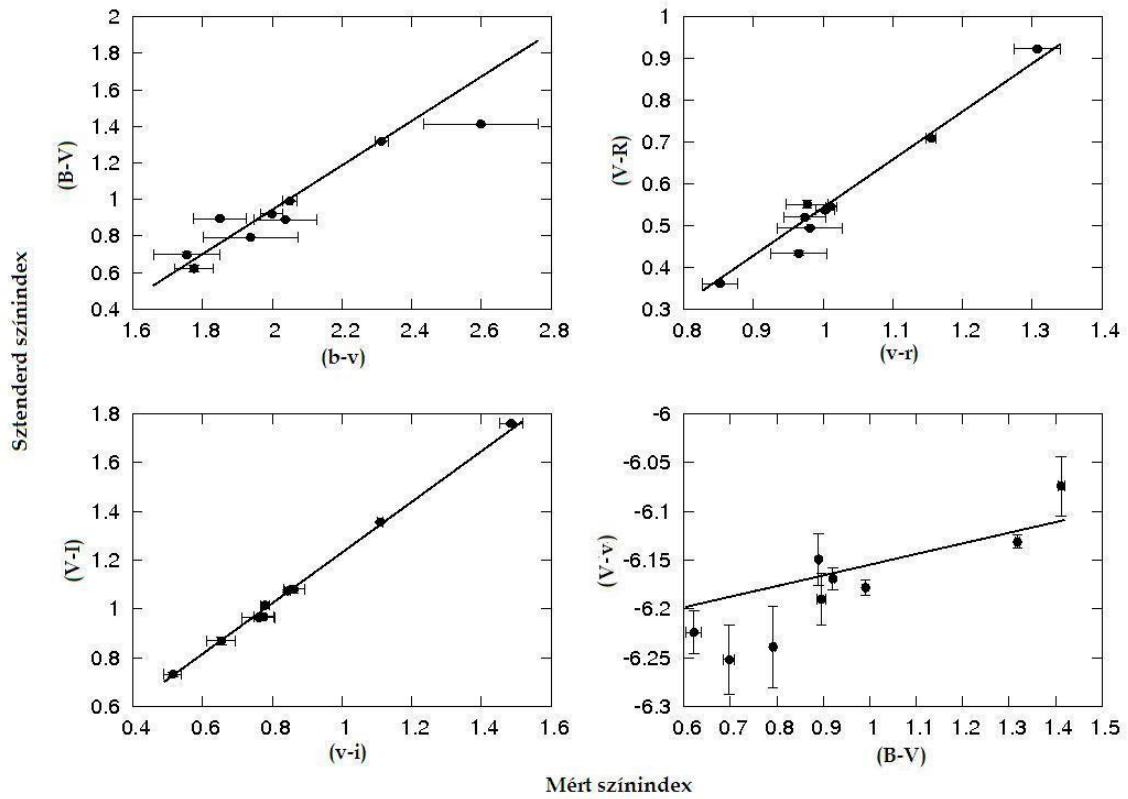
$$V - I = \mu_{VI}(v - i) + z_{VI}, \quad (16d)$$

melyben a z mennyiség a zéruspontokat valamint ε és μ a távcsőkonstansokat jelölik, illetve a nagy- és kisbetűs mennyiségek a megfelelő szűrőkben a sztenderd és az instrumentális magnitúdókat jelentik.

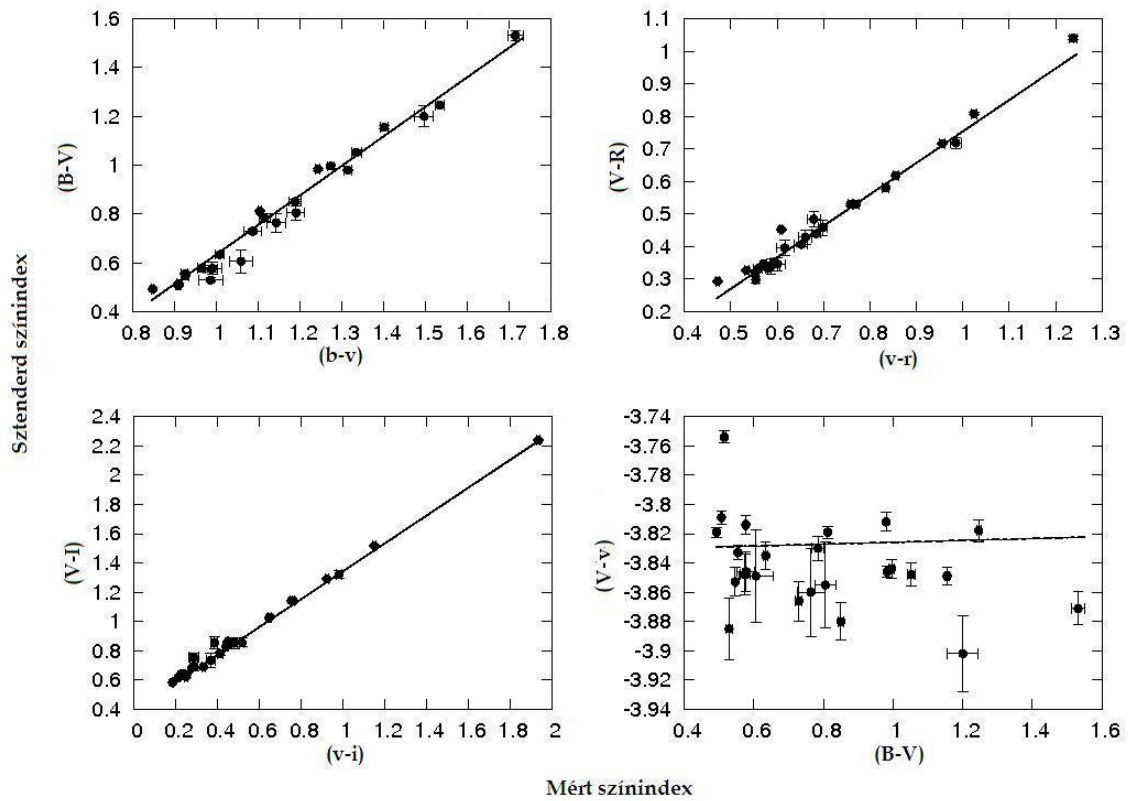
A távcsőkonstansokat az említett sztenderd látómezőkön lévő csillagok fényességéből kaptam meg egyenesillesztéssel. Először a meredekségeket határoztam meg, majd a zéruspontokat minden éjszakára külön-külön mértem meg úgy, hogy a kapott meredekségek átlagát az egyenes fix meredekségének állítottam be az egyenesillesztésnél, mivel elméletileg a távcsőkonstans nem változik éjszakáról éjszakára, ellenben a zérusponttal.

A kimért távcsőkonstansokat és zéruspontokat a *C. függelékben* találhatjuk, a felhasznált csillagok listáját valamint irodalmi fényességeiket az 1. táblázatban foglalom össze, továbbá egy-egy általam készített felvételen megjelöltem a csillagok pozícióját is (8. ábra). Emellett az eljárás szemléltetéséhez egy szegedi mérés és egy piszkéstetői észlelés alkalmával kapott sztenderd transzformáció egyeneseit ábrázoltam (9. ábra). Ezeken a megfigyelési körülmények közti nagyságrendi különbség is szemmel látható, a mért színindexek hibahatárain, és az egyenestől való szórás tekintetében is.

Sztenderd konstans illesztése szegedi mérésre



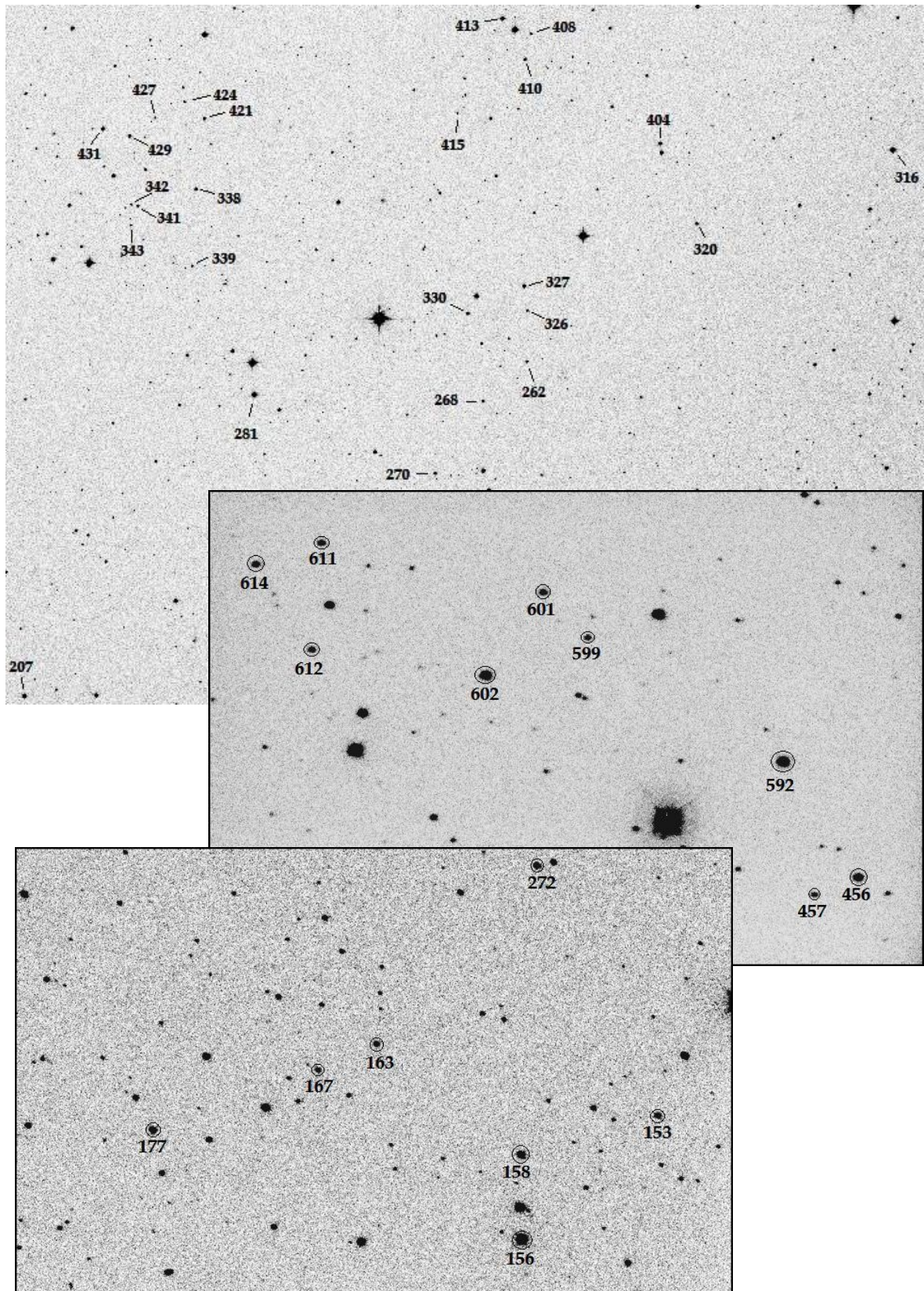
Sztenderd konstans illesztése piszkéstetői mérésre



8. ábra: Sztenderd konstans kimérése szegedi és piszkéstetői méréseken

Csillag száma	V fényesség	B-V színindex	V-R színindex	V-I színindex
101 316	11.552 ± 0.0027	0.493 ± 0.0024	0.293 ± 0.0019	0.584 ± 0.0032
101 320	13.823 ± 0.0048	1.052 ± 0.0103	0.581 ± 0.0039	1.141 ± 0.0045
101 404	13.459 ± 0.0040	0.996 ± 0.0078	0.530 ± 0.0049	1.029 ± 0.0055
101 262	14.295 ± 0.0045	0.784 ± 0.0160	0.440 ± 0.0075	0.827 ± 0.0035
101 408	14.785 ± 0.0240	1.200 ± 0.0438	0.718 ± 0.0170	1.321 ± 0.0297
101 326	14.923 ± 0.0078	0.729 ± 0.0094	0.406 ± 0.0055	0.780 ± 0.0122
101 410	13.646 ± 0.0085	0.546 ± 0.0014	0.298 ± 0.0106	0.623 ± 0.0064
101 327	13.441 ± 0.0032	1.155 ± 0.0057	0.717 ± 0.0023	1.290 ± 0.0028
101 413	12.583 ± 0.0023	0.983 ± 0.0047	0.529 ± 0.0033	1.025 ± 0.0040
101 268	14.380 ± 0.0078	1.531 ± 0.0199	1.040 ± 0.0048	2.237 ± 0.0045
101 330	13.723 ± 0.0038	0.577 ± 0.0038	0.346 ± 0.0028	0.684 ± 0.0064
101 415	15.259 ± 0.0028	0.577 ± 0.0247	0.346 ± 0.0198	0.695 ± 0.0332
101 270	13.711 ± 0.0000	0.554 ± 0.0014	0.332 ± 0.0049	0.637 ± 0.0014
101 281	11.575 ± 0.0037	0.812 ± 0.0018	0.452 ± 0.0023	0.864 ± 0.0025
101 421	13.180 ± 0.0021	0.507 ± 0.0021	0.327 ± 0.0021	0.623 ± 0.0014
101 338	13.788 ± 0.0071	0.634 ± 0.0071	0.350 ± 0.0021	0.691 ± 0.0014
101 339	14.449 ± 0.0099	0.850 ± 0.0085	0.458 ± 0.0240	0.857 ± 0.0290
101 424	15.058 ± 0.0276	0.764 ± 0.0389	0.429 ± 0.0226	0.855 ± 0.0431
101 427	14.964 ± 0.0269	0.805 ± 0.0297	0.484 ± 0.0247	0.854 ± 0.0368
101 341	14.342 ± 0.0113	0.575 ± 0.0141	0.332 ± 0.0007	0.641 ± 0.0071
101 342	15.556 ± 0.0141	0.529 ± 0.0085	0.339 ± 0.0240	0.758 ± 0.0226
101 343	15.504 ± 0.0276	0.606 ± 0.0488	0.396 ± 0.0226	0.734 ± 0.0481
101 429	13.496 ± 0.0039	0.980 ± 0.0019	0.617 ± 0.0017	1.143 ± 0.0030
101 431	13.684 ± 0.0056	1.246 ± 0.0063	0.808 ± 0.0033	1.517 ± 0.0042
101 207	12.419 ± 0.0028	0.515 ± 0.0038	0.321 ± 0.0017	0.641 ± 0.0023
107 456	12.919 ± 0.0020	0.921 ± 0.0029	0.537 ± 0.0020	1.015 ± 0.0036
107 457	14.910 ± 0.0021	0.792 ± 0.0035	0.494 ± 0.0028	0.964 ± 0.0092
107 592	11.847 ± 0.0033	1.318 ± 0.0047	0.709 ± 0.0013	1.357 ± 0.0020
107 599	14.675 ± 0.0082	0.698 ± 0.0121	0.433 ± 0.0053	0.869 ± 0.0155
107 601	14.646 ± 0.0045	1.412 ± 0.0073	0.923 ± 0.0035	1.761 ± 0.0038
107 602	12.116 ± 0.0027	0.991 ± 0.0029	0.545 ± 0.0015	1.074 ± 0.0032
107 612	14.256 ± 0.0057	0.896 ± 0.0014	0.551 ± 0.0035	1.081 ± 0.0021
107 611	14.329 ± 0.0065	0.890 ± 0.0085	0.520 ± 0.0090	0.968 ± 0.0170
107 614	13.926 ± 0.0065	0.622 ± 0.0170	0.361 ± 0.0040	0.732 ± 0.0090
113 153	14.476 ± 0.1051	0.745 ± 0.0381	0.462 ± 0.0121	0.902 ± 0.0064
113 272	13.904 ± 0.0014	0.633 ± 0.0007	0.370 ± 0.0007	0.710 ± 0.0120
113 158	13.116 ± 0.0035	0.723 ± 0.0023	0.407 ± 0.0029	0.782 ± 0.0029
113 156	11.224 ± 0.0035	0.526 ± 0.0035	0.303 ± 0.0042	0.618 ± 0.0028
113 163	14.540 ± 0.0041	0.658 ± 0.0049	0.380 ± 0.0054	0.735 ± 0.0108
113 167	14.841 ± 0.0007	0.597 ± 0.0099	0.351 ± 0.0071	0.728 ± 0.0219
113 177	13.560 ± 0.0052	0.789 ± 0.0040	0.456 ± 0.0044	0.890 ± 0.0056

1. táblázat: A felhasznált sztenderd csillagok irodalmi fényességei [7]



9. ábra: A felhasznált sztenderd csillagok látómezői általam készített R szűrős felvételeken, fent az SA 101 (Piszkéstető), középen az SA 107 (Szeged) és alul az SA 113 (Szeged) látómező

