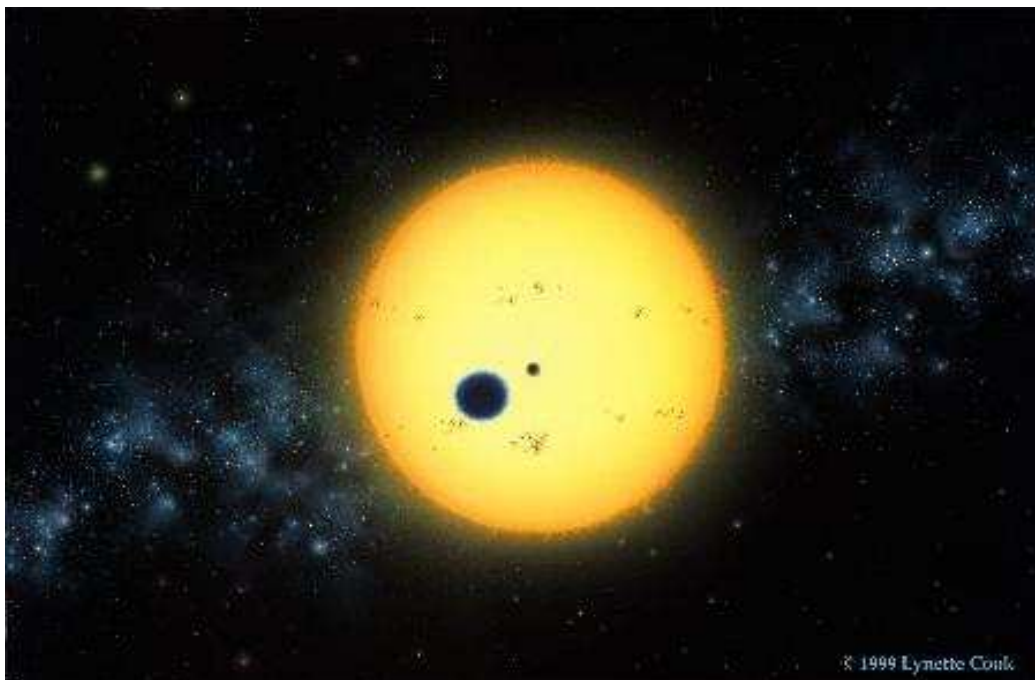


Holdak hatása exobolygók fedési fénygörbéjére

Nyári gyakorlat



Készítette: Simon Attila

Témavezetők:

Dr. Szabó M. Gyula, tudományos segédmunkatárs,

Dr. Szatmáry Károly, habil. egyetemi docens

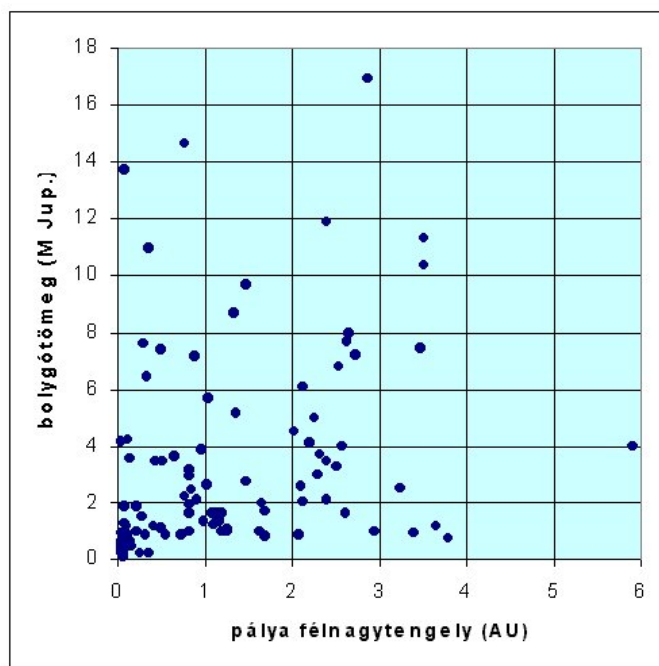
Szeged, 2005

Tartalomjegyzék

Bevezetés	2
1. Exobolygók	4
1.1. Felfedezésük módszerei	4
1.2. Schneider-katalógus	5
1.3. Exobolygó kereső programok	5
1.3.1. OGLE (Optical Gravitational Lensing Experiment - Optikai gravitációs lencse kísérlet)	5
1.3.2. Kepler	6
1.3.3. COROT (COncvection, ROtation and planetary Transits - Konvekció, forgás és bolygóátvonulás)	6
1.3.4. HAT (Hungarian Automated Telescope - Magyar Automatizált Teleszkóp)	6
2. Az exoholdak hatása	6
2.1. Hill-stabilitás	7
2.2. Numerikus modellezés	8
3. Eredmények	9
3.1. Paraméterek változtatásának hatása	9
3.2. Jupiter-Io, Szaturnusz-Titán	14
3.3. A hét valós exorendszer	16
3.4. S még három kitalált	18
Köszönetnyilvánítás	20
Hivatkozások	21
Függelék	22

Bevezetés

Az exobolygók Naprendszerünkön kívüli, tehát más csillagok körül keringő bolygók (Szatmáry K., 2003). Nagy távolságban vannak, általában közel keringenek központi csillagukhoz, fényességük csillagukhoz képest igen csekély - kb. 0,1%-a annak, ezért közvetlen módon igen nehéz kimutatni őket. Még nehezebb dolga van annak, aki exobolygók körüli holdakat szeretne felfedezni. Mindezek ellenére ez elmúlt években rohamosan nőtt a Naprendszeren kívüli felfedezett bolygók száma. Mostanra 144 rendszerben 168 bolygót katalogizáltak.¹ A bolygók között főleg a Jupiter tömegéhez, méretéhez hasonlóakat találhatunk, de akadnak tized, valamint tízszeres Jupiter tömeggel rendelkezők is.



1. ábra. Exobolygók tömegének és félnagyte ngelyének összefüggése

Az is lehet, hogy a felfedezett exobolygók többsége barna törpe, hiszen tömegüknek csak az alsó határértékét tudjuk meghatározni (Szatmáry K., 2003). Ezért lehet, hogy a nagyobb tömegűek a valóságban még nagyobb tömeggel rendelkeznek, s így már inkább a barna törpékhez sorolhatjuk őket. Holdat eddig még nem sikerült kimutatni. (Brown és mtsai., 2001; Charbonneau és mtsai., 2005)

Dolgozatomban ezeknek a holdaknak a fotometriai kimutathatóságával foglalkoztam, arra kerestem választ, hogy egy, a csillag előtt elhaladó exobolygó által okozott fényességcsökkenést mennyivel módosítja a bolygó körül keringő hold, azaz milyen modulációk rakódnak rá a fedési fénygörbére. A kérdéssel azért is érdemes foglalkozni, mivel a közeljövőben, 1-3 éven belül, elképzelhető, hogy olyan űrtávcsöveket állítanak Föld körüli pályára, amelyekkel ezred, esetleg tízezred magnitúdós fényességcsökkenés is kimutatható lesz. Ezekkel már esélyünk lesz ilyen exoholdas rendszereket felfedezni. Ugyanakkor az eddig talált exobolygók általában nagy, néhány Jupiter-tömegű bolygók. Talán az ilyen óriás exobolygók körül közel hasonló méretű, tömegű és felépítésű holdak keringenek, mint a Föld, amelyek kimutatása sokkal könnyebb lehet, mint egy Hold-méretű égitestké. (Sartoretti & Schneider, 1999)

¹Interactive Extra-solar Planets Catalog - <http://vo.obspm.fr/exoplanetes/encyclo/catalog.php>

A cél olyan rendszerek modellezése, amelyeket különböző fizikai paraméterű (tömeg, sugár, keringési idő, inklináció) égitestek alkotnak, és megvizsgálni azt, hogyan, s milyen rendszereket lehet kimutatni a Kepler és COROT műholddal (Auvergne és mtsai., 2003; Borucki és mtsai., 2003). Ehhez számos redszert automatikusan kellett generálni, a rendszerek „fizikai realitását” (reális csillag modell; reális sűrűségű bolygó, hold; dinamikai stabilitás) is figyelembe kellett venni.

Dolgozatomban vizsgáltam egy exobolygó által létrehozott, valamint exobolygó és holdja által létrehozott fénygörbe közötti különbséget. Megvizsgáltam mennyivel, s milyen módon változik a fénygörbe alakja, ha a hold egy fizikai paraméterét változtatom, míg a többi állandónak tekintem. Legelőször a naprendszerünkben megtalálható nagyobb bolygó-hold rendszereket modelleztem. Felmerült a kérdés, vajon mostani technikával, illetve az egy-két éven belül fellövésre kerülő űrtávcsövekkel kimutatható lenne-e a Jupiter-*Io*, Szaturnusz-*Titán* páros. A továbbiakban már létező, fedési exobolygók (*Tres-1*, *TR10*, *TR56*, *TR111*, *TR113*, *TR132* és *HD209458*, Schneider-katalógus) köré tettem különböző paraméterű holdat. Vizsgáltam a rendszerek Hill-stabilitását, a fénygörbe alakváltozásának mértékét, valamint ezen változások kimutathatóságának lehetőségét. Létrehoztam még három kitalált rendszert is, amelyekkel az volt a célom, hogy míg az exobolygó elvonul a csillaga előtt, addig a hold többször kerülje meg a bolygót elhaladva az előtt és mögött is, megfigyelve ezzel egy lehetséges periodikus torzulást a fénygörbén.

1. Exobolygók

1.1. Felfedezésük módszerei

Az utóbbi években a csillagászok számos módszert dolgoztak ki az exobolygók detektálására. Ezen módszereket két nagy csoportba sorolhatjuk: Közvetlen módszerek, amikor a bolygót ténylegesen észleljük, illetve közvetettek, amikor egy-egy mérés bolygó jelenlétére utal.

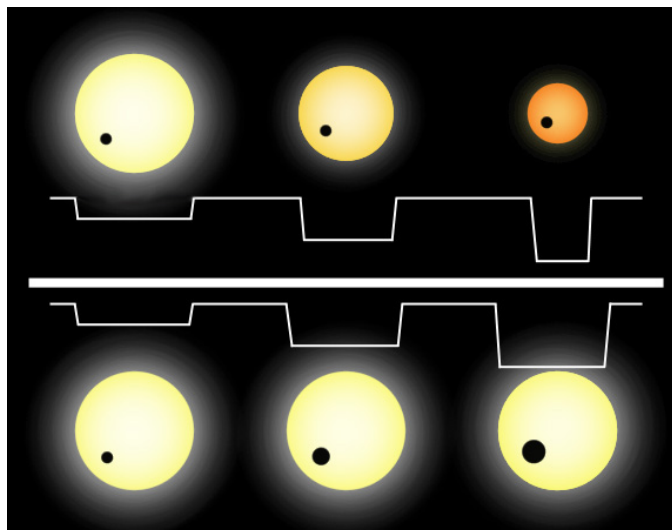
Közvetlen módszerek:

- Az exobolygó direkt kimutatása a csillag mellett: ez akkor használható, ha a bolygó elég nagy, legalább Jupiter átmérőjű, s elegendően távol van a központi csillagtól. A felvételek infravörösben készülnek, elsősorban úrtávcsövekkel, hogy a felbontást a földi légkör ne befolyásolja, ne rontsa el.
- Infravörös többletsugárzás: ekkor a bolygó hőmérsékleti sugárzása hozzáadódik a csillagéhoz.

Közvetett módszerek:

- Asztrometria: ha a bolygó tömege elég nagy, s a keringés síkja nem esik egybe a látóirányunkkal, akkor a bolygó gravitációs hatása révén „megrángatja” a csillagot. Ennek következtében a csillag sajátmozgása az égi koordináta rendszerben hullámszerű lesz.
- Spektroszkópia: itt szintén a bolygó gravitációs hatása játszik szerepet. Ha a pályasík közel egybeesik a látóirányunkkal, akkor a csillagnak jobban megfigyelhető lesz a kicsiny radiális sebessége. Mivel egyszer közeledik, máskor pedig távolodik tőlünk, a Doppler-effektus révén a színekében a vonalak periodikusan a kék illetve a vörös felé tolódnak el.
- Pulzárjelek modulációja: mivel a bolygó és a pulzár közös tömegközéppontjuk körül keringenek, a pulzár keringéséből adódóan a pulzárjelek periodikusan változnak.
- Gravitációs-lencse-hatás: a csillag és a bolygója kettős lencseként viselkedik. Ha egy ilyen rendszer halad el egy távoli csillag előtt, akkor a lencseobjektumok, a csillag és bolygója, kissé elgörbítik, egyszersmind fókuszálják a távolabbi csillagról érkező fénysugarakat, melynek hatása révén a háttércsillag felfényesedik. A felfényesedés a rendszer geometriájától függően többször következik be. Bolygó esetén a lencséző csillag hosszabb, míg maga a bolygó csak pillanatnyi, éles felfénylést okoz.
- **Fotometria:** a bolygó elhalad a csillag előtt, s részben eltakarja, a csillag látzó fényessége lecsökken. Hogy ezt meg tudjuk figyelni, a pályasíknak nagyon pontosan a látóirányunkba kell esnie, főleg ha a bolygó elég távol kering a csillagtól. A fénygörbe menetéből, a fedés mélységéből ki tudjuk számolni a bolygó sugarát, felhasználva persze a csillag már előzőleg meghatározott méretét. Ugyanakkor következtetni tudunk a bolygó pályájának látóirányunkkal bezárt szögére, valamint a csillag peremsötétedésére is. A fedés mélységét és a görbe alakját sok tényező befolyásolja. Először is a bolygó és a csillag sugarának a hányadosa, a

halványodás annál nagyobb, minél nagyobb ez a hányados. A csillag hőmérsékletének és méretének csökkenésével a fényváltozás növekszik adott bolygósugár esetén. A csillag peremsötétedése, a pálya inklinációja pedig a fénygörbe alakját, illetve a fedés időtartamát határozza meg. A fényváltozás jó esetben néhány század, általában pedig csak néhány ezred magnitúdó.



2. ábra. Fedések mélységének függése a hőmérséklettől, sugáráránytól

1.2. Schneider-katalógus

Ez egy interaktív internetes katalógus naprakész adatokkal Jean Schneider (Observatoire de Paris) kezelésében. Különböző módszerekkel felfedezett exobolygók adatai találhatóak itt meg, úgy mint tömeg, keringési periódus, félnagyitengely, esetleg inklináció, valamint fedési exobolygónál a bolygó sugara. Természetesen a központi csillag paramétereiről is sok információt nyerhetünk. Minden bolygó után felsorolásra kerülnek annak további elérhetőségei, valamint az eddig róla megjelent publikációk listája. Elérhetőség: <http://vo.obspm.fr/exoplanetes/encyclo/catalog.php>.

1.3. Exobolygó kereső programok

1.3.1. OGLE (Optical Gravitational Lensing Experiment - Optikai gravitációs lencse kísérlet)

Az OGLE program lényege az volt, hogy gravitációs mikrolencse-hatás által okozott fényességváltozást figyeljenek meg. Fő célpontok a Kis- és Nagy Magellán-felhők valamint Tejútrendszerünk központi vidéke, a bulge volt. Mivel ezen területek csillagokban gazdagok, ezért elég nagy eséllyel figyelhetünk itt meg mikrolencse-hatást. A megfigyelések során tapasztaltak olyan fényességváltozást is, amelyet nem mikrolencse-hatás, hanem a csillag előtt elvonuló kísérő okozhatott. A fényváltozás mértékéből, valamint radiális sebesség mérésekből kiderült, hogy ezek a kísérők a Jupiter tömegének nagyságrendjébe eső bolygók. Így fedezték fel következő exobolygókat is: TR10, TR56, TR111, TR113, TR132.²

²<http://sirius.astro.uw.edu.pl/~ogle/>

1.3.2. Kepler

Várhatóan 2006-ban fogják Földhöz hasonló pályára állítani a NASA felfedező programja keretében azt a kb. 300 millió dolláros űrtávcsövet, a Keplert, amelynek célja a tejútrendszer sávjába eső csillagokban gazdag látómező vizsgálata, s a csillagok körül Föld-méretű exobolygók felfedezése. A keresést a majd méteres (0.95m) átmérőjű objektívjével a Hattyú és Lant csillagképben végezné 12 fok átmérőjű területen. 42 db 2200x1024 pixeles CCD-t tartalmazó kamerájával négy éven át közel 100000, 14 magnitudónál fényesebb csillagot vizsgálna meg, amelyeknek fényességét 0.0001 magnitudó pontossággal mérné meg. A kiolvasási idő 1 perc lesz kiemelt objektumokra.³

1.3.3. COROT (CONvection, ROTation and planetary Transits - Konvekció, forgás és bolygóátvonulás)

Az űrprojekt a Francia Nemzeti űrügynökség (CNES) révén kerül megvalósításra a PROTEUS program keretében. Az űrtávcső 30 cm átmérőjű, s fő célja a csillagok fényváltozásainak megfigyelése lesz látható tartományban. A távcső érzékelője négy darab egyenként 2048x2048-as CCD-chip lesz, amely 2.8 x 2.8°-os látómezőt eredményez. Ennek egyik felét szexmiológiai mérésekre, míg a másikat exobolygók keresésére használják majd. A standard expozíciós idő 8 perc lesz, de lehetőség lesz 32 kiemelt objektum 32 másodperces kiolvasására is. Exobolygó keresésére körülbelül 12000 15.5 magnitudónál fényesebb csillagot fog megvizsgálni. Poláris pályán fog keringeni 896 km magasan.⁴

1.3.4. HAT (Hungarian Automated Telescope - Magyar Automatizált Teleszkóp)

Végül említsünk egy magyar példát is exobolygó-kereső programra! Bakos Gáspár, Lázár József, Papp István, Sári Pál fejlesztette ki azt az automata teleszkópot, amely jelenleg Kitt Peak-en, Arizonában működik. Az égboltot 2048x2048 pixeles kamerával figyeli, mely 9x9°-os látómezőt biztosít. Fő célja fedési kettősök, pulzáló változók, GRB utófénylések megfigyelése, valamint nem utolsósorban exobolygók fedési fénygörbe alapján való felfedezése.⁵