3.2.5. Intersztelláris vörösödés korrekciója

Az intersztelláris vörösödés a csillagközi anyag (hullámhosszfüggő) fényszórásának jelenségéből következik. Az csillagközi extinkció a csillag fényét a vörös irányba tolja el. Az A_λ extinkciót a megfelelő színekben az objektum mért és a valódi fényessége közti különbség adja, a vörösödés (vagy színexcesszus) pedig a csillag mért és valódi színindexeinek a különbségeként áll elő:

$$A_V = V - V_0, \quad E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0 = A_B - A_V. \quad (17a), (17b)$$

Igen fontos szerepet játszik a vörösödés a távolság-meghatározásban. A Tejútrendszerben a vörösödés és az extinkció kapcsolatára az alábbiak érvényesek:

$$3,1 E(B-V) \approx A_V, \quad \frac{E(V-I)}{E(B-V)} \approx 1,6, \quad \frac{E(V-R)}{E(B-V)} \approx 0,78. \quad (18a), (18b), (18c)$$

Így például az $E(B-V)$ színexcesszus ismeretében meghatározható az A_V extinkció, amellyel a távolságmodulust alábbi ismert összefüggés szerint pontosíthatjuk:

$$m - M = -5 + 5 \log d + A_V, \quad (19)$$

melyben d a távolság, m a mért, M az abszolút fényesség. A gyakorlatban az izokrón-illesztésnél a ΔV függőleges eltolás adja meg a távolságot, a vízszintes eltolással az $E(B-V)$ vörösödés mértékét tudjuk megbecsülni. [11], [12]

A vörösödésre való korrekció igen fontos pontja a kiértékelésnek, hiszen a csillagközi abszorpció hullámhosszfüggő, s ez megváltoztatja a mért spektrális energia-eloszlások meredekségét. A NASA Schlegel et al. [13] munkássága nyomán létrejött Galactic Dust Reddening and Extinction honlapjáról² származnak a megfelelő, $-A_B, A_V, A_R$ és A_I - extinkciót leíró adatok, melyeket a *D. függelékben* foglaltam össze. Az ott szereplő magnitúdókat ki kell vonni a sztenderd korrigált magnitúdókból, és így kaphatjuk meg a gömbhalmazok vörösödésre korrigált fényességeit. Ezen vörösödések a látóirányban található anyag teljes oszlopsűrűségéből származnak, így a korrekció csak extragalaktikus vagy a galaxis peremén lévő objektumokra érvényes, a galaktikus gömbhalmazokra kisebb lesz a vörösödés. Az $E(B-V) > 0,2$ vörösödések esetében már bizonytalan az extinkció értéke, ami a bulge felé lévő halmazokra fennáll. Ilyenkor az említett izokrón-illesztéssel lehet a vörösödést becsülni egyedi csillagok vizsgálata alapján.

² <http://irsa.ipac.caltech.edu/applications/DUST/>

3.3. A fényességek fluxusba való átváltása

Ahhoz, hogy fizikai képet kapjunk a halmazainkról, és matematikailag könnyen kezelhessük fényességüket, a kapott abszolút fényességeket célszerű átváltanunk fluxus dimenziójú mennyiségbe. A magnitúdóskála zéruspontjául egy fiktív A0 típusú csillag fényessége szolgál – ehhez áll közel a Vega fényessége –. Ezen képzeletbeli csillaghoz viszonyítva adhatjuk meg a többi csillag fényességét a magnitúdóskálán. M. S. Bessel [9] cikkében található, alábbi összefüggés nyomán írtam rövid szkriptet, amely kiszámolta a szükséges fluxusokat:

$$m_{\lambda} = -2,5 \log f_{\lambda} - 21,1 + z(f_{\lambda}), \quad (20)$$

ahol m_{λ} az általunk mért fényesség magnitúdóban, f_{λ} a keresett, egységnyi hullámhossztartományba eső fluxus – melynek mértékegysége $\text{erg/s/cm}^2/\text{\AA}$ –, $z(f_{\lambda})$ pedig a magnitúdóskála zéruspontja a különböző szűrőkben. Az alábbi táblázat tartalmazza a nulla magnitúdóhoz tartozó fluxusokat és a zéruspontokat:

	B színszűrő	V színszűrő	R színszűrő	I színszűrő
λ_{eff} [nm]	438	545	641	798
f_{λ} [10^{-11} erg/s/cm ² /\AA]	632,0	363,1	217,7	112,6
$z(f_{\lambda})$ [magnitúdó]	-0.602	0,000	0,555	1,271

2. táblázat: Nulla magnitúdóhoz tartozó fluxusok és zéruspontok

Az így kapott f_{λ} fluxus a Földön detektált fluxust jelenti. Amennyiben a gömbhalmaznál kisugárzott F_{λ} fluxust szeretnénk kiszámolni, a következő képletet kell alkalmaznunk:

$$F_{\lambda} = 4 \pi D^2 f_{\lambda}, \quad (21)$$

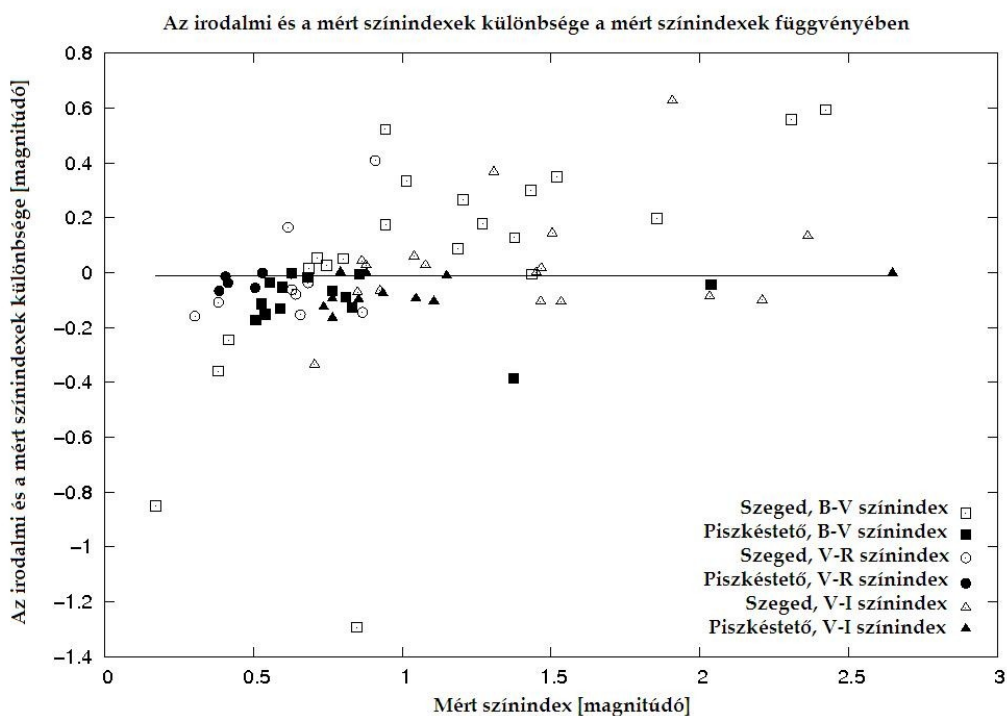
ahol D a gömbhalmazok távolságát jelöli (a gömbhalmazok távolságát W. E. Harris [10] katalógusából nyertem, és a D . függelékben találjuk azokat). Ezzel a lépéssel kaptam meg a modellspektrumokkal összehasonlítható fluxusokat, melyeket a következő fejezetekben elemzek részletesen.

4. Mérési eredmények vizsgálata és értékelése

4.1. Az eredmények igazolása

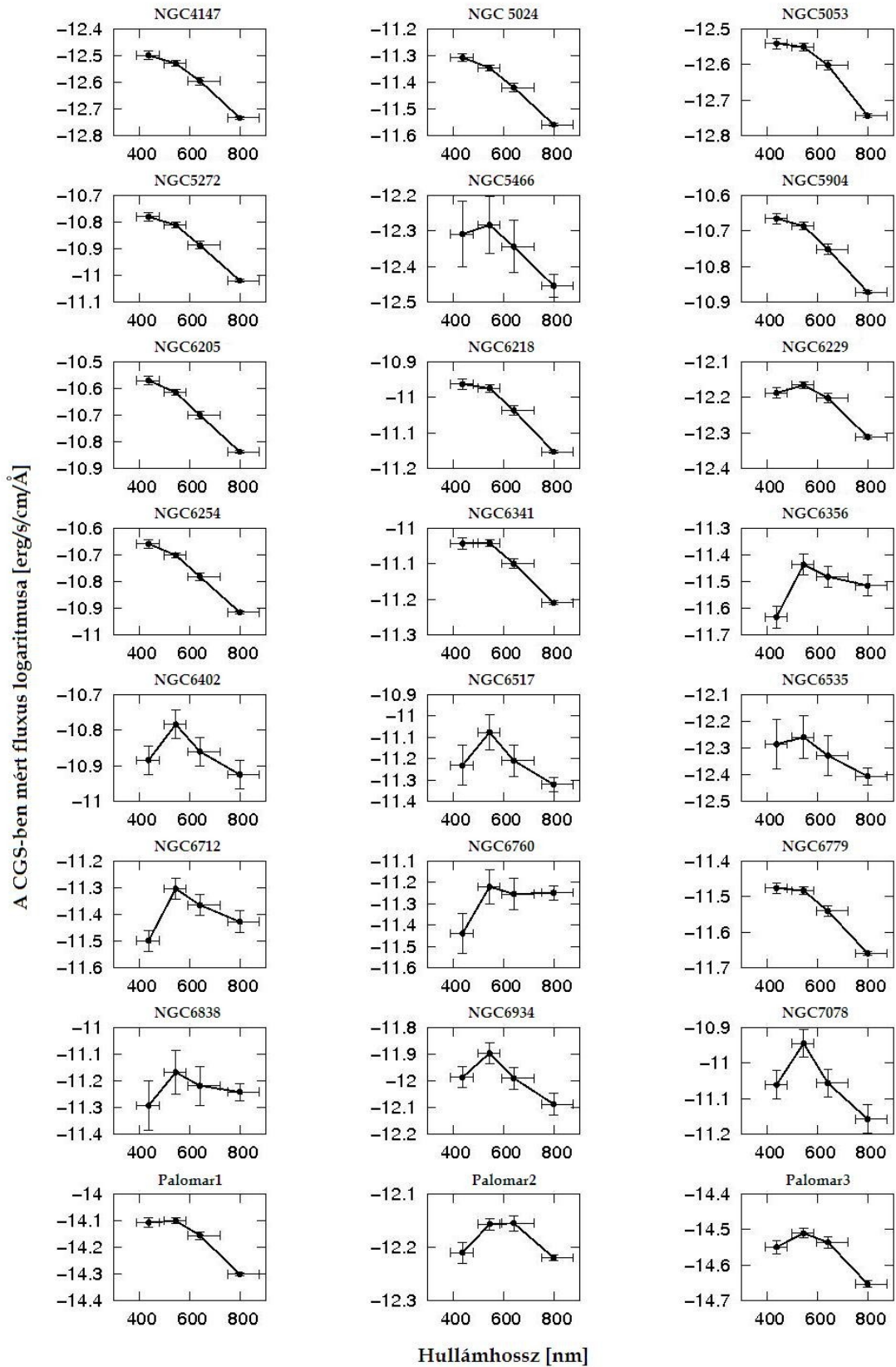
Az előbbieken leírt mérés-kiértékelés és korrekciók elvégzése után meghatároztam 40 gömbhalmaz spektrális energia-eloszlás görbéjét. Érdekes, hogy a kapott görbék jó részén a kék tartományon jelentkezik a legnagyobb fluxus (11. ábra). Ez elsőre meglepőnek tűnik, hiszen a gömbhalmazokban vörös óriás csillagok dominálnak. Ennek okán megvizsgáltam, hogy mennyire tekinthetők megbízhatónak az általam mért spektrális energia-eloszlások.

Először is az irodalmi adatokkal vettem össze az általam kapott színindexeket, azaz a különböző színszűrőkkel mért fényességek különbségeit. A fényességek igazából csak a spektrum „magasságáról” - pontosabban a fluxus nagyságrendjéről - adnának képet, viszont a színindexek a spektrum meredekségét, lefutását is kódolják, így ellenőrzésképpen célszerű ezeket összevetni. A 10. ábrán látható az irodalmi és az általam mért színindexek különbsége a mért színindex függvényében. Az illesztéssel a pontok átlagértéke $-0,01$ magnitúdónak, a szórás pedig $0,26$ magnitúdónak adódott.



10. ábra: Az irodalmi és az általam mért fényességek összehasonlítása grafikusán

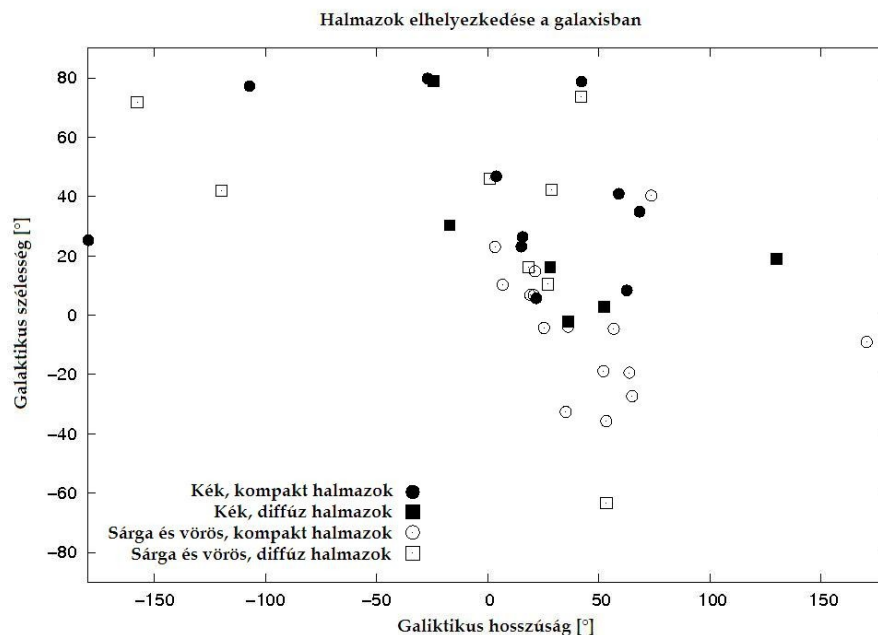
A mért spektrális energia-eloszlások



11. ábra: 24 gömbhalmaz mért spektrális energia-eloszlása

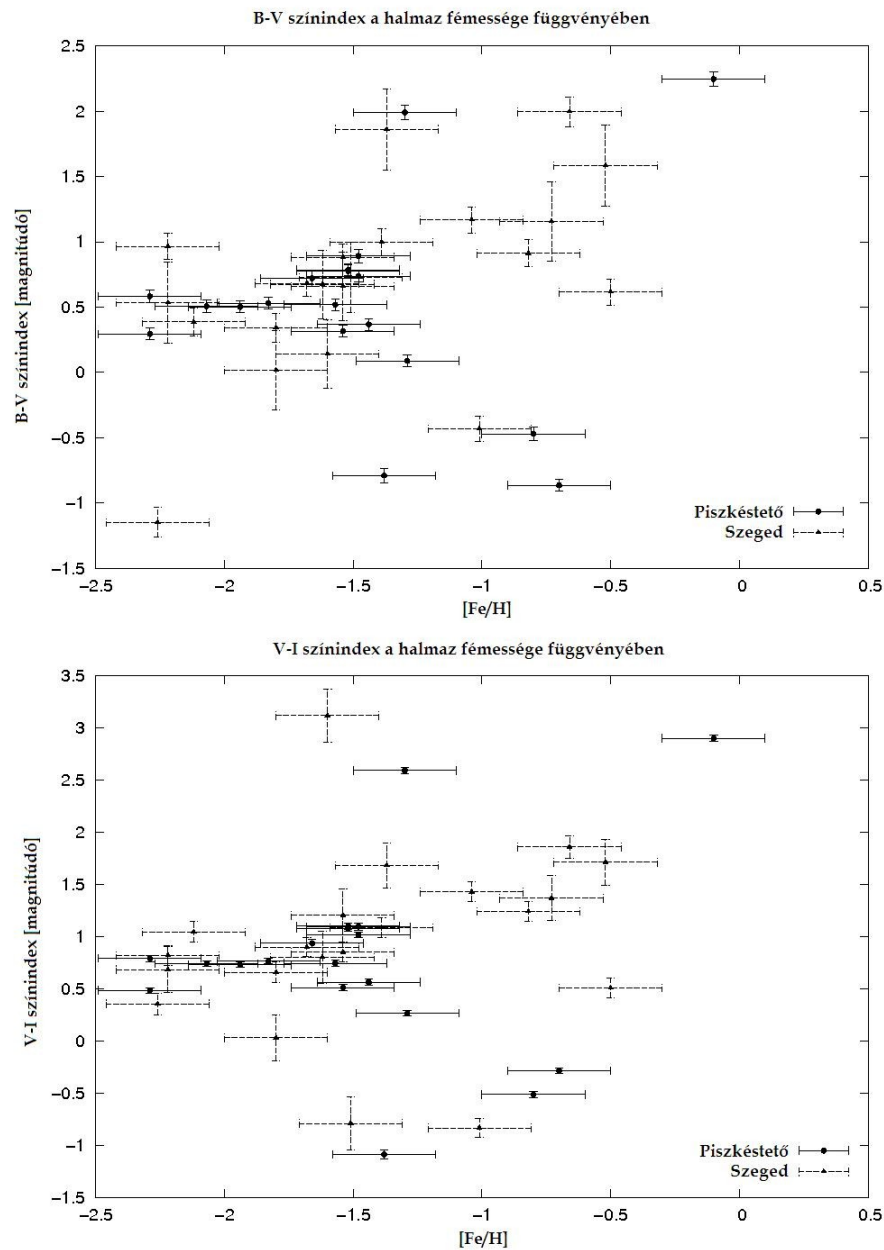
Mivel túlnyomó részben a Pizskéstetőn mért gömbhalmazok mutattak kékben többletfluxust, így az ábrán külön jelöltem a szegedi és pizskéstetői eredményeket. Az irodalmi színindexeket W. E. Harris [10] katalógusából vettem, amelyek megtalálhatóak a dolgozat *D. függelékében*. Az üres és tömör pontok szórásán jól megmutatkozik a két műszer pontossága közötti nagyságrendi különbség, ugyanakkor sajnos nem ad magyarázatot a tapasztalt problémára. Mindazonáltal összességében elmondható, hogy 0,2 magnitúdós pontossággal reprodukáltam nagyobb távcsövekkel kimért integrált színindexeket, továbbá azt is megfigyeltem, hogy a szegedi mérésekből kapott B-V színindexek szórása a legnagyobb - ez körülbelül egy kettes szorzót jelent a szórásban -, ami egyértelműen a helyi asztróklíma hatása.