2. Az exoholdak hatása

Legyen egy exorendszerünk, melyben a bolygó periodikusan elhalad a csillag előtt. A fedés során a csillag fényessége lecsökken, jellegzetes fénygörbe jön létre. Azt vizsgáltam, hogy egy Föld-szerű hold, keringve az exobolygó körül milyen torzításokat végez a fénygörbében. Az effektusokat három csoportba sorolhatjuk:

- „Timing-effect”: mivel a bolygó és a hold a közös tömegközéppontjuk körül keringenek, ezért a hold kissé „megrángatja” a bolygót. Mivel a csillag körül a közös tömegközéppont kering és bolygó egy-egy tranzit alkalmával a tömegközéppontnak nem ugyanazon oldalán helyezkedik el, ezért a fedések időpontja kissé előbbre illetve későbbre tolódik el. Ez az időtartam akár néhány perces is lehet:

$$T_E = R_{\text{hold}} \frac{M_{\text{hold}}}{M_{\text{boly}} + M_{\text{hold}}} \cdot \frac{P_{\text{boly}}}{2\pi R_{\text{boly}}}, \quad (1)$$

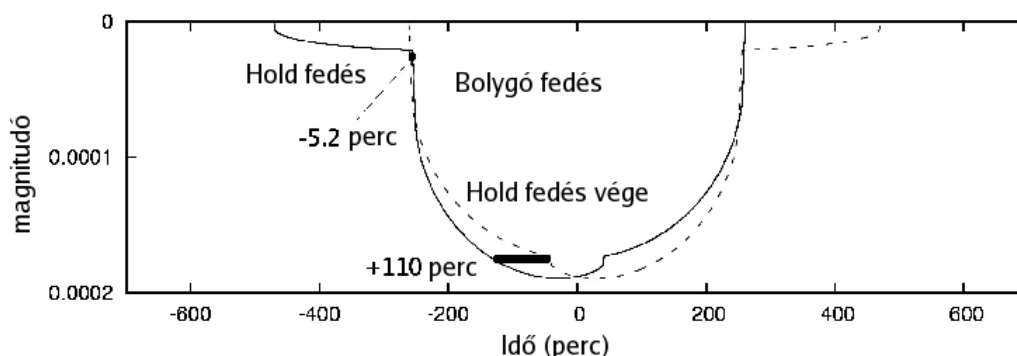
³<http://www.kepler.arc.nasa.gov/>

⁴<http://smc.cnes.fr/COROT/>

⁵<http://cfa-www.harvard.edu/~gbakos/HAT/>

ahol R_{hold} a hold-bolygó, R_{boly} a bolygó-csillag távolság; M_{boly} a bolygó, M_{hold} a hold tömege; P_{boly} a bolygó keringési periódusa.

Sokkal nagyobb azonban annak az effektusnak a hatása, amit a hold okoz akkor, ha az okkultációk során a vezető szerepe felcserélődik, azaz egyszer ő kezdi meg a fedést, máskor pedig ő fejezi be. Összevetve két ilyen fénygörbét a következőt kapjuk:



3. ábra. Fénygörbék vezető illetve követő holdas fedésnél

Látszik, hogy ugyanakkora fényességcsökkenés vezető holddal sokkal, akár órákkal hamarabb következik be, mint követő holddal. (Az ábrán folytonos vonal a vezető holddal, míg a szaggatott a követő holddal végbement fedést mutatja.)

- „Semi-transit effect”: ez akkor következik be, mikor a hold egyedül fedi a csillagot a bolygó fedése előtt vagy után; illetve lehet fordítva is, mikor a bolygó már (még) fedi a csillagot, de a hold még (már) nem. A hold fedéséből származó magnitúdócsökkenésre ezred és százezred magnitúdo közötti értékeket várhatunk:

$$P_E[\text{mmag}] = 2500 \log \frac{R_{\text{csillag}}^2}{(R_{\text{csillag}} - R_{\text{hold}})^2}. \quad (2)$$

- Fedési fénygörbe „begömbülése”: mivel a csillagnak van peremsötétedése, ezért a fénygörbe alakja függ a bolygó és hold relatív helyzetétől. A bolygó adott helyzetéhez viszonyítva mélyebb fedést fogunk kapni, ha a hold közelebb fed a csillag középpontjához, mint a széléhez, s persze ez fordítva is igaz.

Ezek az effektusok erősen függenek a peremsötétedés mértékétől, az pedig attól, hogy milyen hullámhosszon - milyen szűrővel végezzük a megfigyelést. Ennek következtében más-más szűrőben más-más mértékben játszanak szerepet az egyes effektusok. Ha a peremsötétedés értéke kicsi, akkor könnyen belátható, hogy „timing-effect”-nek és „semi-transit effect”-nek lesz erősebb hatása, míg a fénygörbe alja egyenesebb lesz.

2.1. Hill-stabilitás

Egy csillag körül körpályán keringő bolygó esetén a korlátozott háromtest probléma értelmében nem mindig lehet a bolygó köré dinamikailag stabil holdat elhelyezni. Ahhoz, hogy a hold a bolygó környezetét ne hagyja el, ne tudjon megszökni a belső Lagrange-ponton keresztül a holdnak mozgásának Hill-féle értelemben stabilnak kell lennie. A korlátozott háromtest problémának öt egyensúlyi megoldása létezik, ezek

a Lagrange-pontok. Hill-stabilitás szempontjából nekünk az L_2 , belső Lagrange-pont pont az érdekes. Ehhez az L_2 ponthoz tartozik egy ún. Jacobi-konstans (C_2), amely az összes többi Lagrange-ponthoz tartozó konstansnál nagyobb (Érdi B., 2003). Egy rendszer Hill értelemben stabil, ha a hold pályájához tartozó Jacobi-konstans értéke nagyobb, mint az L_2 ponthoz tartozó érték. Nap-Föld-Hold rendszerben a holdhoz tartozó érték $C_h=3.0012$; Nap-Föld rendszer L_2 pontjának értéke $C_2=3.0009$. Mivel $C_h>C_2$, ezért a Hold mozgása Hill értelemben stabil.

2.2. Numerikus modellezés

A Schneider-katalógusban található kilenc olyan exorendszer, amelyben a bolygó elhalad a csillag előtt. Mivel ezek valós rendszerek, felmerült a kérdés, ha holdat tennénk köréjük, akkor módosítanák-e a holdak hatásai annyira a fénygörbét, hogy az esetleg kimutatható illetve mérhető lenne. Ezen kívül még három kitalált, de fizikailag valós rendszert vizsgáltam meg. A fénygörbék előállítására Szabó M. Gyula irányításával írtam egy programot, amely két fő részből áll. Ez első rész megvizsgálja, hogy a rendszer Hill-féle értelemben stabil-e, a második rész pedig kiszámolja a fénygörbe menetét.

A program működése

A programban bemenő paraméterként lehet megadni a csillag peremsötétedését - a különböző szűrőkre vett értékeket modellszámítás alapján véve (A. Claret és mtsai., 1995); a három test tömegét; a bolygó és hold sűrűségét vagy sugarát, pályájának inklinációját, keringési idejüket, valamint a hold mozgására jellemző kezdőfázist, amely a hold relatív helyzetét adja meg a program indulásakor.

A program legelőször elvégzi a Hill-stabilitás vizsgálatát; kiszámítja a megfelelő képletek segítségével a Jacobi-konstansok értékeit, majd összehasonlítva azokat csak akkor fut tovább, ha stabil a rendszer (**A**). Ezután elkészít 4000x6000-es tömbön egy 1000 egység sugarú csillagot figyelembe véve a peremsötétedést (**B**), majd összeadva az egyes egységek intenzitásait, kiszámítja a csillag fluxusát (**C**). A következő lépésben bolygó- és holdtakarást számol, még hozzá úgy, hogy bolygó-hold közös tömegközéppontját elvonultatja a csillag előtt (**D1, D2**). Meghatározza az égitestek tömegközépponthoz viszonyított helyzetét, majd összeszámolja a hold és bolygó által a csillagból kitakart rész fluxusát. Ezeket a fluxusokat vonja ki a csillag fluxusából. Ha pedig bolygó-hold fedés következik be, akkor a bolygó és a hold által is kitakart rész fluxusát hozzáadja az eredő fluxushoz, mivel a közös rész mind a hold-, mind a bolygótakarás számolásának alkalmával le lett vonva, tehát kétszer. A program kimeneteként egy adatsor áll elő, melyet gnuplot-tal ábrázolva megkapjuk a fénygörbét.

A függelékben a teljes program forráskódját mellékeltem.

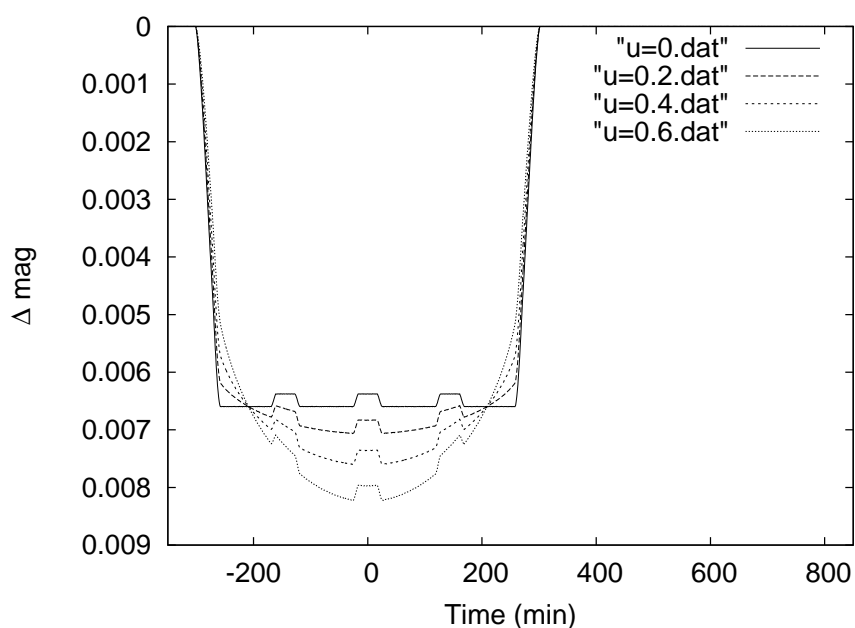
3. Eredmények

3.1. Paraméterek változtatásának hatása

A következőkben azt vizsgáltam, hogy a egyidejűleg csak egy-egy bemenő paramétert változtatva, az milyen módon változtatja meg a fénygörbe menetét. A paramétereket táblázatban foglaltam össze. Minden fénygörbéhez az alatta lévő táblázat tartozik, melyben az állandó paramétereket foglaltam össze, a változó az ábráról olvasható le.

- Peremsötétedés:

Legelőször a peremsötétedés (u) mértékét változtattam, következő eredményt kaptam:



4. ábra. Peremsötétedés változtatásának hatása

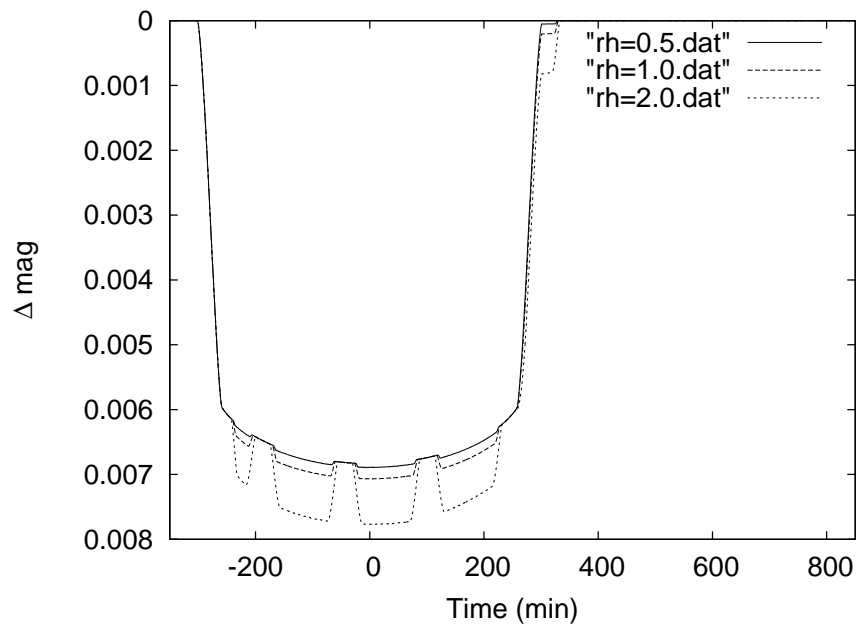
$i_b(^{\circ})$	$i_h(^{\circ})$	$m_*(m_N)$	$m_b(m_J)$	$m_h(m_F)$	$P_b(d)$	$P_h(d)$	$r_b(r_J)$	$r_h(r_F)$	$\alpha(rad)$
0	0	0.6	0.5	1	300	0.2	0.5	1	0

1. táblázat. Paraméterek

Látható, ha a csillagnak nincs peremsötétedése, akkor a fedés minimumában egyenest kapunk, melyre csak a hold hatása rakódik rá. Viszont egyre nagyobb u értéknél, azaz, ha csillag a pereme felé egyre erősebben sötétedik, akkor a fénygörbe egyre jobban begömbül. Ahogy a bolygó illetve a hold halad a csillag belseje felé, egyre nagyobb intenzitású részeket takar ki, melynek következtében egyre több fluxus vonódik ki a csillag fluxusából, a magnitúdó fokozatosan csökken. Egyenletes intenzitás-eloszlásnál azonban a bolygó illetve a hold csak a fedés kezdetekor (végén) takar ki egyre nagyobb (kisebb) részt a csillagból, a fedés alatt mindig ugyanakkora fluxusú rész kerül levonásra, ezért fényesség ezalatt állandó marad.

- Holdsugár:

Holdak sugarának változtatásakor az ember azt várja, hogy a hold által a fénygörbében okozott „hupplik” mélysége változik, méghozzá úgy, hogy nagyobb hold esetén mélyebb „gödröket” kell kapnunk a görbében. Ez így is van.



5. ábra. Különböző holdsugarak esete (értékek földátmérőben)

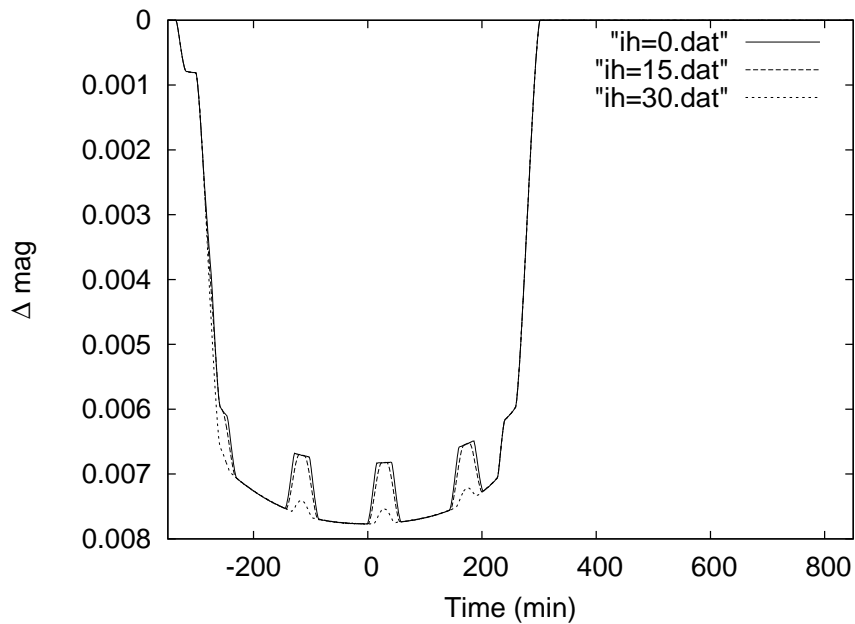
u	$i_b(^{\circ})$	$i_h(^{\circ})$	$m_*(m_N)$	$m_b(m_J)$	$m_h(m_F)$	$P_b(d)$	$P_h(d)$	$r_b(r_J)$	$\alpha(rad)$
0.2	0	0	0.6	0.5	1	300	0.2	0.5	$1.3 \cdot \pi$

2. táblázat. Paraméterek

Két földátmérőjű hold adott konfiguráció mellett már elég nagy, millimagnitúdós plusz fényességcsökkenést okoz, amely már igen kedvező lehet a kimutathatóság szempontjából. A „fő” fénygörbe mélységét pedig a bolygó mérete (hasonlóan a holdéhoz), illetve inklinációja határozza meg. Ha ugyanis a bolygó a csillag széléhez közel halad el, a peremsötétedés miatt korongjával kisebb intenzitású területet takar ki, mint a csillag középpontja közelében, tehát a széleken a fényességcsökkenés kisebb.

- Holdinklináció:

A hold inklinációját növelve a hold által a fénygörbén okozott „bemélyedések” nagysága nem, csak a „kiemelkedések” magassága és szélessége változott.



6. ábra. Hold inklináció változtatása (értékek fokban)

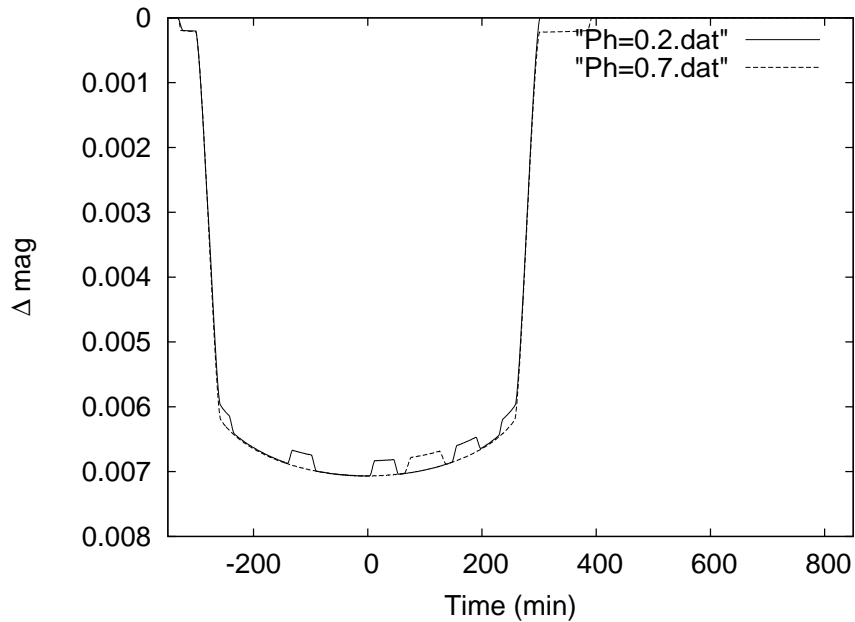
u	$i_b(^{\circ})$	$m_*(m_N)$	$m_b(m_J)$	$m_h(m_F)$	$P_b(\text{d})$	$P_h(\text{d})$	$r_b(r_J)$	$r_h(r_F)$	$\alpha(\text{rad})$
0.2	0	0.6	0.5	1	300	0.2	0.5	2	$0.8 \cdot \pi$

3. táblázat. Paraméterek

Ez annak tudható be, hogy a kiemelkedések időtartama alatt a hold nem takar ki részt a csillagból, azaz a bolygó előtt vagy mögött halad el. A „kiemelkedő” görbe alakja attól függ, hogy a hold éppen milyen távol halad el a bolygó középpontjától. Teljes bolygó-hold okkultáció esetén (amikor a hold korongja nem lóg túl a bolygó korongján) távolodva a bolygó középpontjától a kiemelkedő görbe magassága nem, csak szélessége változik, hiszen a hold egyre kevesebb időt van a bolygó korongján belül. Amikor a hold már „kilóg”, akkor már a görbe magassága is csökken, mivel ismét kitakar a csillagból egy kis részt, csökkentve ezzel a csillag fényességét.