Ezek után a gömbhalmazok galaktikus koordinátáit ábrázoltam - melyeket szintén W. E. Harris [10] katalógusa tartalmazza - annak reményében, hogy a tapasztalt „kék spektrumok” valamilyen térbeli elkülönülést fognak majd mutatni. Az 12. ábrán láthatjuk a megmért gömbhalmazok galaktikus térképét, melyen a fluxusmaximumra való utalás mellett a halmaz területének zsúfoltságát is igyekeztem szemléltetni, bár utóbbit mindössze intuitív módon határoztam meg - ránézésre. Mindazonáltal jól láthatóan nem szeparálódnak el a kék halmazok, sőt valójában mindenhol találhatunk ilyeneket.



12. ábra: A megmért gömbhalmazok galaktikus térképe

Ezek után megpróbálkoztam a kémiai összetétel fémség részét jellemző $[Fe/H]$ mennyiség és a színindexek között kapcsolatot találni. A 13. ábra és 14. ábra a W. E. Harris [10] katalógusából vett fémség adatok függvényében mutatja a kapott B-V, V-R, V-I színindexeket. Itt azt figyeltem meg, hogy a nagyon fémszegény ($[Fe/H] < -1,5$) gömbhalmazokra a színindexek szórása igen kicsiny, míg az ezeknél fémgazdagabb halmazoknál jelentősnek mutatkozik a szórás. Ezt okozhatja a vörösödés, hiszen a bulge felé lévő gömbhalmazok a fémgazdagabbak, és abban az irányban mutatkozik nagy vörösödés.



13. ábra: A színindexek fémség függése

A fentiek alapján a mérésekről és a kiértékelésükről elmondható, hogy jól voltak kivitelezve, és a kapott spektrális energia-eloszlások realiztikusak, használhatóak modellezéshez.

4.2. Csillagpopuláció modellezés

A csillagpopuláció modellezés alapvető célja az, hogy sok csillag együttesen megfigyelhető fizikai paraméterei modellezhetőek legyenek. Ilyen objektumok a gömbhalmazok is.

Az alapfeltevés szerint a halmaz nagyon nagy N számú csillaga együtt keletkezik – tehát azonos életkorúak és fémességűek –, és ezen halmaz integrált spektrumának kiszámolása a célunk. A modellezés során ismertnek tekintjük egy adott tömegű csillag fényességének és hőmérsékletének időfüggését az evolúciós modellek – izokrónok – alapján. Egy adott tömegű és életkorú csillaghoz kiválasztunk egy modellspektrumot, amely ugyanazt a luminozitást és effektív hőmérsékletet mutatja. Ezt megtesszük mindegyik csillagra, majd összeadjuk a kapott spektrumokat. Ezt leosztva a halmaz tömegével megkapjuk a halmaz normált spektrumát, amely megmondja, hogy egy naptömegnyi anyag átlagosan mennyi fényességet generál a különböző hullámhosszakon. Ezek a spektrális energia-eloszlások elméletileg összevethetők a mérési eredményekkel, s a legjobb illeszkedést keresve megbecsülhetjük a halmaz fizikai paramétereit (a korát, fémességét, tömegét).

Létezik egy úgynevezett kor-fémesség degeneráció, amely azt a problémát takarja, hogy a fémgazdag csillagpopulációk képesek optikai tartományban olyan színindexeket mutatni, mint az öreg és fémszegény populációk. Ezen felül a vörösödés pontatlan ismerete a kormeghatározás egyik kulcsproblémája, hiszen a vörösödés – lévén hullámhosszfüggő – a spektrális energia-eloszlások meredekségét is befolyásolja. Ezért a problémakört kor-vörösödés-fémesség degenerációként is szokás emlegetni. A degeneráció orvoslása spektroszkópiai úton valósítható meg olyan spektrumvonalak segítségével, melyek érzékeny indikátorai a fémességnek és a kornak. [21]

Meg kell jegyezni, hogy a kezdeti tömegfüggvény is alapvető pontja a modellnek, így érdemes ezt ennek fényében megválasztani. Az $f(m)$ kezdeti tömegfüggvény gyakorlatilag az egységnyi térfogatban keletkező m tömegű csillagok N számát adja meg:

$$f(m) = \frac{dN}{dm}. \quad (22)$$

Közeli csillagok megfigyeléséből úgy találták, hogy $f(m)$ hatványfüggvény alakú:

$$f(m) \sim m^\alpha, \quad (23)$$

melynek kitevője $\alpha = -2,35$. Vagyis a kisebb tömegű csillagokból több keletkezik, míg a nagyobbakból kevesebb. [16] A modellezés során ezt a Salpeter-féle kezdeti tömegfüggvényt használtam.

4.3. A Starburst99 program

A Starburst99³ programot valójában az aktív csillagkeletkezéssel rendelkező csillagpopulációkra tervezték, használható olyan öreg, és passzív objektumok szimulálására is, amilyenek a gömbhalmazok, melyekben már nincs csillagkeletkezés. [17]

Egy szimuláció során a megadott tömegű csillagpopuláció „fejlődik” az általunk megadott korig. A Geneva és Padova csillagfejlődési útvonalak vannak betáplálva a szoftverbe, ellenben nem veszi figyelembe a szoros kettős rendszerek eltérő evolúcióját. Ez esetünkben nem okoz jelentős eltéréseket a spektrumban, hiszen a gömbhalmazokban igen ritkán fordulnak elő kettőscsillagok. [17], [18]

A program a következő – számunkra fontos – beállításokat teszi lehetővé:

- x Először is megadhatjuk a csillagkeletkezési rátát, illetve állandó tömeget is beállíthatunk a csillagpopulációknak. Nekünk itt az utóbbi opció kedvező, mivel a gömbhalmazokban nincs csillagkeletkezés.
- x Következőnek megválaszthatjuk a kezdeti tömegfüggvény alakját, ahogy már említettem a Salpeter-féle kezdeti tömegfüggvényt alkalmaztam.
- x Ezután az evolúciós útvonalat és a populáció fémtartalmát választhatjuk meg. A Geneva és Padova modellek korai és nem túl késői szakaszai közül a Padova AGB beállítás a legpraktikusabb számunkra. Ezen belül három fémességgel modelleztem spektrumokat ($Z=0,0004$; $Z=0,004$; $Z=0,008$).
- x Beállíthatjuk az időfelbontást, illetve hogy lineáris avagy logaritmikus legyen a léptetés.
- x Számos egyéb beállítás közül azokat, amelyek a Nap tulajdonságait veszik alapul, érdemes átállítani, hiszen például sokkal fémszegényebb egy gömbhalmazbeli csillag, s így az ultraibolya spektruma sokkal simább lesz.
- x Végül a kimenetek közül kiválaszthatjuk, hogy milyen adatfájlokat szeretnénk megkapni. Nekem most csak kis felbontású spektrumra volt szükségem, hiszen az alacsony felbontású spektrofotometriai mérések illesztéséhez más nem kell.

3 <http://www.stsci.edu/science/starburst99/docs/default.htm>

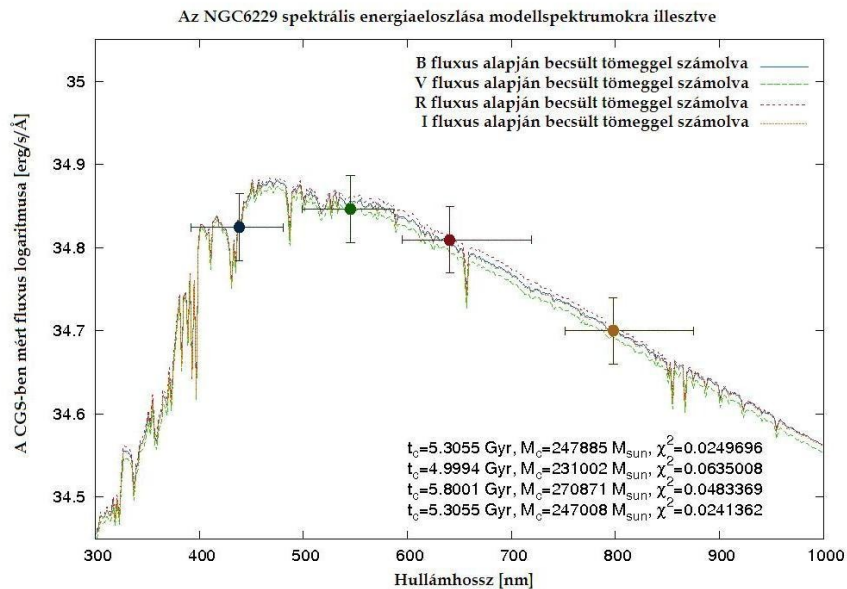
4.4. Modellspektrumok χ^2 -illesztése

A modellillesztéshez a szokásos χ^2 -illesztési eljárást alkalmaztam. A χ^2 értékét minden gömbhalmazra a következő formulával számítottam ki:

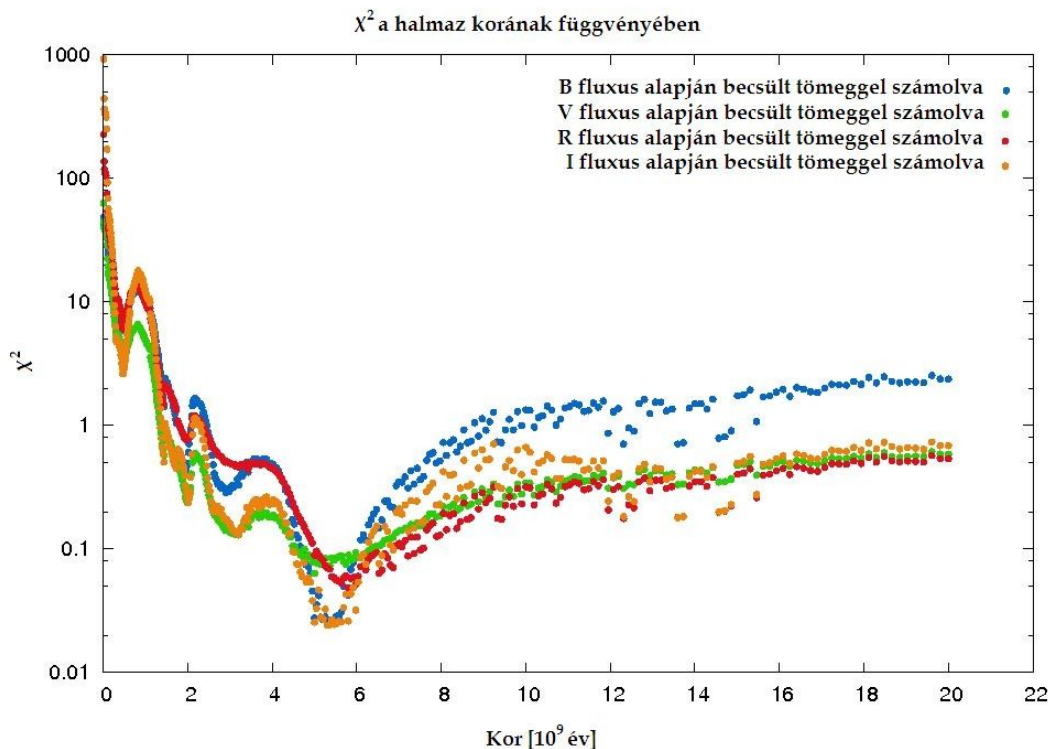
$$\chi^2 = \frac{1}{N_{\text{obs}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} \frac{1}{\sigma_i^2} [F_{\text{obs}}(\lambda_i) - M_c \cdot S_{\text{mod}}(\lambda_i, T_c)]^2, \quad (24)$$

ahol N_{obs} az észlelt pontok - azaz a színszűrők - száma, $F_{\text{obs}}(\lambda_i)$ a λ_i hullámhosszon mért fluxus, $S_{\text{mod}}(\lambda_i, T_c)$ a T_c korú tömegegységre normált modellspektrum λ_i hullámhosszon vett értéke és M_c a halmaz tömege, valamint a σ_i a mért fluxusok hibája, ezzel normáljuk a fluxuskülönbséget. [19] A halmaz M_c tömegét egyszerűen a V színszűrőben mért fluxus és az ezen szűrő maximális áteresztési hullámhosszán vett egységnyi tömegre normált modellfluxus hányadosaként definiáltam (tulajdonképpen minden szűrővel megtehetjük, és ahogy az ábrákról kiderül, el is végeztem ezeket az illesztéseket is, de a végeredmény elemzése a jövőbeli tervek között szerepel).

A vörösödés tárgyalásánál elhangzottakból kifolyólag a vörösödésre korrigált fényességekre és a korrigálatlan fényességekre is illesztettem, továbbá összehasonlításuképpen az irodalmi fényességekkel is megtettem ugyanezt. Az összes illesztés eredménye megtalálható az *F. függelék*ben. Minden egyes gömbhalmaz esetében készültek ábrák a spektrális energia-eloszlásra illesztett modellekről, példaként a 14. ábra mutatja az NGC6229 gömbhalmaz illesztését.