- Keringési idő:

A hold és a bolygó keringési periódusát változtatva változik az egy fedés alatt megfigyelhető, hold által okozott modulációk száma. Bolygó (hold) keringési idejét növelve a „bemélyedések” száma növekszik (csökken). A moduláció időtartama is változik, ez a hold keringési periódusától függ, azzal egyenesen arányos.



7. ábra. Különböző hold keringési idők hatása (értékek napban)

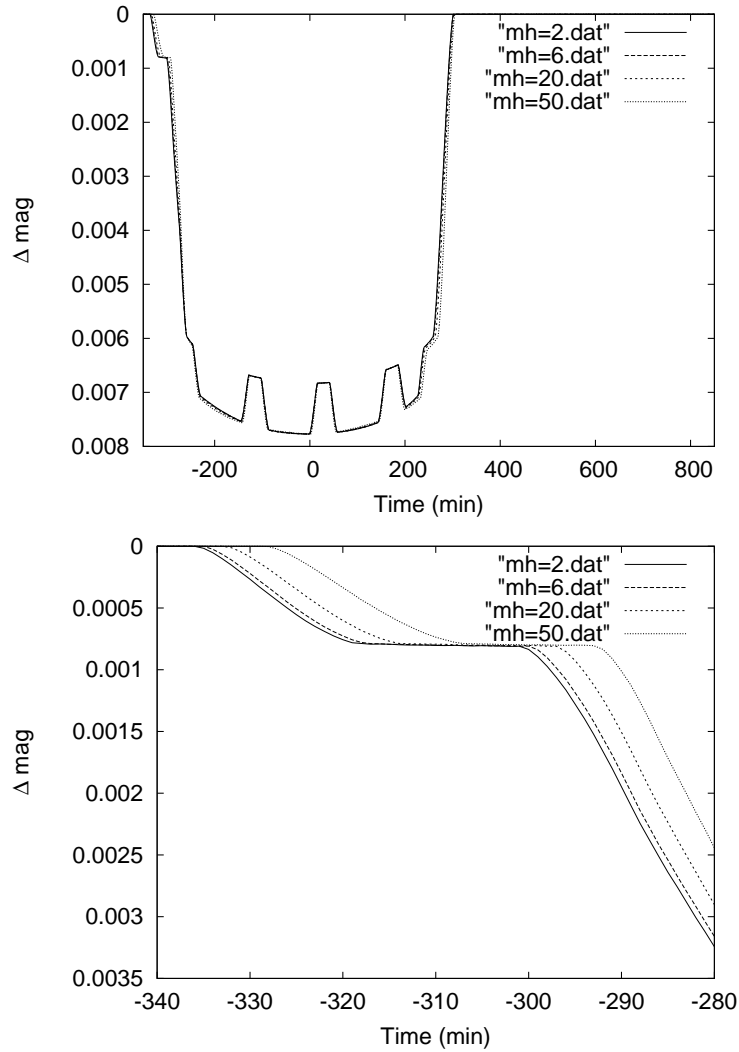
u	$i_b(^{\circ})$	$i_h(^{\circ})$	$m_*(m_N)$	$m_b(m_J)$	$m_h(m_F)$	$P_b(\text{d})$	$r_b(r_J)$	$r_h(r_F)$	$\alpha(\text{rad})$
0.2	0	0	0.6	0.5	1	300	0.5	1	$0.8 \cdot \pi$

4. táblázat. Paraméterek

Jelen esetben a bolygó periódusát változatlanul hagyva, a holdét növelve látható, hogy 0.2 napos periódusnál majd kétszer annyi „huppli” van, s a moduláció időtartama is rövidebb, mint 0.7 naposnál.

- Tömeg:

Mivel a hold és bolygó közös tömegközéppont körül kering, fellép az ún. „timing-effect”, vagyis a fedések kezdete illetve vége néhány percet ingadozhat. Ez az effektus azonban függ a bolygó és a hold tömegétől is. A következő ábrán a hold tömegének változtatásával a fedések kezdetének időpontjai késnek, egyre nagyobb hold esetén egyre később kezdődik az okkultáció.



8. ábra. Holdtömegek változtatásának hatása (értékek Föld-tömegben)

u	$i_b(^{\circ})$	$i_h(^{\circ})$	$m_*(m_N)$	$m_b(m_J)$	$P_b(\text{d})$	$P_h(\text{d})$	$r_b(r_J)$	$r_h(r_F)$	$\alpha(\text{rad})$
0.2	0	0	0.6	0.5	300	0.2	0.5	2	$0.8 \cdot \pi$

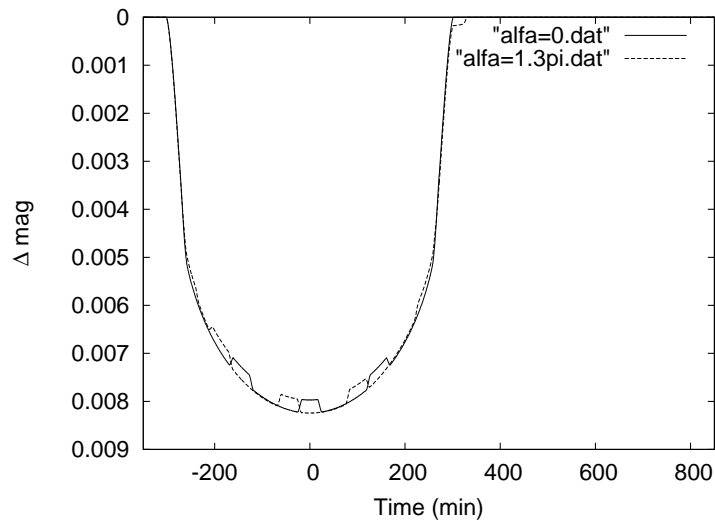
5. táblázat. Paraméterek

Jelen esetben a hold van vezető szerepben, így a konfiguráció a fedés kezdete: csillag, hold, tömegközéppont, bolygó. A hold kezdi meg a fedést. Nagyobb tömeg esetén a hold közelebb kerül a tömegközépponthoz (ami egyenesen kering a csillag körül), tehát ugyanabban az időpontban távolabb van a csillag peremétől, haladnia kell még, hogy elérje azt, így a fedés kezdete később

kezdődik. A változás kicsi, s csak extrém nagy tömegkülönbségeknél érzékelhető. Az ábrán 25x-ös tömegkülönbséghez 10 perces idő, valamint 0.001 (meredekebb rész) illetve 0.0005 (kevésbé meredekebb rész) magnitúdókülönbség tartozik.

- Fázis:

A kezdőfázissal a hold relatív helyzetét adom meg a bolygóéhoz képest. Ezt változtatva a hold által okozott modulációk helye változik meg a fénygörbén:



9. ábra. Különböző fázisértékek hatása (radián)

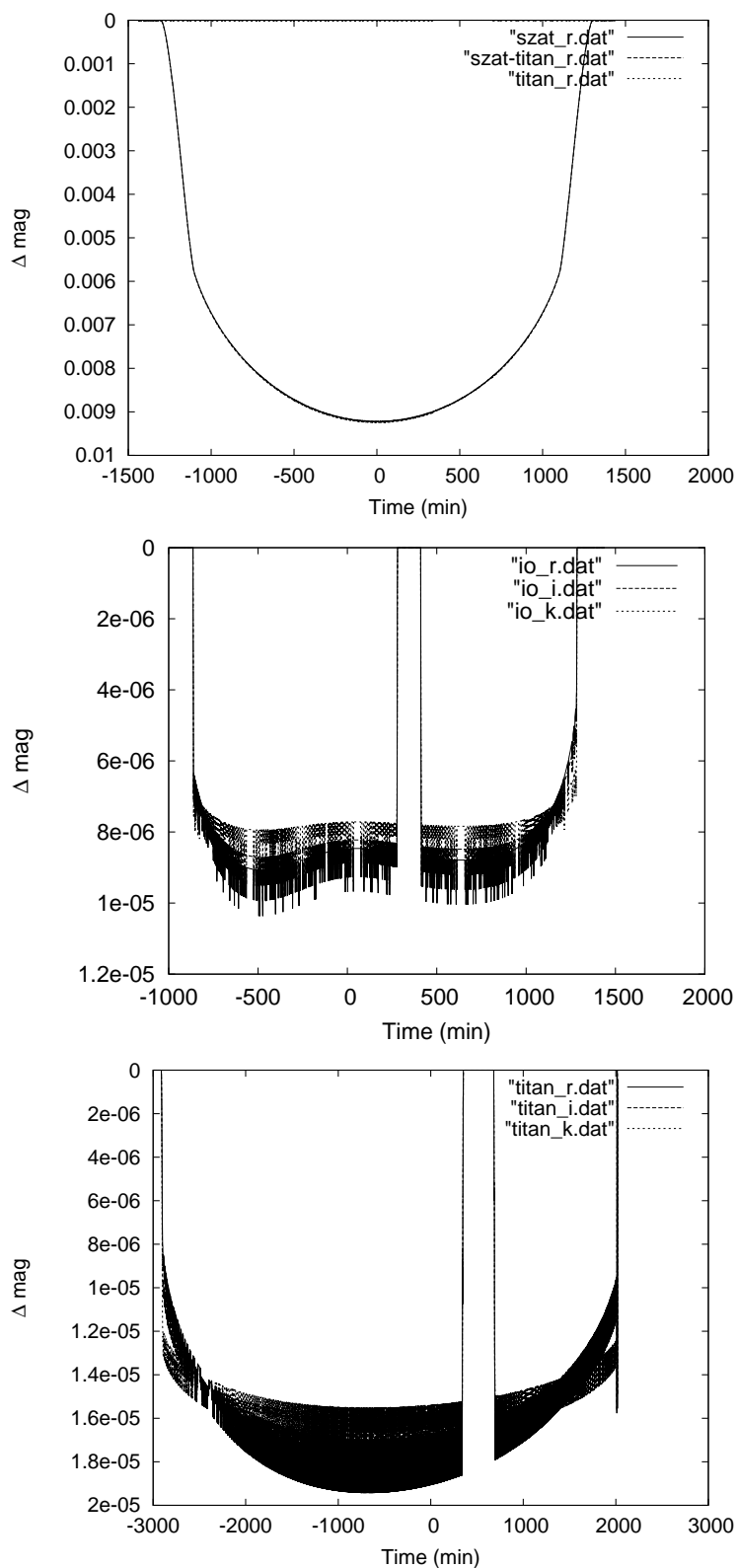
u	$i_b(^{\circ})$	$i_h(^{\circ})$	$m_*(m_N)$	$m_b(m_J)$	$m_h(m_F)$	$P_b(\text{d})$	$P_h(\text{d})$	$r_b(r_J)$	$r_h(r_F)$
0.6	0	0	0.6	0.5	1	300	0.2	0.5	1

6. táblázat. Paraméterek

3.2. Jupiter-Io, Szaturnusz-Titán

Megvizsgáltam, hogy a mi Naprendszerünkben akadna-e mai technikával kimutatható hold. Egyik jelöltem a Jupiter-Io páros, mivel a Jupiter a Naprendszerünk legnagyobb bolygója, hatása biztosan érzékelhető. Kellően távol van a Naptól, hogy a fedés alatt bekövetkezzen egy Jupiter-Io okkultáció. Másik pedig a Szaturnusz-Titán. Pálya inklinációknak nulla fokot, a többi paraméternek pedig a valós értékeket vettem.

A programot három szűrőben futtatam le: R, I és K, melyekhez különböző perem-sötétedés értékek tartoztak. A program lefutása után a fénygörbéken alig észrevehető moduláció volt megfigyelhető. Ezért készítettem olyan ábrákat is, amelyen csak a holdak hatása látszik. Erről már leolvasható volt az általuk okozott fényességcsökkenés. A következőket kaptam:



10. ábra. A láthatatlan moduláció (fent), Io (középen), Titán (alul) hatása

A holdakat nagy valószínűséggel mai technikával nem lehetne kimutatni. Az Io mindössze 0.01, a nagyobb átmérőjű Titan pedig 0.018 millimagnitudoval járulna hozzá Napunk fényességének csökkenéséhez. A képek elég zajosak, mivel a holdakat csak pár képpont építi fel. A fénygörbéken található rések időpontjaiban a holdak épp nem takarták ki a Napot, a bolygójuk előtt vagy mögött helyezkedtek el.

3.3. A hét valós exorendszer

A Schneider-katalógusban található kilenc rendszer közül hét⁶ köré nagy, de fizikai méretét tekintve még értelmes holdat tettem (gyakorlatilag egy kétszeres átmérőjű Földet), hogy minél nagyobb legyen a fénygörbén észlelhető változás. A holdakat olyan távol keringtettem a bolygójuk körül, hogy az még éppen Hill értelemben stabil pályán mozogjon. Erre azért volt szükség, mert kisebb sugarú pályán nagyobb hold illetve bolygó esetén a két égitest esetleg még összeérhet, amely fizikai képtelenség. A hold inklinációjának mindenütt nulla értéket választottam a nagyobb hatás érdekében. A kezdfázisnak több futási próba után az $1.3 \cdot \pi$ értéket találtam a legalkalmasabbnak. A beállított paramétereket táblázatban foglaltam össze:

Rendszer/Paraméter	$u(r/i/k)$	$i_b(^{\circ})$	$i_h(^{\circ})$	$m_*(m_N)$	$m_b(m_J)$	$m_h(m_F)$
TRES-1	0.7/0.6/0.34	1.8	0	0.87	0.61	1
TR-10	0.6/0.52/0.26	3.5	0	1.22	0.54	1
TR-56	0.6/0.52/0.26	9	0	1.04	1.45	1
TR-111	0.7/0.6/0.34	3.5	0	0.82	0.53	1
TR-113	0.7/0.6/0.34	0	0	0.77	1.35	1
TR-132	0.5/0.4/0.2	5	0	1.35	1.19	1
HD209458b	0.6/0.52/0.26	3.9	0	1.05	0.69	1

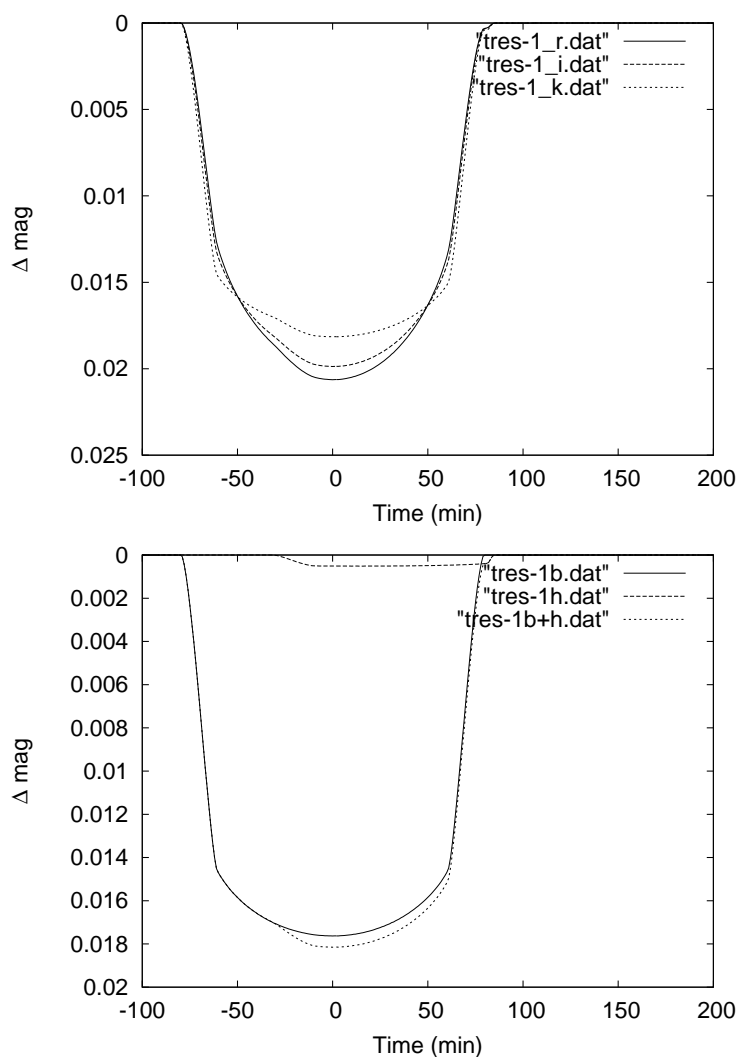
7. táblázat. A rendszerek paramétereit

Rendszer/Paraméter	$P_b(d)$	$P_h(d)$	$r_b(r_J)$	$r_h(r_F)$	$\alpha(rad)$
TRES-1	3.03	0.34	1.08	2	$1.3 \cdot \pi$
TR-10	3.10	0.34	1.16	2	$1.3 \cdot \pi$
TR-56	1.21	?	1.23	2	$1.3 \cdot \pi$
TR-111	4.01	0.37	1	2	$1.3 \cdot \pi$
TR-113	1.43	0.136	1.08	2	$1.3 \cdot \pi$
TR-132	1.69	0.193	1.13	2	$1.3 \cdot \pi$
HD209458b	3.52	0.36	1.32	2	$1.3 \cdot \pi$

8. táblázat. A rendszerek paramétereit, folyt.