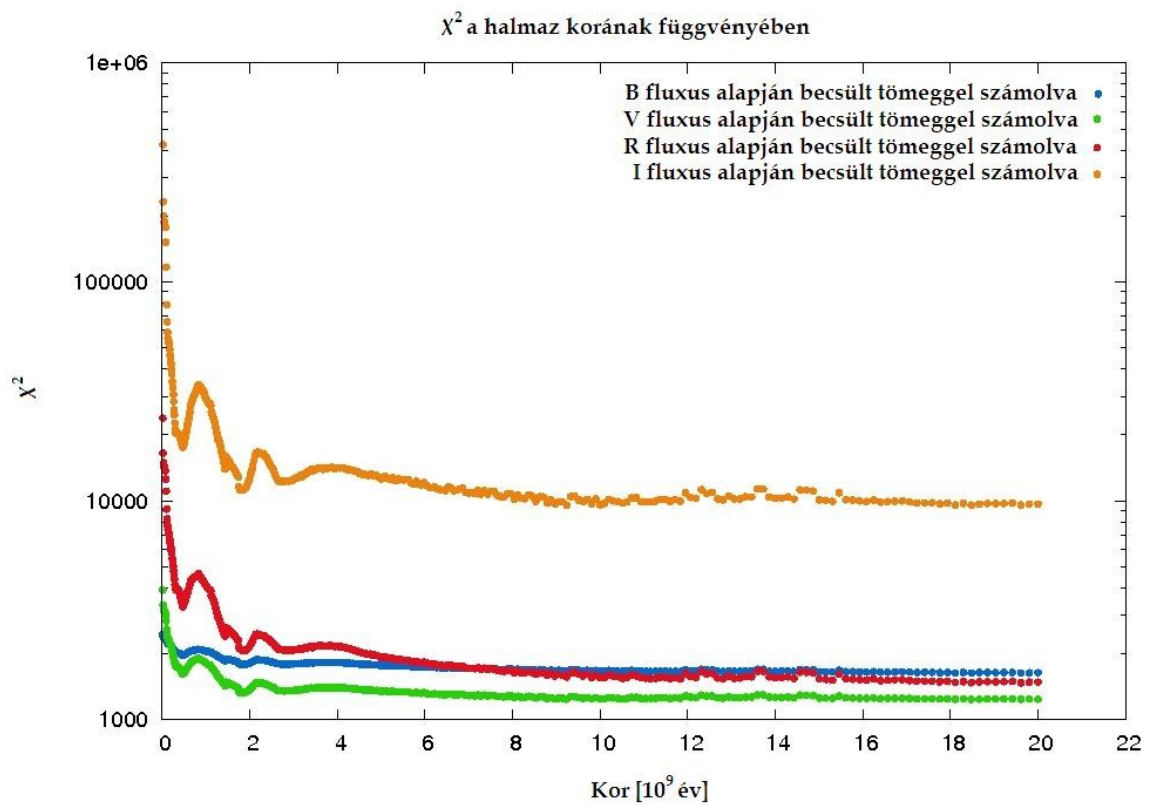
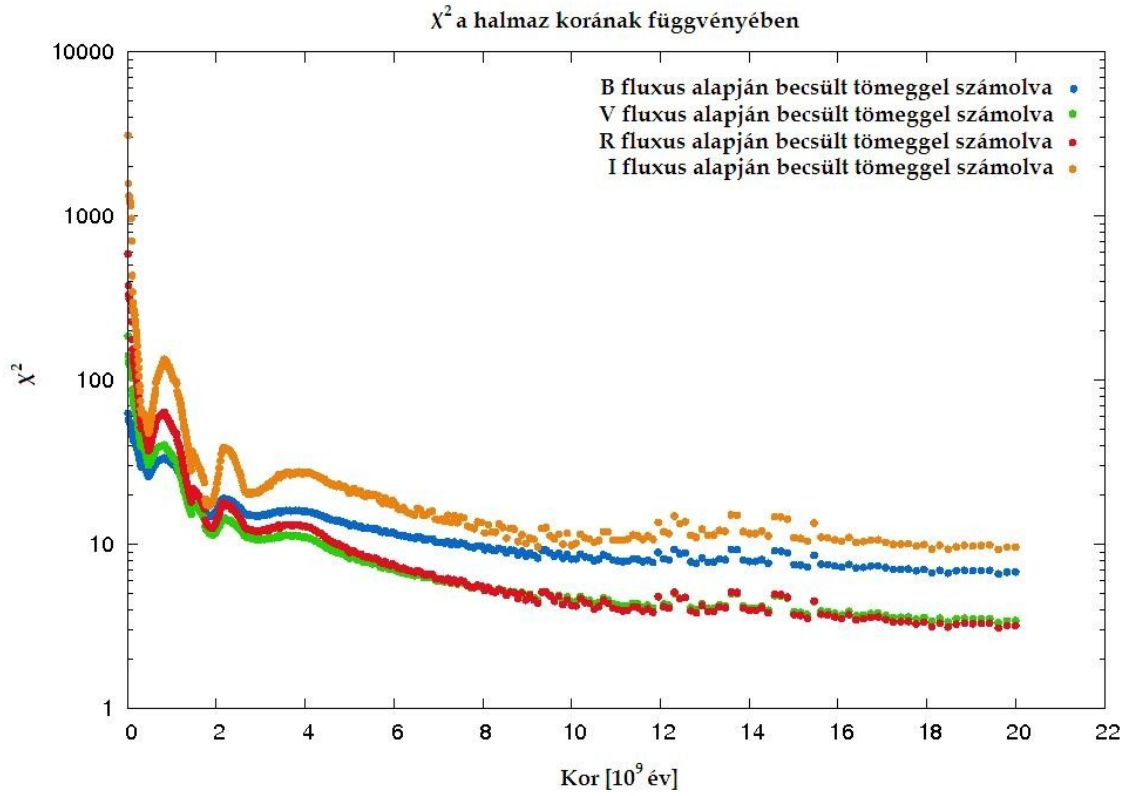


14. ábra: Az NGC6229 halmaz vörösödésre korrigált fluxusának illesztése



15. ábra: A χ^2 érték korfüggése a vörösödésre korrigált mért NGC6229 fluxusokra

Ezen kívül minden esetben ábrázoltam a χ^2 értéket a kor függvényében, így vizuálisan is megerősítve a korbecslést, ezt látjuk a 15. ábrán (mintaként a 14. ábrához tartozó grafikont tüntettem fel). A 14. és 15. ábrán egyaránt feltűnhet, hogy négy függvényt látunk, ami azért van, mert a B, R és I szűrőkben mért fényességgel is megbecsültem a tömeget, mindazonáltal a függelékben csupán a V fluxussal becsült tömegrre vonatkozó értékek szerepelnek. Attól függően, hogy a 8. ábrán a függvény felvesz-e minimumot, vagy aszimptotikusan tart egy minimális értékhez, konkrét korbecslés vagy alsó becslés adható a korra. Jegyezzük meg, hogy természetesen azok az illesztések, amelyek χ^2 értéke tízes (vagy annál is nagyobb) nagyságrendbe esik, nem vehetőek használható illesztésnek, mivel a χ^2 kiszámolásánál a mérések hibájával súlyoztuk azok modelltől való eltérését, tehát azok jelentősen eltérnek a modelltől. A következő oldalon a 15. ábrához hasonló grafikonokkal (16-17. ábra) illusztrálom azon eseteket, ahol csak alsó becslés vagy még az sem adható a korra. Sajnos sok esetben nem adott értékelhető korbecslést az illesztés, viszont megfigyelhető, hogy fémgazdag halmazoknál kaptam nagyságrendileg helyes korokat, melyek jövőbeli vizsgálatok tárgyát képezik.



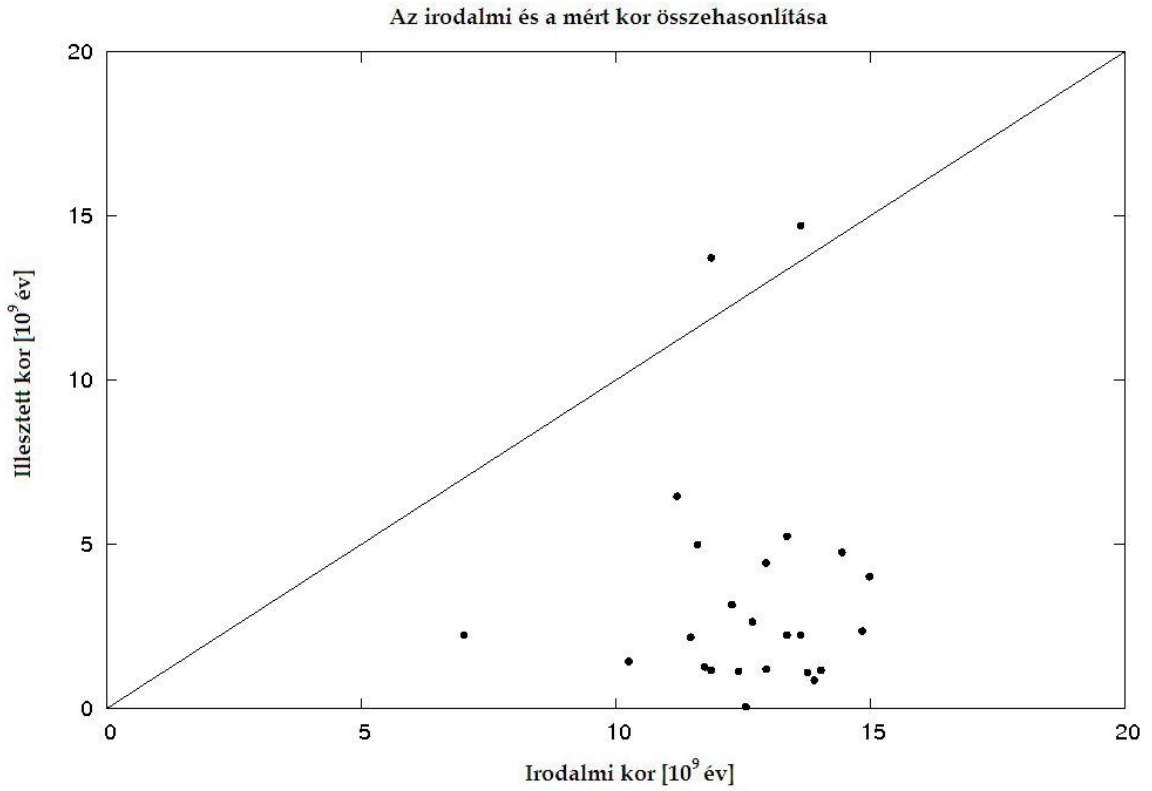
5. Eredmények

A gömbhalmazok mért és a Starburst99 kóddal számolt modellek spektrális energia-eloszlásainak összevetéséből a fentiekben leírt módon az általam megvizsgált 40 gömbhalmazra megadtam egy tömeg- és korbecslést. Ehhez a legkisebb χ^2 -et adó modell paramétereit választottam.

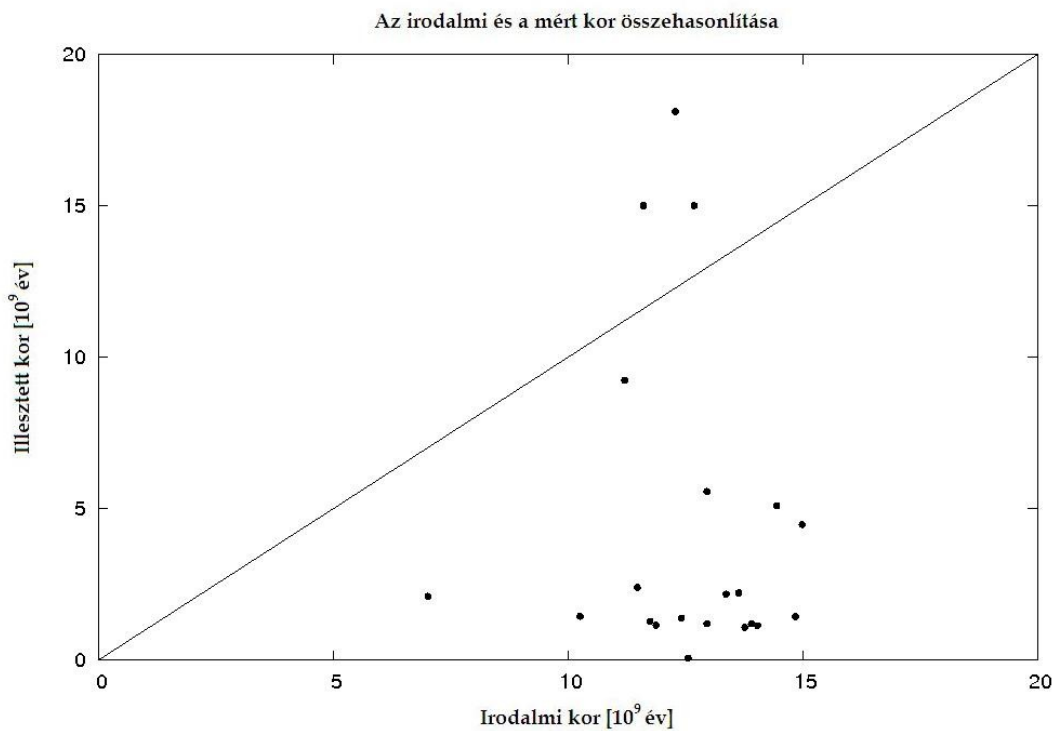
A generált modellek fémességét a bevezetésben tárgyalt módon, a (2) formula alapján átszámoltam $[Fe/H]$ értékekre, és mivel több különböző fémtartalmú modellt generáltam, valamint a vörösödési korrekció nélkül és azzal együtt is elvégeztem az illesztést, így a fémtartalomra is adtam egy gyenge becslést aszerint, hogy melyik esetben kaptam a legkisebb χ^2 -et. A végső eredményeket a 3. és 4. táblázat tartalmazza, előbbi a teljes vörösödési korrekcióval, utóbbi a vörösödési korrekció nélküli illesztéseket mutatja.

Az illesztett paramétereket (a kort és a fémességet) ábrázoltam az irodalmi értékek függvényében (18-21. ábra), valamint az illesztett kort felrajzoltam az irodalmi fémességek függvényében is (22. ábra).

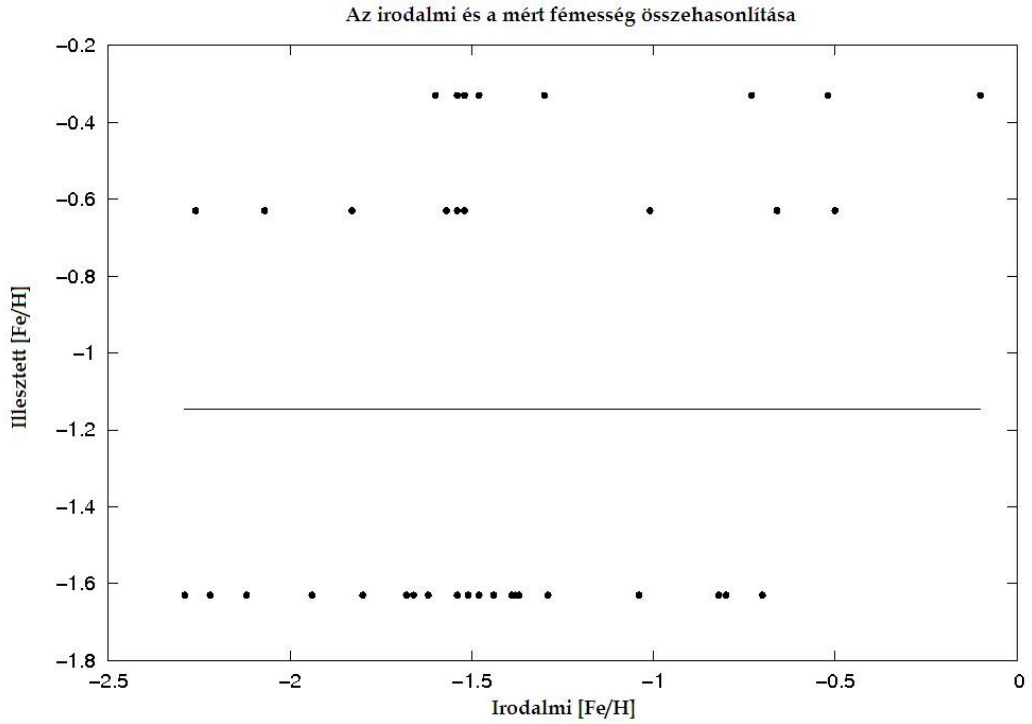
Ez utóbbi grafikon jól mutatja, hogy konklúzióként a következőket állapíthatjuk meg. A fémszegény halmazok esetében az illesztés teljesen rossz korokat ad vissza. A fémgazdagabb halmazok esetében a meghatározott életkorok nagyságrendileg javulnak, de ezek között is nagy szórás tapasztalható, vannak köztük irreálisan fiatalnak mutatkozó halmazok is. Ezt a színindexek nagy fémességnél való szórásával is összefüggésbe lehet hozni. A módszer tökéletesítéséhez valószínűleg jóval precízebben kellene figyelembe venni a vörösödést az itt használt durva közelítésnél.



18. ábra: Az irodalmi és a mért kor összehasonlítása vörösödésre korigálva
 Az illesztett kor átlagértéke 3,537 milliárd év, szórása 3,68 milliárd év volt.

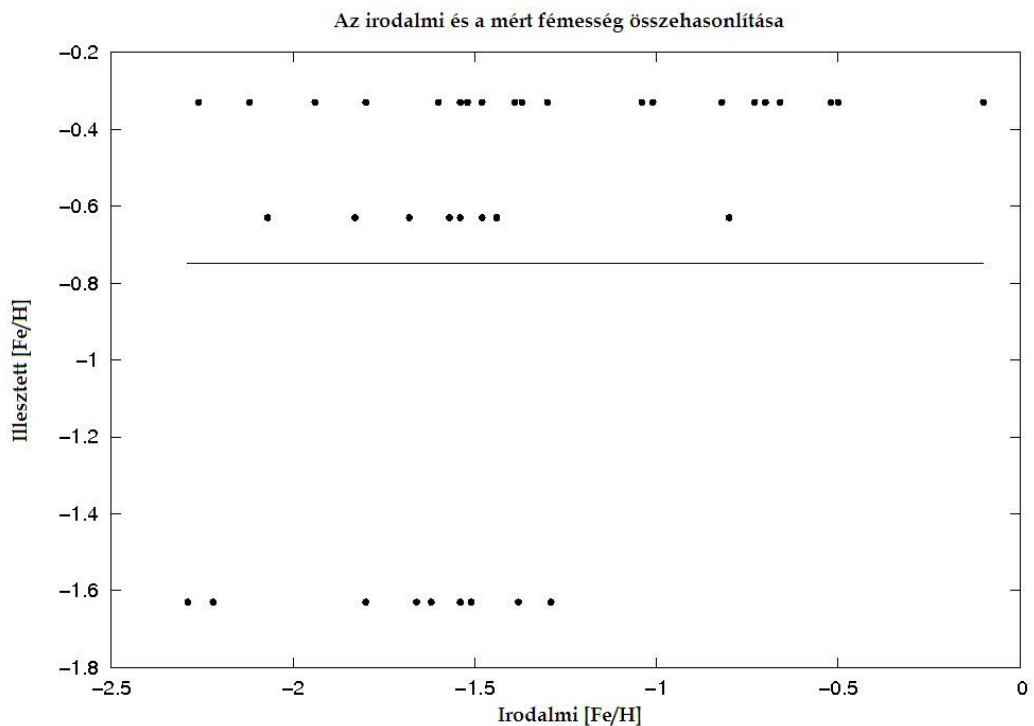


Az illesztett kor átlagértéke 4,421 milliárd év, szórása 5,32 milliárd év volt.



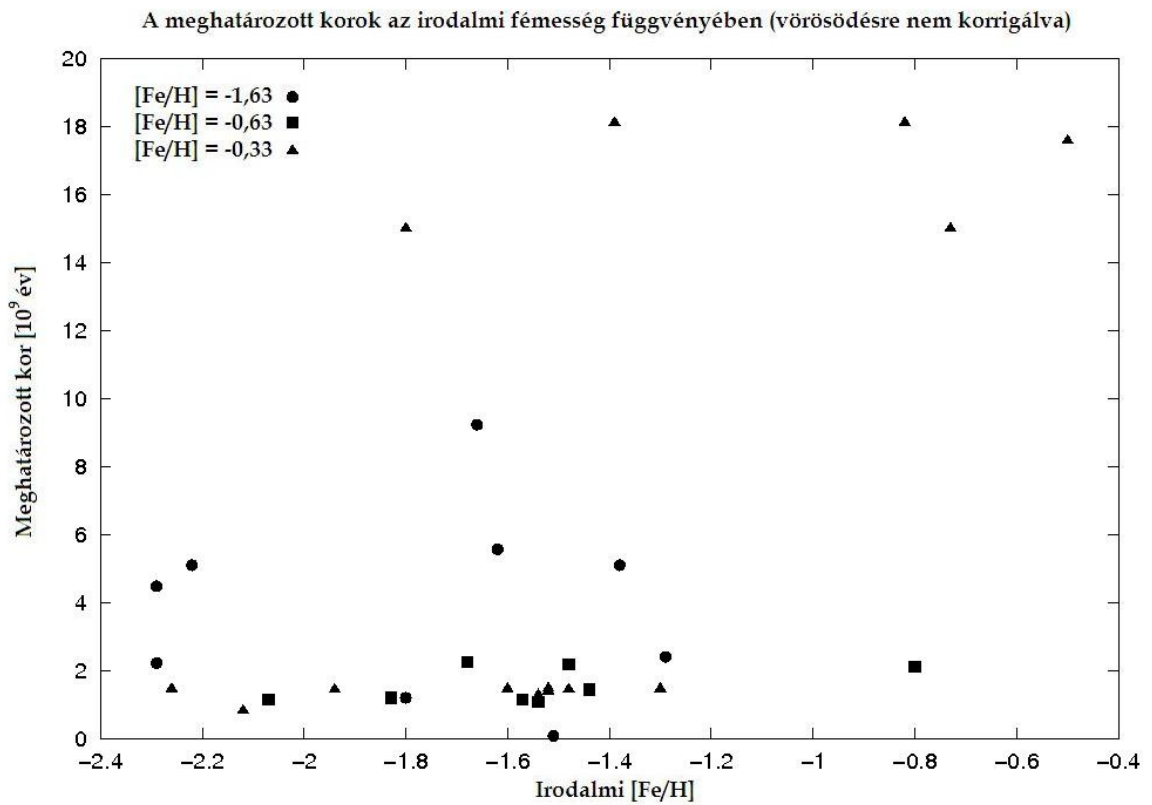
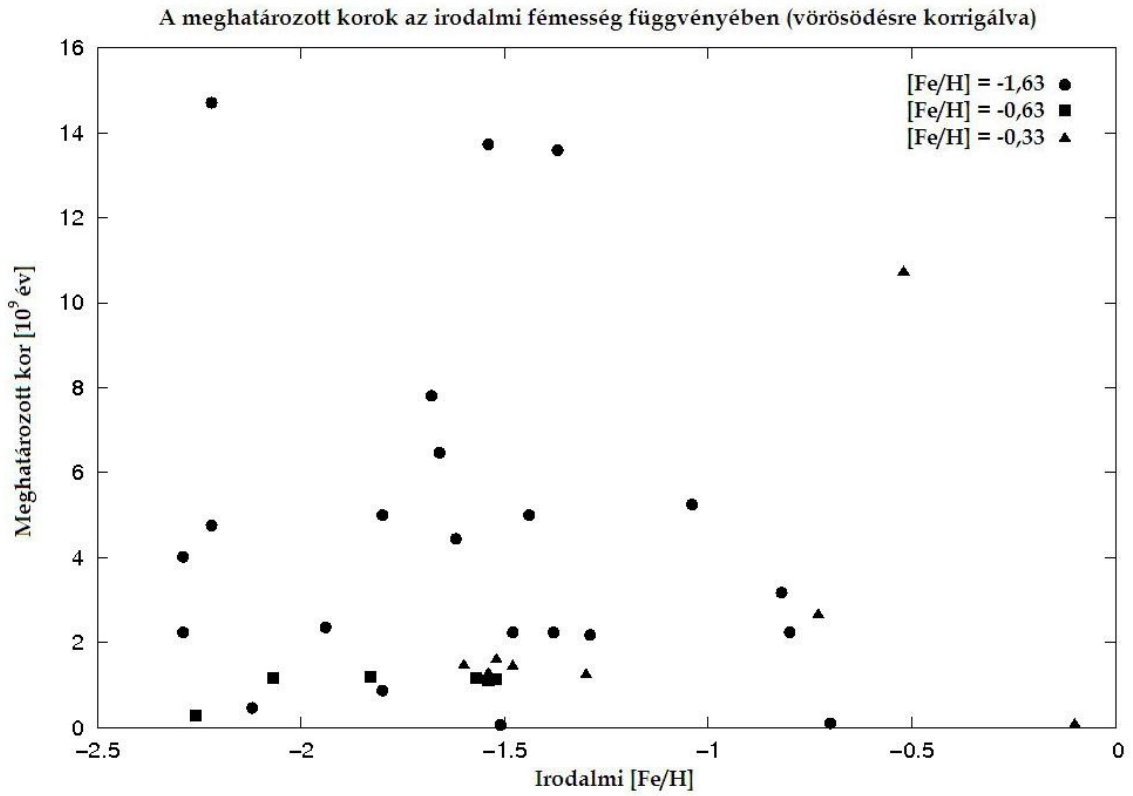
20. ábra: Az irodalmi és az illesztett $[Fe/H]$ értékek összehasonlítása vörösödésre korrigált energia-eloszlásokból

Az illesztett $[Fe/H]$ értékek átlagértéke $-1,145$, szórása $0,58$ volt.



21. ábra: Az irodalmi és az illesztett $[Fe/H]$ értékek összehasonlítása vörösödésre nem korrigált energia-eloszlásokból

Az illesztett $[Fe/H]$ értékek átlagértéke $-0,706$, szórása $0,59$ volt.



Halmaz neve	Tömeg [$10^3 M_{\odot}$]	χ^2	Kor [10^9 év]	Illesztett [Fe/H]	Irodalmi kor [10^9 év]	Irodalmi [Fe/H]
NGC2419	80,94	0,93	0,46	-1,63	-	-2,12
NGC4147	16,65	0,12	1,20	-0,63	12,96	-1,83
NGC5024	241,25	0,10	1,17	-0,63	14,04	-2,07
NGC5053	14,85	0,10	2,24	-1,63	13,635	-2,29
NGC5272	244,57	0,10	1,17	-0,63	11,88	-1,57
NGC5466	54,67	0,02	4,76	-1,63	14,445	-2,22
NGC5897	8,53	5,77	0,87	-1,63	13,905	-1,80
NGC5904	216,33	0,02	2,18	-1,63	11,475	-1,29
NGC6171	105,33	0,02	5,25	-1,63	13,365	-1,04
NGC6205	183,82	0,11	1,10	-0,63	13,77	-1,54
NGC6218	47,07	0,006	2,24	-1,63	13,365	-1,48
NGC6229	231,00	0,06	5,00	-1,63	-	-1,44
NGC6254	58,10	0,08	1,14	-0,63	12,42	-1,52
NGC6341	202,78	0,01	4,02	-1,63	14,985	-2,29
NGC6356	1144,19	0,24	>12,19	-0,63	-	-0,50
NGC6366	17,53	0,01	3,17	-1,63	12,285	-0,82
NGC6402	1452,05	0,30	>12,19	-1,63	-	-1,39
NGC6426	5,64	15,73	0,28	-0,63	-	-2,26
NGC6517	863,72	2,43	13,59	-1,63	-	-1,37
NGC6535	10,02	0,02	5,00	-1,63	11,61	-1,80
NGC6539	701,02	1,91	>12,19	-0,63	-	-0,66
NGC6712	327,05	0,75	>9,24	-0,63	-	-1,01
NGC6749	321,45	7,07	1,46	-0,33	-	-1,60
NGC6760	351,58	0,07	10,72	-0,33	-	-0,52
NGC6779	67,32	0,02	2,36	-1,63	14,85	-1,94
NGC6838	34,99	0,04	2,65	-0,33	12,69	-0,73
NGC6934	276,32	0,75	13,729	-1,63	11,88	-1,54
NGC6981	22,30	0,12	1,27	-0,33	11,745	-1,54
NGC7006	234,32	0,06	7,81	-1,63	-	-1,68
NGC7078	1172,44	1,96	14,714	-1,63	13,635	-2,22
NGC7089	549,85	0,15	4,44	-1,63	12,96	-1,62
NGC7492	2,35	27,64	0,06	-1,63	12,555	-1,51
Palomar 1	0,15	0,21	2,24	-1,63	7,02	-0,80
Palomar 2	70,73	0,19	1,24	-0,33	-	-1,30
Palomar 3	11,94	0,10	6,47	-1,63	11,205	-1,66
Palomar 4	10,80	0,09	1,44	-0,33	10,26	-1,48
Palomar 5	3,25	1,52	2,24	-1,63	-	-1,38
Palomar 7	92,11	1,37	0,10	-1,63	-	-0,70
Palomar 10	16,16	0,04	0,07	-0,33	-	-0,10
Palomar 14	59,73	0,01	1,60	-0,33	-	-1,52

3. táblázat: A legjobb χ^2 -illesztés eredménye Schlegel-féle vörösödési korrekcióval

Halmaz neve	Tömeg [$10^3 M_{\odot}$]	χ^2	Kor [10^9 év]	Illesztett [Fe/H]	Irodalmi kor [10^9 év]	Irodalmi [Fe/H]
NGC2419	133,15	1,28	0,82	-0,33	-	-2,12
NGC4147	15,43	1,35	1,20	-0,63	12,96	-1,83
NGC5024	226,22	1,23	1,14	-0,63	14,04	-2,07
NGC5053	14,05	1,38	2,22	-1,63	13,635	-2,29
NGC5272	234,70	1,33	1,15	-0,63	11,88	-1,57
NGC5466	54,93	0,004	5,10	-1,63	14,445	-2,22
NGC5897	6,26	5,55	1,20	-1,63	13,905	-1,80
NGC5904	209,56	0,13	2,40	-1,63	11,475	-1,29
NGC6171	109,86	1,15	>12,19	-0,33	13,365	-1,04
NGC6205	172,37	1,57	1,08	-0,63	13,77	-1,54
NGC6218	33,82	0,33	2,18	-0,63	13,365	-1,48
NGC6229	79,51	0,69	1,44	-0,63	-	-1,44
NGC6254	22,96	0,43	1,39	-0,33	12,42	-1,52
NGC6341	203,06	0,09	4,48	-1,63	14,985	-2,29
NGC6356	501,06	3,55	17,59	-0,33	-	-0,50
NGC6366	11,84	10,37	18,12	-0,33	12,285	-0,82
NGC6402	499,66	3,31	18,12	-0,33	-	-1,39
NGC6426	5,42	15,88	1,46	-0,33	-	-2,26
NGC6517	39,75	39,71	>7,07	-0,33	-	-1,37
NGC6535	10,84	1,02	15,01	-0,33	11,61	-1,80
NGC6539	29,34	169,63	>9,24	-0,33	-	-0,66
NGC6712	111,07	5,81	>9,24	-0,33	-	-1,01
NGC6749	1,50	11,00	1,46	-0,33	-	-1,60
NGC6760	77,89	17,55	>12,19	-0,33	-	-0,52
NGC6779	20,35	0,89	1,44	-0,33	14,85	-1,94
NGC6838	54,00	2,00	15,01	-0,33	12,69	-0,73
NGC6934	250,41	0,66	>13,07	-1,63	11,88	-1,54
NGC6981	18,80	0,19	1,28	-0,33	11,745	-1,54
NGC7006	82,16	0,07	2,26	-0,63	-	-1,68
NGC7078	994,49	1,73	>13,07	-1,63	13,635	-2,22
NGC7089	573,11	0,08	5,57	-1,63	12,96	-1,62
NGC7492	2,28	28,42	0,07	-1,63	12,555	-1,51
Palomar 1	0,10	1,15	2,11	-0,63	7,02	-0,80
Palomar 2	2,06	1231,98	1,46	-0,33	-	-1,30
Palomar 3	13,89	0,84	9,24	-1,63	11,205	-1,66
Palomar 4	8,75	0,80	1,45	-0,33	10,26	-1,48
Palomar 5	5,52	8,39	5,10	-1,63	-	-1,38
Palomar 7	6,40	554,78	>1,46	-0,33	-	-0,70
Palomar 10	2,30	1777,23	>9,24	-0,33	-	-0,10
Palomar 14	44,87	0,18	1,47	-0,33	-	-1,52

4. táblázat: A legjobb χ^2 -illesztés eredménye Schlegel-féle vörösödési korrekció nélkül

6. Jövőbeli tervek

Mivel az eredeti célkitűzést, a gömbhalmazok életkorának megbízható becslését nem sikerült elérnem, a jövőben szeretném az itt elkezdett munkát tovább folytatni, a hibaforrásokat csökkenteni.

Először a fémesség és a becsült korok – illetve azok χ^2 értékei – közti összefüggést vizsgálom meg azt keresve, hogy milyen körülmények okozhatják a fémgazdagabb gömbhalmazok jobb korbecslését.

A vörösödés pontos korrekciójához meg kell becsülni a köztünk és a gömbhalmaz között lévő anyag mennyiségét. Ennek lehetőségeit fogom kutatni a pontos kalibrációhoz.

A modellillesztés eljárását is szeretném pontosítani, méghozzá úgy, hogy nem pusztán a színszűrő maximális áteresztésének hullámhosszán vett modellfluxussal számolok, hanem a szűrő áteresztési függvényével súlyozom a szűrő hullámhossztartományán belüli fluxusokat, melyeket utána összegzek. Ettől azért várok jelentős javulást, mert például a B szűrő áteresztési maximuma éppen a hidrogén H_γ vonalára esik. Tulajdonképpen a modellspektrumok fluxusait is a megfelelő színszűrőkön kellene „átengedni”.

A modellspektrumokat illetően a Starburst99 program több beállítását is tesztelni fogom, így más evolúciós útvonalakkal is számoltatok modelleket, és a fémesség paraméterének tartományát is tágítani szeretném.

Amennyiben az eljárást sikerül használhatóvá tenni, úgy még több halmaz megméréseivel szeretném alátámasztani annak hitelességét akár Pizskéstetőn, akár külföldi obszervatóriumokban. Mindemellett a gömbhalmazok korának saját méréseimből való, de más módszeren alapuló becslését is tervezem, például izokrón-illesztéssel.

A módszer tökéletesítése után pedig az eredeti célt kellene elérni, miszerint extragalaktikus gömbhalmazok korát szeretném megadni pusztán fotometriai mérések alapján. Ehhez a használt hullámhossztartomány kiszélesítésére is szükség lehet.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani Dr. Szatmáry Károlynak a tanulmányaim során nyújtott segítségéért. Köszönöm témavezetőmnek, Dr. Vinkó Józsefnek a sok segítséget, útmutatását, a rendszeres találkozókat, melyek folyamányaként e dolgozat létrejöhetett.