Végeredményként azt kaptam, hogy a TR-56-os rendszer köré nem tudtam értelmes méretű, fizikailag elfogadható távolságban keringő stabil holdat elhelyezni. A többi rendszerben a holdak maximum 0.7 mmag-val járultak hozzá a bolygó hatásán felül a fénycsökkenéshez. Mindez persze két földátmérőjű hold hatására, amiről azért elmondható, hogy nem éppen kicsi hold. Összehasonlítva csak a bolygó és bolygó-hold által létrehozott fénygörbét (11. ábra, alsó kép), hold esetén a csillag körülbelül 20 perccel később éri el azt a fényességértéket, mint amit hold nélkül a 0 időpontban. A „semi-transit effect” is megfigyelhető a fedés végén, amikor a bolygó már kilépett, de a hold még fed, s csillag szélén található. Csak két ábrán mutatom be a hatásokat, mivel a többi rendszer fénygörbéje nagyon hasonló eredményt mutatott.

⁶A modellezés óta két újabb fedési exobolygóval bővült a katalógus.



11. ábra. Tres-1

A felső ábrán a Tres-1 és holdja által leírt fénygörbe látható három szűrőben. A görbe menetén a kb. 0 időponttól kezdve látható valami szabálytalanság, egy kicsit mélyebb („öblösebb”) azon az oldalon, mint a 0 előtti időpontban. Az alsó ábrán pedig külön-külön bolygó, hold és közös fénygömbét ábrázoltam K szűrőben. Látható, hogy a „kidudorodást” valóban a hold hozta létre.

0.1 millimagnitudo pontosságot feltételezve, ezek a hatások a Kepler és a COROT űrtávcső számára már talán kimutathatóak lesznek, feltéve ha a zaj nem nyomja el őket.

3.4. S még három kitalált

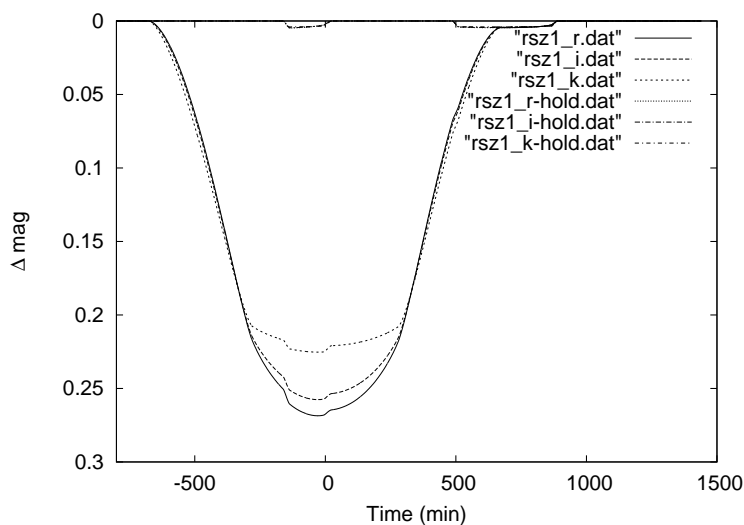
Ahhoz, hogy egy exobolygó által létrehozott fénygörbén a hold hatása periódikusan megfigyelhető legyen, a holdnak az okkultáció időtartama alatt többször is meg kell kerülnie a bolygóját. Ez akkor lehetséges, ha a bolygó elég távol van a csillagtól, nagy a keringési periódusa. A következőkben ilyen rendszerek fénygörbéjét állítottam elő. Minden ábrán látható a bolygó-hold által, valamint csak a hold által létrehozott fénygörbe, három szűrőben: R, I, K.

Mindhárom rendszerben a bolygó- és holdinklináció értéke 0 fok, valamint a csillagok körül Jupiter tömegű, másfél Jupiter átmérőjű bolygók keringenek. A többi paraméter értékét táblázatba foglaltam össze:

Rsz/Paraméter	$u(r/i/k)$	$m_*(m_N)$	$m_h(m_F)$	$P_b(d)$	$P_h(d)$	$r_h(r_F)$	$\alpha(rad)$
rsz1	0.7/0.6/0.24	0.3	2	4330	0.9	2.3	$1.3 \cdot \pi$
rsz2	0.6/0.5/0.26	1	2	4330	0.9	2.3	$0.8 \cdot \pi$
rsz3	0.72/0.61/0.32	0.5	1	6330	1.2	2	$0.8 \cdot \pi$

9. táblázat. A rendszerek paraméterei

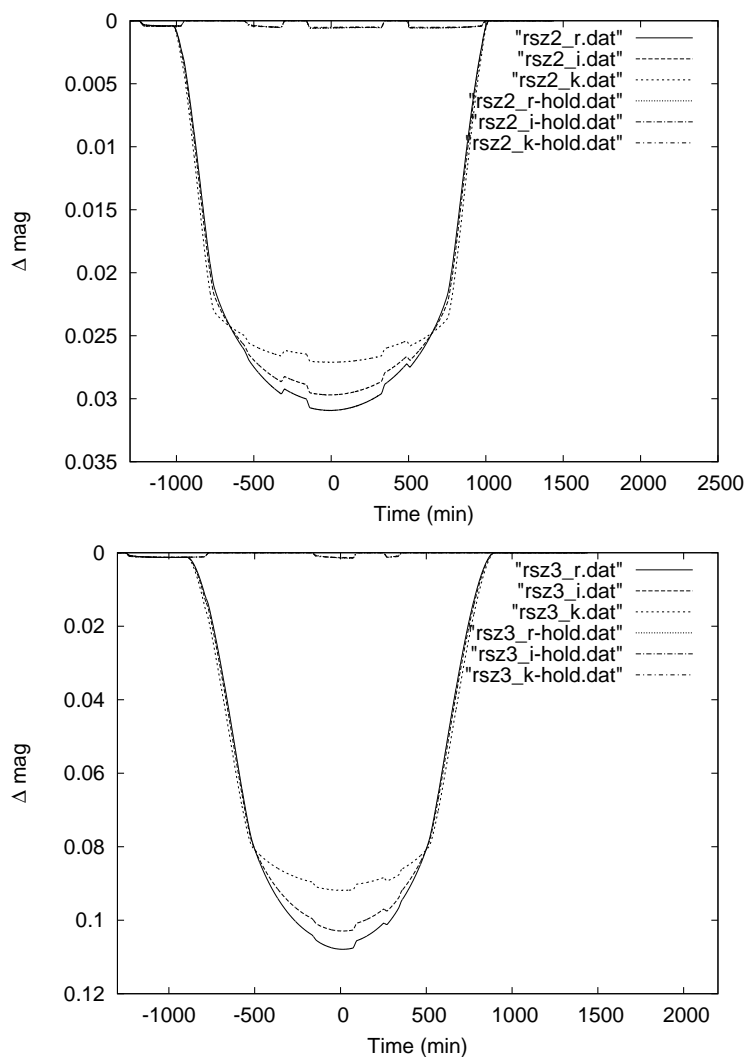
Az első rendszerben a központi csillag egy kis tömegű vörös törpe.



12. ábra. Az első rendszer fénygörbéje

Látható, hogy egy ilyen rendszerben a bolygó majd 0.3, a hold pedig 0.01(!) magnitúdós fényességcsökkenést okoz. Ezt a holdat akár földi távcsövekkel is ki lehetne mutatni. Azonban több nagy hátránya van az ilyen rendszereknek. Egyrészt, mivel a bolygó nagy sugarú pályán kering, pályasíkjának nagyon pontosan a látóirányunkba kell esnie, nagyon kis eltérés már megghiúsítaná a fedést. Másrészt mivel a bolygónak nagyon nagy (több, mint 10 év) a keringési periódusa, csak egy-két alkalommal lehetne lehetőség a fénygörbét felvenni.

A következő két rendszer is hasonló. Szintén távol keringenek a csillagtól, a fénygörbéken több holdmoduláció látszik. A holdak hatása kisebb, azonban a Kepler és a COROT számára még éppen kimutathatóak ezek a hatások.



13. ábra. A 2. és 3. rendszer fénygörbéje

Bár nem része a nyári munkámnak, de szeretném megemlíteni Szabó M. Gyula és Divéki Zsolt továbbfejlesztett programját. Ez a program 500 rendszert generált véletlenszerűen, a paramétereket értelmes fizikai határon belül változtatva. Azt vizsgálta, hogy a generált rendszerek közül hány kimutatható a mai (0.1 millimagnitúdós pontosság), ill jövőbeli (0.01 millimagnitúdós pontosságot feltételezve) technikával. Végeredményként az 500 rendszer közül 51 figyelhető meg a jövőben, míg csak 8 érhető el a Kepler illetve a COROT számára. (Szabó és mtsai., 2006)

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Szabó M. Gyulának és Dr. Szatmáry Károlynak, hogy megkerestek ezzel az exoholdas témával, amellyel elindulhattam a tudományos kutatómunka útján, továbbá, hogy észrevételeikkel, szakmai tanácsaikkal segítettek a gyakorlat elvégzésében. Köszönet illeti Divéki Zsoltot, valamint szobatársamat Csányi Attilát a programozás rejtelseibe való bevezetésért. Nem utolsó sorban szeretnék köszönetet mondani a családomnak a támogatásért.