Hálás vagyok a Kísérleti Fizika Tanszéknek, és tanszékvezetőjének Dr. Szatmári Sándornak a rendelkezésemre bocsátott eszközökkel való mérések lehetőségéért, továbbá a Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutató Intézet Piszkéstetői Obszervatóriumának és személyzetének vendéglátásukért illetve a lehetőségért, hogy használhattam Magyarország egyik legjobb távcsövét.

Megköszönném Csák Baláznak és Dr. Székely Péternek a tanulmányi éveim alatt számos alkalommal nyújtott önzetlen és tetemes segítségüket, melyre mérési és kiértékelési tudásom java része épül, s melyek nélkül szintén nem készülhetett volna el dolgozatom.

Szeretném szüleimnek is megköszönni, hogy támogattak az egyetemi éveim alatt, valamint feleségemnek, aki rengeteg türelemmel nélkülözött, mialatt tanulmányaimat végeztem, és mégis mindvégig nyugodt környezetet biztosított a tanuláshoz.

Felhasznált irodalom

- [1]: **Marik Miklós:** Csillagászat; *Akadémiai kiadó, Budapest, 1989*
- [2]: **Cserepes László, Petrovay Kristóf:** Kozmikus fizika; 2002, 2. kiadás
- [3]: **B. W. Carroll, D. A. Ostlie:** An introduction to modern astrophysics; 2007, 2. kiadás
- [4]: **C. M. Roger, I. P. Fournón, F. Sánchez:** Globular clusters; *Cambridge University Press, 1999*
- [5]: **J. Binney, M. Merrifield:** Galactic astronomy; *Princeton University Press, 1998*
- [6]: **R. Zinn:** The globular cluster system of the galaxy. IV. The halo and disk subsystems; 1985, *ApJ*, 293, 424
- [7]: **A. Landolt:** UBVRI photometric standard stars in the magnitude range 11.5-16.0 around the celestial equator; 1992, *AJ*, 104, 340L
- [8]: **A. Landolt:** UBVRI photometric standard stars around the celestial equator: updates and additions; 2009, *AJ*, 137, 4186L
- [9]: **M. S. Bessel et al.:** Model atmospheres broad-band colors, bolometric corrections and temperature calibration; 1998, *A&A*, 333, 231
- [10]: **W. E. Harris:** A catalog of parameters for globular clusters in the Milky Way; 1996, *AJ*, 112, 1487H
- [11]: **Gáspár András:** Az NGC2126 nyílthalmaz fotometriai vizsgálata; 2002, *TDK-dolgozat, Szeged*
- [12]: **Takáts Katalin:** Az extragalaktikus távolságlétra; 2008, *Szakedolgozat, Szeged*
- [13]: **D. J. Schlegel et al.:** Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds; 1998, *ApJ*, 500, 525S
- [14]: **E. Carretta et al.:** Properties of stellar generations in Globular Clusters and relations with global parameters; 2010, *A&A*, 516A, 55C
- [15]: **R. Monella:** Galactic globular clusters; 1985, *Vizier Catalog VII/103*
- [16]: **E. E. Salpeter:** The luminosity function and stellar evolution; 1955, *ApJ*, 121, 161S
- [17]: **C. Leitherer et al.:** Starburst99, Synthesis models for galaxies with active star formation; 1999, *ApJ*, 123, 3
- [18]: **G. A. Vásquez, C. Leitherer:** Optimization of Starburst99 for intermediate age and old stellar population; 2005, *ApJ*, 621, 695
- [19]: **J. Vinkó et al.:** The young, massive, star cluster Sandage-96 after the explosion of SN2004dj in NGC2403; 2009, *ApJ*, 695, 619
- [20]: **E. Caffau et al.:** The photospheric solar oxygen project: I. Abundance analysis of atomic lines and influence of atmospheric models; 2008, *A&A*, 488, 1031C
- [21]: **S. Kaviraj et al.:** Better age estimation using ultraviolet-optical colours: breaking the age-metallicity degeneracy; 2007, *MNRAS*, 381L, 74K

Függelék

A. Mérések helye, ideje, mért objektumok listája

Dátum	Mért gömbhalmazok listája	Sztenderd mező száma	Korrekciós képek	
2008. március 31.	NGC5466, NGC6535, NGC6838	SA 107	bias, dark, flat	Szeged
2008. április 13.	-	SA 107	bias, dark	
2008. május 7.	-	SA 107	bias, dark	
2008. május 10.	-	SA 107	bias, dark	
2008. május 15.	NGC6517	SA 107	bias, dark, flat	
2008. május 27.	NGC6760	SA 107	bias, dark, flat	
2011. február 25.	NGC5024, NGC5904, NGC6205, NGC6218, NGC6229, NGC6254	SA 101	bias, dark, flat	Piszkéstető
2011. február 26.	NGC4147, NGC5053, NGC5272, NGC6341, NGC6779	SA 101	bias, dark	
2011. február 27.	Palomar 1, Palomar 2, Palomar 3	SA 101	bias, dark, flat	
2011. március 1.	Palomar 4, Palomar 5, Palomar 7, Palomar 10, Palomar 14	SA 101	bias, dark, flat	
2011. május 5.	NGC2419, NGC4147, NGC5897, NGC6171, NGC6229, NGC6402, NGC6426, NGC7006	SA 107	bias, dark, flat	Szeged
2011. május 6.	NGC6356, NGC6366, NGC6539, NGC6712, NGC6934, NGC7078	SA 107	bias, dark, flat	
2011. augusztus 5.	NGC6749, NGC6981, NGC7089, NGC7492	SA 113	bias, dark, flat	

B. A gömbhalmazok méretei

Gömbhalmaz neve	Mérés helye	Választott sugár [pixel]	Választott szög méret	Irodalmi szögátmérő*
NGC2419	Szeged	60	2'39"	6'12"
NGC4147	Piszkéstető	100	3'26"	4'06"
NGC5024	Piszkéstető	300	10'19"	14'24"
NGC5053	Piszkéstető	200	6'53"	8'54"
NGC5272	Piszkéstető	400	13'45"	18'36"
NGC5466	Szeged	140	6'10"	9'12"
NGC5897	Szeged	170	7'30"	8'42"
NGC5904	Piszkéstető	400	13'45"	19'54"
NGC6171	Szeged	170	7'30"	3'18"
NGC6205	Piszkéstető	400	13'45"	23'12"
NGC6218	Piszkéstető	250	8'36"	12'12"
NGC6229	Piszkéstető	100	3'26"	3'48"
NGC6254	Piszkéstető	250	8'36"	12'12"
NGC6341	Piszkéstető	300	10'19"	12'12"
NGC6356	Szeged	100	4'25"	3'30"
NGC6366	Szeged	140	6'10"	5'48"
NGC6402	Szeged	215	9'29"	6'42"
NGC6426	Szeged	70	3'05"	2'12"
NGC6517	Szeged	75	3'18"	1'00"
NGC6535	Szeged	50	2'12"	1'18"
NGC6539	Szeged	90	3'58"	3'30"
NGC6712	Szeged	90	3'58"	4'18"
NGC6749	Szeged	90	3'58"	6'18"
NGC6760	Szeged	100	4'25"	2'24"
NGC6779	Piszkéstető	150	5'09"	5'00"
NGC6838	Szeged	120	5'18"	6'06"
NGC6934	Szeged	60	2'39"	6'12"
NGC6981	Szeged	90	3'58"	5'06"
NGC7006	Szeged	60	2'39"	2'12"
NGC7078	Szeged	150	6'37"	12'18"
NGC7089	Szeged	150	6'37"	11'42"
NGC7492	Szeged	75	3'18"	4'18"
Palomar 1	Piszkéstető	35	1'12"	1'18"
Palomar 2	Piszkéstető	70	2'24"	1'42"
Palomar 3	Piszkéstető	35	1'12"	2'12"
Palomar 4	Piszkéstető	50	1'43"	2'30"
Palomar 5	Piszkéstető	150	5'09"	10'18"
Palomar 7	Piszkéstető	250	8'36"	6'00"
Palomar 10	Piszkéstető	100	3'26"	3'06"
Palomar 14	Piszkéstető	120	4'08"	8'24"

* Az irodalomjegyzék [15] hivatkozásában található ezek az apertúrák.

C. Távcso-konstansok és zéruspontok a különböző éjszakákon

2008. március 31. (Szeged)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,1094 \pm 0,2016$		$z_V=-6,2640 \pm 0,0075$	
$\mu_{BV}=1,2145 \pm 0,2283$		$z_{BV}=-1,4852 \pm 0,0155$	
$\mu_{VR}=1,1496 \pm 0,1849$		$z_{VR}=-0,6065 \pm 0,0055$	
$\mu_{VI}=1,0398 \pm 0,0818$		$z_{VI}=0,1915 \pm 0,0053$	

2008. május 15. (Szeged)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,1094 \pm 0,2016$		$z_V=-6,3190 \pm 0,0180$	
$\mu_{BV}=1,2145 \pm 0,2283$		$z_{BV}=-1,5013 \pm 0,0217$	
$\mu_{VR}=1,1496 \pm 0,1849$		$z_{VR}=-0,6415 \pm 0,0085$	
$\mu_{VI}=1,0398 \pm 0,0818$		$z_{VI}=0,2156 \pm 0,0077$	

2008. május 27. (Szeged)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,1094 \pm 0,2016$		$z_V=-6,2277 \pm 0,0134$	
$\mu_{BV}=1,2145 \pm 0,2283$		$z_{BV}=-1,2826 \pm 0,0441$	
$\mu_{VR}=1,1496 \pm 0,1849$		$z_{VR}=-0,5810 \pm 0,0349$	
$\mu_{VI}=1,0398 \pm 0,0818$		$z_{VI}=0,3237 \pm 0,0204$	

2011. február 25. (Piszkéstető)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,0064 \pm 0,0245$		$z_V=-4,1509 \pm 0,0063$	
$\mu_{BV}=1,2100 \pm 0,0372$		$z_{BV}=-0,6821 \pm 0,0077$	
$\mu_{VR}=0,9678 \pm 0,0355$		$z_{VR}=-0,2514 \pm 0,0071$	
$\mu_{VI}=0,9515 \pm 0,0115$		$z_{VI}=0,3119 \pm 0,0043$	

2011. február 26. (Piszkéstető)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,0064 \pm 0,0245$		$z_V=-3,7378 \pm 0,0035$	
$\mu_{BV}=1,2100 \pm 0,0372$		$z_{BV}=-0,5781 \pm 0,0067$	
$\mu_{VR}=0,9678 \pm 0,0355$		$z_{VR}=-0,1869 \pm 0,0059$	
$\mu_{VI}=0,9515 \pm 0,0115$		$z_{VI}=0,4314 \pm 0,0035$	

2011. február 27. (Piszkéstető)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,0064 \pm 0,0245$		$z_V=-3,8791 \pm 0,0047$	
$\mu_{BV}=1,2100 \pm 0,0372$		$z_{BV}=-0,5763 \pm 0,0059$	
$\mu_{VR}=0,9678 \pm 0,0355$		$z_{VR}=-0,2143 \pm 0,0053$	
$\mu_{VI}=0,9515 \pm 0,0115$		$z_{VI}=0,3904 \pm 0,0033$	

2011. március 1. (Piszkéstető)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,0064 \pm 0,0245$		$z_V=-3,7399 \pm 0,0038$	
$\mu_{BV}=1,2100 \pm 0,0372$		$z_{BV}=-0,6197 \pm 0,0067$	
$\mu_{VR}=0,9678 \pm 0,0355$		$z_{VR}=-0,2126 \pm 0,0030$	
$\mu_{VI}=0,9515 \pm 0,0115$		$z_{VI}=0,4042 \pm 0,0033$	

2011. május 5. (Szeged)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,1061 \pm 0,1067$		$z_V=-6,7768 \pm 0,0133$	
$\mu_{BV}=1,3731 \pm 0,1337$		$z_{BV}=-1,4895 \pm 0,0190$	
$\mu_{VR}=1,0006 \pm 0,0792$		$z_{VR}=-0,6913 \pm 0,0084$	
$\mu_{VI}=0,9892 \pm 0,0384$		$z_{VI}=-0,0573 \pm 0,0069$	

2011. május 6. (Szeged)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,1061 \pm 0,1067$		$z_V=-6,7368 \pm 0,0123$	
$\mu_{BV}=1,3731 \pm 0,1337$		$z_{BV}=-1,4418 \pm 0,0157$	
$\mu_{VR}=1,0006 \pm 0,0792$		$z_{VR}=-0,7261 \pm 0,0074$	
$\mu_{VI}=0,9892 \pm 0,0384$		$z_{VI}=-0,0714 \pm 0,0063$	

2011. augusztus 5. (Szeged)			
Távcso-konstans	Hibája	Zéruspont	Hibája
$\varepsilon_V=0,3142 \pm 0,2508$		$z_V=-7,0228 \pm 0,1610$	
$\mu_{BV}=0,9227 \pm 0,2145$		$z_{BV}=-0,8082 \pm 0,3263$	
$\mu_{VR}=1,5794 \pm 0,4831$		$z_{VR}=-1,3319 \pm 0,5124$	
$\mu_{VI}=1,4568 \pm 0,1783$		$z_{VI}=-0,2510 \pm 0,1178$	

D. A gömbhalmazok felhasznált paramétere

D.1. Irodalmi fényességek, színindexek és vörösödések

Halmaz neve	V fényesség [magnitúdó]	B-V színindex [magnitúdó]	V-R színindex [magnitúdó]	V-I színindex [magnitúdó]	Vörösödés [magnitúdó]			
					B	V	R	I
NGC2419	10,39	0,66	-	1,05	0,264	0,198	0,161	0,120
NGC4147	10,32	0,59	0,42	0,79	0,111	0,083	0,068	0,050
NGC5024	7,61	0,64	0,45	0,86	0,090	0,067	0,055	0,041
NGC5053	9,47	0,65	-	0,90	0,075	0,056	0,046	0,034
NGC5272	6,19	0,69	-	0,93	0,056	0,042	0,034	0,025
NGC5466	9,04	0,67	-	0,82	0,074	0,055	0,045	0,034
NGC5897	8,53	0,74	0,50	1,04	0,603	0,452	0,367	0,273
NGC5904	5,65	0,72	0,45	0,95	0,157	0,118	0,096	0,071
NGC6171	7,93	1,10	0,72	1,45	1,988	1,489	1,210	0,902
NGC6205	5,78	0,68	-	0,86	0,071	0,053	0,043	0,032
NGC6218	6,70	0,83	0,56	1,14	0,758	0,567	0,461	0,344
NGC6229	9,39	0,70	-	1,01	0,099	0,074	0,060	0,045
NGC6254	6,60	0,90	0,53	1,21	1,253	0,939	0,763	0,568
NGC6341	6,44	0,63	-	0,88	0,098	0,074	0,060	0,045
NGC6356	8,25	1,13	0,69	1,45	1,335	1,000	0,813	0,606
NGC6366	9,20	1,44	-	-	3,247	2,432	1,977	1,473
NGC6402	7,59	1,25	0,81	1,64	2,086	1,563	1,270	0,946
NGC6426	11,01	1,02	-	1,28	1,515	1,135	0,923	0,687
NGC6517	10,23	1,75	-	2,31	5,253	3,935	3,199	2,383
NGC6535	10,47	0,94	-	-	1,783	1,336	1,086	0,809
NGC6539	9,33	1,83	-	2,23	4,737	3,549	2,885	2,149
NGC6712	8,10	1,17	0,72	1,57	1,703	1,276	1,037	0,772
NGC6749	12,44	2,14	-	-	7,778	5,827	4,737	3,529
NGC6760	8,88	1,66	1,01	2,12	2,814	2,108	1,714	1,277
NGC6779	8,27	0,86	-	1,16	1,083	0,811	0,659	0,491
NGC6838	8,19	1,09	0,63	1,36	1,412	1,058	0,860	0,640
NGC6934	8,83	0,77	0,49	0,99	0,453	0,339	0,276	0,205
NGC6981	9,27	0,72	0,45	0,94	0,246	0,184	0,150	0,111
NGC7006	10,56	0,75	-	0,98	0,348	0,261	0,212	0,158
NGC7078	6,20	0,68	-	0,85	0,473	0,354	0,288	0,214
NGC7089	6,47	0,66	0,46	0,92	0,192	0,144	0,117	0,087
NGC7492	11,29	0,42	-	-	0,156	0,117	0,095	0,071
Palomar 1	13,52	0,96	-	-	0,855	0,641	0,521	0,388
Palomar 2	13,04	2,08	-	2,65	5,190	3,888	3,161	2,354
Palomar 3	14,26	-	-	-	0,186	0,139	0,113	0,084
Palomar 4	14,20	-	-	-	0,100	0,075	0,061	0,045
Palomar 5	11,75	-	-	-	0,240	0,179	0,146	0,109
Palomar 7	10,34	1,76	-	-	6,094	4,566	3,712	2,765
Palomar 10	13,22	-	-	-	8,920	6,682	5,433	4,047
Palomar 14	14,74	-	-	-	0,148	0,111	0,090	0,067

D.2. Gömbhalmazok vörösödésre korrigálatlan mért fényességei és hibái

Gömbhalmaz neve	B fényesség [magnitúdó]	V fényesség [magnitúdó]	R fényesség [magnitúdó]	I fényesség [magnitúdó]
NGC2419	11,2533 ± 0,0753	10,8382 ± 0,0753	10,2257 ± 0,0670	9,76085 ± 0,0629
NGC4147	10,8596 ± 0,0378	10,3055 ± 0,0248	9,90048 ± 0,0359	9,51404 ± 0,0120
NGC5024	7,8592 ± 0,0380	7,33289 ± 0,0253	6,94947 ± 0,0361	6,56824 ± 0,0122
NGC5053	10,9287 ± 0,0380	10,3317 ± 0,0249	9,89569 ± 0,0359	9,52356 ± 0,0125
NGC5272	6,50738 ± 0,0379	5,96897 ± 0,0253	5,59733 ± 0,0361	5,20374 ± 0,0122
NGC5466	10,3478 ± 0,2324	9,66287 ± 0,2023	9,25078 ± 0,1851	8,79965 ± 0,0823
NGC5897	10,5533 ± 0,0776	10,1726 ± 0,0776	9,26388 ± 0,0689	9,46814 ± 0,0647
NGC5904	6,3213 ± 0,0379	5,73331 ± 0,0253	5,32018 ± 0,0361	4,88073 ± 0,0122
NGC6171	9,55183 ± 0,0711	8,36509 ± 0,0711	7,68254 ± 0,0638	6,9148 ± 0,0595
NGC6205	5,99705 ± 0,0379	5,49047 ± 0,0253	5,13877 ± 0,0361	4,75571 ± 0,0122
NGC6218	7,6653 ± 0,0380	6,90281 ± 0,0253	6,39793 ± 0,0361	5,85671 ± 0,0122
NGC6229	10,0693 ± 0,0378	9,38748 ± 0,0247	8,90972 ± 0,0359	8,45295 ± 0,0120
NGC6254	7,40138 ± 0,0380	6,59122 ± 0,0253	6,06202 ± 0,0361	5,48559 ± 0,0122
NGC6341	7,20598 ± 0,0378	6,57704 ± 0,0247	6,15309 ± 0,0359	5,69849 ± 0,0120
NGC6356	9,92079 ± 0,0705	8,49 ± 0,0705	7,86224 ± 0,0634	7,02313 ± 0,0590
NGC6366	11,0033 ± 0,0736	9,56844 ± 0,0736	8,68552 ± 0,0657	7,71083 ± 0,0615
NGC6402	8,79894 ± 0,0710	7,42135 ± 0,0710	6,76481 ± 0,0638	5,88796 ± 0,0594
NGC6426	11,6464 ± 0,0805	11,4771 ± 0,0805	10,2352 ± 0,0709	9,56982 ± 0,0670
NGC6517	12,834 ± 0,2358	10,5255 ± 0,2026	9,56784 ± 0,1850	8,31562 ± 0,0821
NGC6535	12,0895 ± 0,2310	10,8847 ± 0,2019	10,2519 ± 0,1849	9,45379 ± 0,0820
NGC6539	12,6609 ± 0,0802	10,2373 ± 0,0802	9,18732 ± 0,0706	7,87425 ± 0,0667
NGC6712	9,95299 ± 0,0705	8,43433 ± 0,0705	7,79356 ± 0,0633	6,96943 ± 0,0590
NGC6749	11,6556 ± 0,1873	10,8085 ± 0,1873	9,07573 ± 0,2827	6,85831 ± 0,1727
NGC6760	10,9152 ± 0,2329	9,0584 ± 0,2021	8,19323 ± 0,1881	7,02531 ± 0,0843
NGC6779	9,27351 ± 0,0378	8,41879 ± 0,0247	7,85509 ± 0,0359	7,27037 ± 0,0120
NGC6838	9,14688 ± 0,2290	7,87775 ± 0,2017	7,25069 ± 0,1849	6,37404 ± 0,0819
NGC6934	9,92161 ± 0,0704	8,97828 ± 0,0704	8,59667 ± 0,0633	8,05349 ± 0,0589
NGC6981	10,4336 ± 0,1848	9,68783 ± 0,1848	9,07269 ± 0,2816	8,38048 ± 0,1709
NGC7006	11,459 ± 0,0712	10,6582 ± 0,0712	10,1277 ± 0,0639	9,61838 ± 0,0596
NGC7078	7,62807 ± 0,0703	6,61471 ± 0,0703	6,27412 ± 0,0633	5,73741 ± 0,0589
NGC7089	7,09126 ± 0,1845	6,37751 ± 0,1845	6,07587 ± 0,2815	5,5289 ± 0,1707
NGC7492	12,0829 ± 0,1891	11,1407 ± 0,1891	11,1852 ± 0,2837	11,6785 ± 0,1740
Palomar 1	15,624 ± 0,0430	14,792 ± 0,0281	14,2554 ± 0,0369	13,7711 ± 0,0169
Palomar 2	15,2179 ± 0,0487	13,1799 ± 0,0264	11,8929 ± 0,0359	10,532 ± 0,0121
Palomar 3	16,0617 ± 0,0491	15,3157 ± 0,0329	14,798 ± 0,0389	14,3477 ± 0,0238
Palomar 4	15,1481 ± 0,0440	14,1947 ± 0,0277	13,6108 ± 0,0365	13,0289 ± 0,0175
Palomar 5	13,5657 ± 0,0446	12,8273 ± 0,0310	12,4221 ± 0,0383	12,1153 ± 0,0314
Palomar 7	11,0174 ± 0,0385	9,64383 ± 0,0250	8,6464 ± 0,0356	7,29422 ± 0,0119
Palomar10	14,6668 ± 0,0480	12,3826 ± 0,0260	11,0335 ± 0,0356	9,4382 ± 0,0120
Palomar14	13,0057 ± 0,0393	12,2291 ± 0,0258	11,7629 ± 0,0359	11,1274 ± 0,0130

D.3. A gömbhalmazok további irodalmi adatai

Halmaz neve	Irodalmi kor* [10 ⁹ év]	[Fe/H]	Galaktikus hosszúság [°]	Galaktikus szélesség [°]	Naptól vett távolság [kpc]
NGC2419	-	-2,12	180,37	25,24	82,3
NGC4147	12,96	-1,83	252,85	77,19	18,8
NGC5024	14,04	-2,07	332,96	79,76	18,4
NGC5053	13,635	-2,29	335,69	78,94	16,2
NGC5272	11,88	-1,57	42,21	78,71	10,0
NGC5466	14,445	-2,22	42,15	73,59	16,6
NGC5897	13,905	-1,80	342,95	30,29	12,7
NGC5904	11,475	-1,29	3,86	46,80	7,3
NGC6171	13,365	-1,04	3,37	23,01	6,3
NGC6205	13,77	-1,54	59,01	40,91	7,0
NGC6218	13,365	-1,48	73,64	40,31	29,3
NGC6229	-	-1,44	15,72	26,31	4,7
NGC6254	12,42	-1,52	15,14	23,08	4,3
NGC6341	14,985	-2,29	68,34	34,86	8,1
NGC6356	-	-0,50	6,72	10,22	14,6
NGC6366	12,285	-0,82	18,41	16,04	3,6
NGC6402	-	-1,39	21,32	14,81	8,7
NGC6426	-	-2,26	28,09	16,23	19,9
NGC6517	-	-1,37	19,23	6,76	10,5
NGC6535	11,61	-1,80	27,18	10,44	6,8
NGC6539	-	-0,66	20,80	6,78	7,9
NGC6712	-	-1,01	25,35	-4,32	6,7
NGC6749	-	-1,60	36,20	-2,20	7,7
NGC6760	-	-0,52	36,11	-3,92	7,3
NGC6779	14,85	-1,94	62,66	8,34	9,9
NGC6838	12,69	-0,73	56,74	-4,56	3,8
NGC6934	11,88	-1,54	52,10	-18,89	15,2
NGC6981	11,745	-1,54	35,16	-32,68	16,8
NGC7006	-	-1,68	63,77	-19,41	40,7
NGC7078	13,635	-2,22	65,01	-27,31	10,2
NGC7089	12,96	-1,62	53,38	-35,78	11,4
NGC7492	12,555	-1,51	53,39	-63,48	25,2
Palomar 1	7,02	-0,80	130,07	19,03	9,7
Palomar 2	-	-1,30	170,53	-9,07	26,9
Palomar 3	11,205	-1,66	240,14	41,86	89,4
Palomar 4	10,26	-1,48	202,31	71,80	99,6
Palomar 5	-	-1,38	0,85	45,86	22,6
Palomar 7	-	-0,70	21,83	5,67	9,3
Palomar 10	-	-0,10	52,44	2,72	5,8
Palomar 14	-	-1,52	28,75	42,18	72,2

* A gömbhalmazok korának forrása a [14] hivatkozás.

E. A modellspektrumokra való χ^2 -illesztés eredményei számszerűen

Vörösödére korrigált fényességek **Z=0.0004** fémességű modellhez illesztése:

Halmaz neve	Általam mért fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi kor [10 ⁹ év]	Irodalmi [Fe/H]
	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _☉]	χ^2	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _☉]	χ^2		
NGC2419	0,46	80,94	0,93	1,91	341,63	32,28	-	-2,12
NGC4147	2,18	20,60	0,18	2,20	20,46	0,16	12,96	-1,83
NGC5024	1,24	191,05	0,24	4,14	411,43	0,06	14,04	-2,07
NGC5053	2,24	14,85	0,10	4,31	58,22	32,28	13,635	-2,29
NGC5272	2,18	304,65	0,23	5,74	556,33	31,99	11,88	-1,57
NGC5466	4,76	54,67	0,02	4,44	92,48	32,42	14,445	-2,22
NGC5897	0,87	8,53	5,77	2,45	74,13	0,01	13,905	-1,80
NGC5904	2,18	216,33	0,02	5,74	522,85	0,01	11,475	-1,29
NGC6171	5,25	105,33	0,02	3,61	117,00	0,04	13,365	-1,04
NGC6205	1,20	148,95	0,26	4,76	346,78	31,86	13,77	-1,54
NGC6218	2,24	47,07	0,01	2,99	70,62	0,07	13,365	-1,48
NGC6229	5,00	231,00	0,06	6,47	283,42	32,42	-	-1,44
NGC6254	1,23	46,10	0,22	2,29	74,87	0,04	12,42	-1,52
NGC6341	4,02	202,78	0,01	4,02	230,06	32,05	14,985	-2,29
NGC6356	>12,19	909,89	3,34	9,24	623,91	0,37	-	-0,50
NGC6366	3,17	17,53	0,01	4,22	32,51	64,48	12,285	-0,82
NGC6402	>12,19	1452,05	0,30	9,24	683,36	0,27	-	-1,39
NGC6426	0,33	5,29	16,01	4,44	58,55	32,33	-	-2,26
NGC6517	13,59	863,72	2,43	1,20	152,13	32,29	-	-1,37
NGC6535	5,00	10,02	0,02	1,17	4,68	64,56	11,61	-1,80
NGC6539	>12,19	557,47	7,36	4,44	400,58	32,30	-	-0,66
NGC6712	>12,19	260,08	2,81	9,24	194,52	0,34	-	-1,01
NGC6749	0,33	110,41	8,16	0,21	20,45	64,57	-	-1,60
NGC6760	>14,71	373,91	2,56	>12,19	440,69	3,87	-	-0,52
NGC6779	2,36	67,32	0,02	2,36	77,20	32,24	14,85	-1,94
NGC6838	9,24	62,82	0,59	8,04	42,21	0,00	12,69	-0,73
NGC6934	13,73	276,32	0,75	4,76	128,22	0,01	11,88	-1,54
NGC6981	1,82	26,05	0,65	4,76	90,55	0,00	11,745	-1,54
NGC7006	7,81	234,32	0,06	4,90	177,82	32,29	-	-1,68
NGC7078	14,71	1172,44	1,94	1,20	217,09	33,51	13,635	-2,22
NGC7089	4,44	549,85	0,15	4,02	472,80	0,02	12,96	-1,62
NGC7492	0,06	2,35	27,64	1,12	9,79	64,58	12,555	-1,51
Palomar 1	2,24	0,15	0,21	>8,87	1,51	64,58	7,02	-0,80
Palomar 2	9,24	322,97	0,92	9,24	367,38	32,92	-	-1,30
Palomar 3	6,47	11,94	0,10	-	-	-	11,205	-1,66
Palomar 4	>12,19	94,39	1,74	-	-	-	10,26	-1,48
Palomar 5	2,24	3,25	1,52	-	-	-	-	-1,38
Palomar 7	0,10	92,11	1,37	0,25	68,83	64,52	-	-0,70
Palomar 10	0,09	19,90	0,04	-	-	-	-	-0,10
Palomar 14	9,24	172,29	0,28	-	-	-	-	-1,52

Vörösödésre korrigált fényességek $Z=0.004$ fémességű modellhez illesztése:

Halmaz neve	Általam mért fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi kor [10 ⁹ év]	Irodalmi [Fe/H]
	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _⊙]	χ^2	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _⊙]	χ^2		
NGC2419	0,30	77,68	1,18	1,67	411,13	32,47	-	-2,12
NGC4147	1,20	16,65	0,12	1,24	16,36	0,23	12,96	-1,83
NGC5024	1,17	241,25	0,10	1,38	181,42	0,10	14,04	-2,07
NGC5053	1,29	11,58	0,19	1,41	24,88	32,28	13,635	-2,29
NGC5272	1,17	244,57	0,10	1,44	183,01	31,99	11,88	-1,57
NGC5466	1,41	21,85	0,04	1,41	38,78	32,46	14,445	-2,22
NGC5897	0,18	3,12	6,17	1,34	53,10	0,02	13,905	-1,80
NGC5904	1,25	173,51	0,04	1,44	171,99	0,03	11,475	-1,29
NGC6171	1,42	38,94	0,08	1,37	58,78	0,07	13,365	-1,04
NGC6205	1,10	183,82	0,11	1,42	138,52	31,90	13,77	-1,54
NGC6218	1,29	36,72	0,04	1,44	40,99	0,08	13,365	-1,48
NGC6229	1,44	85,12	0,09	1,65	115,06	32,27	-	-1,44
NGC6254	1,14	58,09	0,08	1,30	57,27	0,03	12,42	-1,52
NGC6341	1,34	92,14	0,03	1,34	104,53	32,06	14,985	-2,29
NGC6356	>12,19	1144,19	0,24	2,26	244,04	0,02	-	-0,50
NGC6366	1,39	10,03	0,04	1,39	14,08	64,48	12,285	-0,82
NGC6402	2,01	283,54	0,86	1,95	239,00	0,10	-	-1,39
NGC6426	0,28	5,64	15,73	1,41	24,55	32,35	-	-2,26
NGC6517	1,42	140,70	2,95	1,02	176,28	32,28	-	-1,37
NGC6535	1,42	3,87	0,02	0,76	4,20	64,56	11,61	-1,80
NGC6539	>12,19	701,02	1,91	1,41	167,97	32,33	-	-0,66
NGC6712	>9,23	327,05	0,75	1,49	40,36	0,03	-	-1,01
NGC6749	0,28	117,69	7,97	0,19	20,62	64,57	-	-1,60
NGC6760	>12,19	485,93	0,15	1,51	43,79	0,51	-	-0,52
NGC6779	1,31	50,32	0,05	1,31	57,71	32,25	14,85	-1,94
NGC6838	4,76	46,60	0,05	1,46	10,44	0,06	12,69	-0,73
NGC6934	1,42	44,68	1,62	1,42	51,21	0,05	11,88	-1,54
NGC6981	1,51	18,73	0,31	1,42	36,17	0,02	11,745	-1,54
NGC7006	1,75	87,14	0,10	1,42	69,45	32,30	-	-1,68
NGC7078	1,42	179,89	3,40	1,10	267,91	33,06	13,635	-2,22
NGC7089	1,41	230,56	0,16	1,38	213,63	0,05	12,96	-1,62
NGC7492	0,07	2,25	31,62	0,59	7,18	64,58	12,555	-1,51
Palomar 1	1,31	0,12	0,33	1,95	0,54	64,58	7,02	-0,80
Palomar 2	1,49	67,01	0,28	1,49	76,22	32,33	-	-1,30
Palomar 3	1,45	3,56	0,16	-	-	-	11,205	-1,66
Palomar 4	8,45	63,59	0,13	-	-	-	10,26	-1,48
Palomar 5	1,24	2,57	1,84	-	-	-	-	-1,38
Palomar 7	0,02	34,46	1,66	0,22	70,55	64,52	-	-0,70
Palomar 10	0,07	16,05	0,08	-	-	-	-	-0,10
Palomar 14	1,48	37,47	0,05	-	-	-	-	-1,52