Hivatkozások

- [1] A. Claret, J. Díaz-Cordovés & A. Giménez, 1995, *A&AS* 114, 247-252
- [2] Auvergne, M., Boissard, L., Buey, J-T. M., és mtsai., 2003, *SPIE*, 458, 170
- [3] Borucki, W.J., Koch, O.G., Lissauer, J.J., 2003, *SPIE*, 458, 129
- [4] Brown, T.M., és mtsai., 2001, *AJ*, 552, 699
- [5] Charbonneau, D., és mtsai., 2005, *astro-ph/0508051*
- [6] Érdi Bálint, 2003, *Égi mechanika*, 176-209
- [7] Sartoretti, P., Schneider, J., 1999, *A&AS*, 134, 550
- [8] Szabó Gy., Szatmáry K., Simon A., Divéki Zs., 2006, *A&A*, beküldve
- [9] Szatmáry K., 2003, *Bolygók más csillagok körül*, Meteor csillagászati évkönyv, 204-221

Függelék

```

var
  i,j,k:longint;
  starint: array[-3000..3000,-2000..2000] of real;
  ib,ih,ik: array[-2000..2000] of real;
  r1,r2,hatv,rcsillag,mu1,mu2,nu,l2x,l2y,v,rb,rh,ker,t,vh,h1,h2,ab,ah:real;
  I0,l,gamma,delta,xtkp,ytkp,deltax,deltay,xb,yb,xh,yh,tb,th,tk:real;

const
  inkb=: {bolygo inklinacio}
  inkh=: {hold inklinacio}

  u=: {peremsotetedes}

  m1=: {csillag tomege napegys}
  m2=: {bolygo tomege jupiteregys}
  m3=: {hold tomege foldegys (pl.:ganymedes)}

  pb=: {bolygo ker ido napokban}
  ph=: {hold ker ido napokban}
  alfa=: {hold kezdofazisa}

  rbolygo=: {bolygo sugara jupiteregys}
  rhold=: {hold sugara foldegys}

function C(x,y,a,b:real):real;
begin
  r1:=sqrt(sqr(x-a)+y*y); {naptol valo tav}
  r2:=sqrt(sqr(x+1-a)+y*y); {foldtol valo tav}
  C:=((1-a)*r1+r1+a*r2+r2)+2*(1-a)/r1+2*a/r2-b*b; {C definicioja}
end;

procedure stability; {hill stabilitas vizsgalo resz} (A)
begin
  if m1<1 then hatv:=0.85 else hatv:=0.56; {csillag tomeg-sugar osszefugges}
  rcsillag:=exp(hatv*ln(m1))*696000; {csillag sugara napegys}

  mu1:=(m2/1047.37)/(m2/1047.37+m1); {tomegarany (1047.37=jupiter/nap)}
  nu:=exp((1/3)*ln(mu1/(3-3*mu1))); {definicio}

  l2x:=mu1-1+nu*(1.0-nu/3-nu*nu/9-23/81*nu*nu*nu+151/243*sqr(sqr(nu))-sqr(sqr(nu))*nu/9);
  {L2 pont x koord}
  l2y:=0; {L2 pont y koord}

  v:=0; {L2 pont sebessége}

  rb:=exp((1/3)*ln(7.496e-6*pb*pb*(m2/1047.37+m1))); {bolygo naptol valo tav (CSE)}
  {7.469e-6 kostansok szorzata, kepler III-at hasznalva}
  rh:=exp((1/3)*ln(7.157e-9*ph*ph*(m3/316.66+m2))); {hold foldtol valo tav (CSE)}
  {7.157e-9 kostansok szorzata, kepler III-at hasznalva}

  ker:=2*rh/rb*pi; {holdpalya kerulete}
  t:=((2*pi)/pb)*ph; {hold ker ideje 2pi egys.ben (def.)}
  {(2*pi)/pb a forgo koord. rsz. szogsebessége}
  vh:=ker/t; {hold sebessége}

  h1:=mu1-1-rh/rb; {hold helyzete: H-B-N}
  h2:=mu1-1+rh/rb; {hold helyzete: B-H-N}

  ab:=69000*rbolygo/rcsillag; {bolygo sugara csillagsugar egysegben}
  ah:=6378*rhold/rcsillag; {hold sugara csillagsugar egysegben}
  rb:=rb*149600000/rcsillag; {bolygo palyasugara csillagsugar egysegben}
  rh:=rh*149600000/rcsillag; {hold palyasugara csillagsugar egysegben}
  mu2:=m3/(m2*316.6666); {hold es bolygo tomegaranya}
end;

procedure starmodel; {elkesziti az 1000 "egyseg" sugaru csillagot} (B)
begin
  for i:=-3000 to 3000 do

```

```

begin
  for j:=-2000 to 2000 do
    begin;
      if ((i*i+j*j) <= 1000*1000) then starint[i,j]:=1-u+u*sqrt(1-(i*i+j*j)/1000000)
      else starint[i,j]:=0;
    end;
  end;
end;

procedure starflux;      {egyszeru integralas a -1000:1000,-1000:1000 racson}      (C)
begin
  for i:=-1000 to 1000 do
    begin
      for j:=-1000 to 1000 do
        begin;
          I0:=I0+starint[i,j];
        end;
      end;
    end;
end;

procedure bolygotakarast; {bolygo és kozos takarast szamol}      (D1)
begin
  ib[k]:=0;
  ik[k]:=0;
  if (trunc((xb-ab)*1000)-1>-3000) and (trunc((xb+ab)*1000)+1<3000) then
  begin;
    for i:=trunc((xb-ab)*1000)-1 to trunc((xb+ab)*1000)+1 do
      begin;
        for j:=trunc((yb-ab)*1000)-1 to trunc((yb+ab)*1000)+1 do
          begin;
            if (sqr(i-xb*1000)+sqr(j-yb*1000)<=ab*ab*1e6) then ib[k]:=ib[k]+starint[i,j];
            if ((sqr(i-xb*1000)+sqr(j-yb*1000)<=sqr(ab)*1e6) and
              (sqr(i-xh*1000)+sqr(j-yh*1000)<=sqr(ah)*1e6)) then ik[k]:=ik[k]+starint[i,j];
          end;
        end;
      end;
    end;
end;

procedure holdtakarast; {holdtakarast szamol}      (D2)
begin
  ih[k]:=0;
  if (trunc((xh-ah)*1000)-1>-3000) and (trunc((xh+ah)*1000)+1<3000) then
  begin;
    for i:=trunc((xh-ah)*1000)-1 to trunc((xh+ah)*1000)+1 do
      begin;
        for j:=trunc((yh-ah)*1000)-1 to trunc((yh+ah)*1000)+1 do
          begin;
            if (sqr(i-xh*1000)+sqr(j-yh*1000)<=ah*ah*1e6) then ih[k]:=ih[k]+starint[i,j];
          end;
        end;
      end;
    end;
end;

BEGIN

stability;
starmodel;
starflux;

if ((C(h1,0,mu1,vh)+C(h2,0,mu1,vh))/2<C(12x,12y,mu1,v)) or (ab+ah>rh) then {letezik-e a rsz.?.}
begin
  writeln('megszivtad');
  writeln('C(hold):', (C(h1,0,mu1,vh)+C(h2,0,mu1,vh))/2:8:6, ' ?> C2:', C(12x,12y,mu1,v):8:6);
  writeln('hold sugara+bolygo sugara:', ah+ab:8:6, ' ?< b-h tavolsag:', rh:8:6);
end
else
begin;
  if 360*pb<1440 then l:=360*pb else l:=1440;      {ne kelljen sokat varni}
  if 1000+1000*(rh+ah)>1000*rb*(sin(inkb*pi/180)/cos(inkb*pi/180)) then      {fedes lehet-e}
  begin;
    for k:=-trunc(l) to trunc(l) do

```



```

begin;
gamma:=2*pi*k/(1440*pb);           {y koord tengely also szarától merve}
delta:=alfa+2*pi*k/(1440*ph);     {y koord tengellyel || tengelytől merve}

xtkp:=rb*sin(gamma);              {hold-bolygo rsz tkp-janak x koord}
ytkp:=-rb*cos(gamma)*sin(inkb*pi/180); {hold-bolygo rsz tkp-janak y koord}

deltax:=rh*sin(delta);
deltay:=-rh*cos(delta)*sin(inkh*pi/180);

xb:=(xtkp-mu2)/(1+mu2)*deltax;
yb:=(ytkp-mu2)/(1+mu2)*deltay;

xh:=(xtkp+1)/(1+mu2)*deltax;
yh:=(ytkp+1)/(1+mu2)*deltay;

bolygotakaras;                    {csak a bolygo koruli negyzetben szamol intenzitast}
holdtakaras;                       {csak a hold koruli negyzetben szamol intenzitast}

tb:=0;th:=0;tk:=0;

tb:=ib[k];
th:=ih[k];
tk:=ik[k];

writeln(k, ' ', -2.5*(ln((I0-(tb+th)+tk)/I0)/ln(10)));
{hozzadja a kozost, ami ketszer lett levonva, ha bolygo-hold fedes van}
{itt szamitja a magnitudot a takarasok figyelembe vetelevel}
end;
end else writeln('nincs fedes');
end;

END.

```