Vörösödésre korrigált fényességek $Z=0.008$ fémességű modellhez illesztése:

Halmaz neve	Általam mért fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi kor [10 ⁹ év]	Irodalmi [Fe/H]
	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _⊙]	χ^2	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _⊙]	χ^2		
NGC2419	0,72	147,29	1,13	1,02	285,00	32,28	-	-2,12
NGC4147	0,66	10,83	0,95	0,68	10,81	1,23	12,96	-1,83
NGC5024	0,60	153,56	0,92	1,00	161,56	0,58	14,04	-2,07
NGC5053	0,98	10,03	1,00	1,01	22,47	32,57	13,635	-2,29
NGC5272	0,62	157,75	1,01	1,07	178,32	32,22	11,88	-1,57
NGC5466	0,98	19,48	0,50	1,00	34,84	33,29	14,445	-2,22
NGC5897	0,39	6,17	5,82	0,98	46,65	0,32	13,905	-1,80
NGC5904	0,68	115,00	0,69	1,07	167,59	0,32	11,475	-1,29
NGC6171	1,04	35,77	0,60	1,00	52,26	0,34	13,365	-1,04
NGC6205	0,56	116,38	0,95	1,02	125,96	32,49	13,77	-1,54
NGC6218	0,98	31,79	0,61	1,04	39,46	0,16	13,365	-1,48
NGC6229	1,05	82,32	0,27	1,10	83,64	32,33	-	-1,44
NGC6254	0,60	37,07	0,87	0,98	49,55	0,57	12,42	-1,52
NGC6341	0,98	80,95	0,42	0,98	91,84	32,45	14,985	-2,29
NGC6356	9,33	799,98	0,65	1,97	265,52	0,02	-	-0,50
NGC6366	1,01	9,04	0,17	1,08	13,14	64,47	12,285	-0,82
NGC6402	1,65	286,10	1,08	1,62	240,18	0,11	-	-1,39
NGC6426	0,78	11,87	17,42	1,00	22,06	32,93	-	-2,26
NGC6517	0,56	90,54	5,17	0,56	118,87	32,59	-	-1,37
NGC6535	1,00	3,48	0,16	0,63	3,82	64,56	11,61	-1,80
NGC6539	>8,45	860,26	3,10	1,00	150,92	32,93	-	-0,66
NGC6712	3,14	92,37	1,88	1,52	61,95	0,01	-	-1,01
NGC6749	1,46	321,45	7,07	0,23	28,04	64,57	-	-1,60
NGC6760	10,72	351,58	0,07	1,45	43,79	0,41	-	-0,52
NGC6779	0,98	43,71	0,56	0,98	50,14	32,70	14,85	-1,94
NGC6838	2,65	34,99	0,04	1,65	16,89	0,33	12,69	-0,73
NGC6934	1,65	67,42	2,98	1,02	46,57	0,51	11,88	-1,54
NGC6981	1,27	22,30	0,12	1,02	32,89	0,44	11,745	-1,54
NGC7006	1,10	59,62	0,37	1,04	63,80	32,68	-	-1,68
NGC7078	1,65	271,47	5,13	0,53	166,08	34,83	13,635	-2,22
NGC7089	1,00	207,16	0,51	1,00	190,24	0,35	12,96	-1,62
NGC7492	0,08	2,47	31,67	0,61	7,95	64,58	12,555	-1,51
Palomar 1	0,98	0,10	1,30	1,60	0,53	64,58	7,02	-0,80
Palomar 2	1,24	70,73	0,19	1,48	105,97	32,31	-	-1,30
Palomar 3	1,07	3,49	0,45	-	-	-	11,205	-1,66
Palomar 4	1,44	10,80	0,09	-	-	-	10,26	-1,48
Palomar 5	0,98	2,19	4,18	-	-	-	-	-1,38
Palomar 7	0,02	33,03	1,50	0,40	126,87	64,53	-	-0,70
Palomar 10	0,07	16,16	0,04	-	-	-	-	-0,10
Palomar 14	1,60	59,73	0,01	-	-	-	-	-1,52

Vörösödésre nem korrigált fényességek $Z=0.0004$ fémességű modellhez illesztése:

Halmaz neve	Általam mért fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi kor [10 ⁹ év]	Irodalmi [Fe/H]
	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _☉]	χ^2	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _☉]	χ^2		
NGC2419	1,77	180,47	1,62	>2,40	278,02	32,53	-	-2,12
NGC4147	2,18	19,09	2,49	2,24	19,20	0,09	12,96	-1,83
NGC5024	1,20	179,61	2,86	4,76	422,95	0,05	14,04	-2,07
NGC5053	2,22	14,05	1,38	>4,66	58,18	32,29	13,635	-2,29
NGC5272	1,20	186,32	3,23	>6,47	587,62	31,99	11,88	-1,57
NGC5466	5,10	54,93	0,00	>4,76	92,23	32,34	14,445	-2,22
NGC5897	1,20	6,26	5,55	9,24	145,22	0,26	13,905	-1,80
NGC5904	2,40	209,56	0,13	8,04	609,89	0,02	11,475	-1,29
NGC6171	>9,24	75,67	11,28	>9,24	112,97	9,18	13,365	-1,04
NGC6205	1,13	141,74	3,75	>5,25	356,85	31,84	13,77	-1,54
NGC6218	1,82	22,38	12,56	9,24	107,30	1,24	13,365	-1,48
NGC6229	7,81	307,78	0,83	>9,24	350,07	32,45	-	-1,44
NGC6254	1,78	24,68	32,42	18,12	170,06	2,11	12,42	-1,52
NGC6341	4,48	203,06	0,09	>4,40	227,81	32,05	14,985	-2,29
NGC6356	>9,24	362,23	24,42	>9,24	451,85	9,64	-	-0,50
NGC6366	>9,24	8,16	33,21	>2,40	11,45	83,96	12,285	-0,82
NGC6402	>9,24	344,18	21,70	>13,07	294,66	17,85	-	-1,39
NGC6426	0,46	2,19	21,65	>2,40	66,07	36,22	-	-2,26
NGC6517	>2,40	28,74	81,25	>9,24	37,73	109,05	-	-1,37
NGC6535	>9,24	4,76	7,96	>2,40	12,69	65,03	11,61	-1,80
NGC6539	>9,24	21,21	395,01	>9,24	48,93	125,01	-	-0,66
NGC6712	>9,24	80,30	32,49	>9,24	109,25	12,82	-	-1,01
NGC6749	>2,40	11,30	12,46	>2,40	2,65	248,02	-	-1,60
NGC6760	>2,40	53,65	36,69	>9,24	63,23	64,14	-	-0,52
NGC6779	1,78	24,30	57,05	>9,24	112,12	33,51	14,85	-1,94
NGC6838	>9,23	23,71	10,17	>13,07	32,35	6,93	12,69	-0,73
NGC6934	>13,07	250,41	0,66	9,24	157,80	0,08	11,88	-1,54
NGC6981	9,24	87,48	1,01	7,81	112,75	0,01	11,745	-1,54
NGC7006	9,24	210,05	0,40	>2,41	229,93	32,31	-	-1,68
NGC7078	>13,07	994,49	1,74	4,76	476,27	32,43	13,635	-2,22
NGC7089	5,57	573,11	0,08	5,00	479,83	0,07	12,96	-1,62
NGC7492	0,07	2,28	28,42	>2,40	8,80	64,58	12,555	-1,51
Palomar 1	9,24	0,26	5,79	>2,40	1,56	65,23	7,02	-0,80
Palomar 2	>2,40	16,36	1908,39	>9,24	18,61	209,30	-	-1,30
Palomar 3	9,24	13,89	0,84	-	-	-	11,205	-1,66
Palomar 4	9,24	48,42	39,78	-	-	-	10,26	-1,48
Palomar 5	5,10	5,52	8,39	-	-	-	-	-1,38
Palomar 7	>2,40	48,21	1238,56	>4,40	26,75	126,44	-	-0,70
Palomar 10	>2,40	1,59	2640,89	-	-	-	-	-0,10
Palomar 14	1,78	38,67	23,53	-	-	-	-	-1,52

Vörösödésre nem korrigált fényességek $Z=0.004$ fémességű modellhez illesztése:

Halmaz neve	Általam mért fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi kor [10 ⁹ év]	Irodalmi [Fe/H]
	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _⊙]	χ^2	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _⊙]	χ^2		
NGC2419	0,30	64,73	2,02	>1,52	288,61	32,34	-	-2,12
NGC4147	1,20	15,43	1,35	1,29	14,98	0,18	12,96	-1,83
NGC5024	1,14	226,23	1,23	1,42	168,94	0,08	14,04	-2,07
NGC5053	1,24	11,13	2,57	>1,42	23,61	32,29	13,635	-2,29
NGC5272	1,15	234,70	1,33	>1,44	176,06	31,98	11,88	-1,57
NGC5466	1,42	20,76	0,03	>1,42	36,84	32,40	14,445	-2,22
NGC5897	0,71	5,27	5,62	1,99	51,34	0,05	13,905	-1,80
NGC5904	1,31	153,79	0,31	1,46	150,79	0,03	11,475	-1,29
NGC6171	>12,19	98,34	2,66	>12,19	146,81	2,56	13,365	-1,04
NGC6205	1,08	172,37	1,57	>1,42	131,92	31,90	13,77	-1,54
NGC6218	2,18	33,82	0,33	3,47	60,12	0,16	13,365	-1,48
NGC6229	1,44	79,51	0,69	>1,54	94,53	32,28	-	-1,44
NGC6254	3,33	54,11	0,62	1,51	17,80	0,01	12,42	-1,52
NGC6341	1,42	84,77	0,14	>1,40	96,24	32,04	14,985	-2,29
NGC6356	>12,19	470,75	7,02	>12,19	587,20	2,42	-	-0,50
NGC6366	>12,19	10,60	14,60	>1,89	14,88	69,65	12,285	-0,82
NGC6402	>12,19	447,28	6,42	>12,19	382,93	6,68	-	-1,39
NGC6426	0,30	2,10	21,24	>12,19	58,31	32,69	-	-2,26
NGC6517	>9,24	37,35	48,47	>9,24	49,03	70,07	-	-1,37
NGC6535	>13,07	0,86	2,49	>7,07	7,39	64,56	11,61	-1,80
NGC6539	>9,24	27,57	214,49	>5,69	63,58	77,52	-	-0,66
NGC6712	>13,07	104,35	10,42	>12,19	141,98	4,24	-	-1,01
NGC6749	1,51	1,18	11,93	>2,40	3,44	154,09	-	-1,60
NGC6760	>13,07	69,72	21,87	>9,24	82,17	31,51	-	-0,52
NGC6779	3,79	59,46	3,40	>3,79	68,19	32,31	14,85	-1,94
NGC6838	>12,19	56,05	3,90	>5,69	42,04	1,15	12,69	-0,73
NGC6934	5,69	120,19	1,01	2,01	56,05	0,04	11,88	-1,54
NGC6981	1,51	15,81	0,26	1,46	28,47	0,05	11,745	-1,54
NGC7006	2,26	82,16	0,07	>1,89	78,18	32,31	-	-1,68
NGC7078	>5,69	1250,58	2,15	>1,42	190,24	32,56	13,635	-2,22
NGC7089	1,42	201,79	0,11	1,44	176,80	0,06	12,96	-1,62
NGC7492	0,07	2,02	30,69	>0,94	9,52	64,58	12,555	-1,51
Palomar 1	2,11	0,10	1,15	>8,04	1,01	64,58	7,02	-0,80
Palomar 2	>12,19	21,26	1448,67	>7,07	24,19	125,12	-	-1,30
Palomar 3	1,46	3,08	1,27	-	-	-	11,205	-1,66
Palomar 4	11,60	76,09	1,16	-	-	-	10,26	-1,48
Palomar 5	1,42	2,09	10,05	-	-	-	-	-1,38
Palomar 7	1,51	5,05	970,72	>1,54	34,76	89,45	-	-0,70
Palomar 10	>3,79	2,06	1966,34	-	-	-	-	-0,10
Palomar 14	1,49	32,27	0,96	-	-	-	-	-1,52

Vörösödésre nem korrigált fényességek $Z=0.008$ fémességű modellhez illesztése:

Halmaz neve	Általam mért fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi fényességekre való illesztés eredménye			Irodalmi kor [10 ⁹ év]	Irodalmi [Fe/H]
	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _☉]	χ^2	Kor [10 ⁹ év]	Tömeg [10 ³ M _☉]	χ^2		
NGC2419	0,82	133,15	1,28	1,14	246,24	32,29	-	-2,12
NGC4147	0,56	9,48	11,64	0,98	12,97	0,96	12,96	-1,83
NGC5024	0,53	137,41	10,44	1,02	153,63	0,45	14,04	-2,07
NGC5053	0,58	6,99	15,55	1,04	21,69	32,50	13,635	-2,29
NGC5272	0,53	142,54	11,33	1,07	171,56	32,21	11,88	-1,57
NGC5466	0,98	18,52	0,51	1,02	33,50	33,15	14,445	-2,22
NGC5897	0,56	4,89	6,02	1,58	49,66	0,05	13,905	-1,80
NGC5904	0,63	100,88	9,36	1,65	244,04	0,28	11,475	-1,29
NGC6171	>12,19	109,86	1,15	15,01	141,45	1,39	13,365	-1,04
NGC6205	0,51	106,22	9,58	1,04	121,17	32,41	13,77	-1,54
NGC6218	1,67	31,75	0,42	1,42	23,13	0,11	13,365	-1,48
NGC6229	1,00	74,93	4,33	1,13	78,30	32,32	-	-1,44
NGC6254	1,39	22,96	0,43	1,44	20,50	0,13	12,42	-1,52
NGC6341	0,68	58,22	10,07	1,01	86,94	32,32	14,985	-2,29
NGC6356	17,59	501,06	3,55	15,01	565,73	1,17	-	-0,50
NGC6366	18,12	11,84	10,37	>2,40	15,84	67,08	12,285	-0,82
NGC6402	18,12	499,66	3,31	>12,19	427,77	4,28	-	-1,39
NGC6426	1,46	5,42	15,88	9,61	60,93	32,43	-	-2,26
NGC6517	>7,07	39,75	39,71	>7,07	52,19	60,96	-	-1,37
NGC6535	15,01	10,84	1,02	3,86	5,26	64,56	11,61	-1,80
NGC6539	>9,24	29,34	169,63	>7,07	67,68	66,31	-	-0,66
NGC6712	>9,24	111,07	5,81	>12,19	158,61	2,52	-	-1,01
NGC6749	1,46	1,50	11,00	>2,40	3,67	131,74	-	-1,60
NGC6760	>12,19	77,89	17,55	>12,19	87,46	23,89	-	-0,52
NGC6779	1,44	20,35	0,89	1,42	24,17	32,26	14,85	-1,94
NGC6838	15,01	54,00	2,00	14,00	38,27	0,39	12,69	-0,73
NGC6934	2,60	75,71	1,19	1,65	56,56	0,12	11,88	-1,54
NGC6981	1,29	18,80	0,19	1,10	28,69	0,33	11,745	-1,54
NGC7006	1,97	89,39	0,08	1,65	82,41	32,40	-	-1,68
NGC7078	2,60	300,66	2,56	1,00	171,04	33,81	13,635	-2,22
NGC7089	1,04	185,36	0,36	1,07	172,27	0,21	12,96	-1,62
NGC7492	0,08	2,22	30,93	0,66	7,28	64,58	12,555	-1,51
Palomar 1	1,95	0,11	1,94	4,48	0,72	64,58	7,02	-0,80
Palomar 2	1,46	2,06	1231,98	>9,24	25,74	104,80	-	-1,30
Palomar 3	1,10	3,10	3,21	-	-	-	11,205	-1,66
Palomar 4	1,45	8,75	0,80	-	-	-	10,26	-1,48
Palomar 5	1,00	1,88	24,86	-	-	-	-	-1,38
Palomar 7	>1,46	6,40	554,78	>9,24	37,00	81,35	-	-0,70
Palomar 10	>9,24	2,30	1777,23	-	-	-	-	-0,10
Palomar 14	1,48	44,87	0,18	-	-	-	-	-1,52

Nyilatkozat

Alulírott Ordasi András, csillagász szakos hallgató kijelentem, hogy a diplomadolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy diplomamunkámat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

.....

aláírás

Szeged, 2011. december 16.