

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM

Természettudományi és Informatikai Kar

Kísérleti Fizikai Tanszék



SZAKDOLGOZAT

A Doppler-erősítés

Készítette: Virág Dániel

fizika BSc szakos, csillagász szakirányos hallgató

Témavezető: Dr. Szatmáry Károly

habil. egyetemi docens

Szeged, 2013

Tartalomjegyzék

Bevezetés	2
1. Exobolygó detektálási módszerek	4
1.1. Közvetlen módszerek	5
1.2. Közvetett módszerek	5
2. A Doppler-erősítés	9
2.1. Elméleti alapok	9
2.2. A radiális sebesség	9
2.3. Alkalmazás planetáris rendszerekre	13
3. A Doppler-erősítés számítása konkrét esetben	15
3.1. A koordináták átszámítása	15
3.2. A megfigyelő radiális sebességének meghatározása	15
3.3. A megfigyelt csillag radiális sebességének meghatározása	18
3.4. A Doppler-erősítés számítása	18
3.5. Eredmények	19
4. Kutatási eredmények	22
4.1. A kezdetek	22
4.2. Tranzitos rendszerek	25
4.3. A BEER algoritmus	29
4.4. Aktív galaxismagok	34
4.5. Kompakt kettősök	38
Összefoglalás	40
Függelék	41
Irodalomjegyzék	47
Köszönetnyilvánítás	49
Nyilatkozat	50

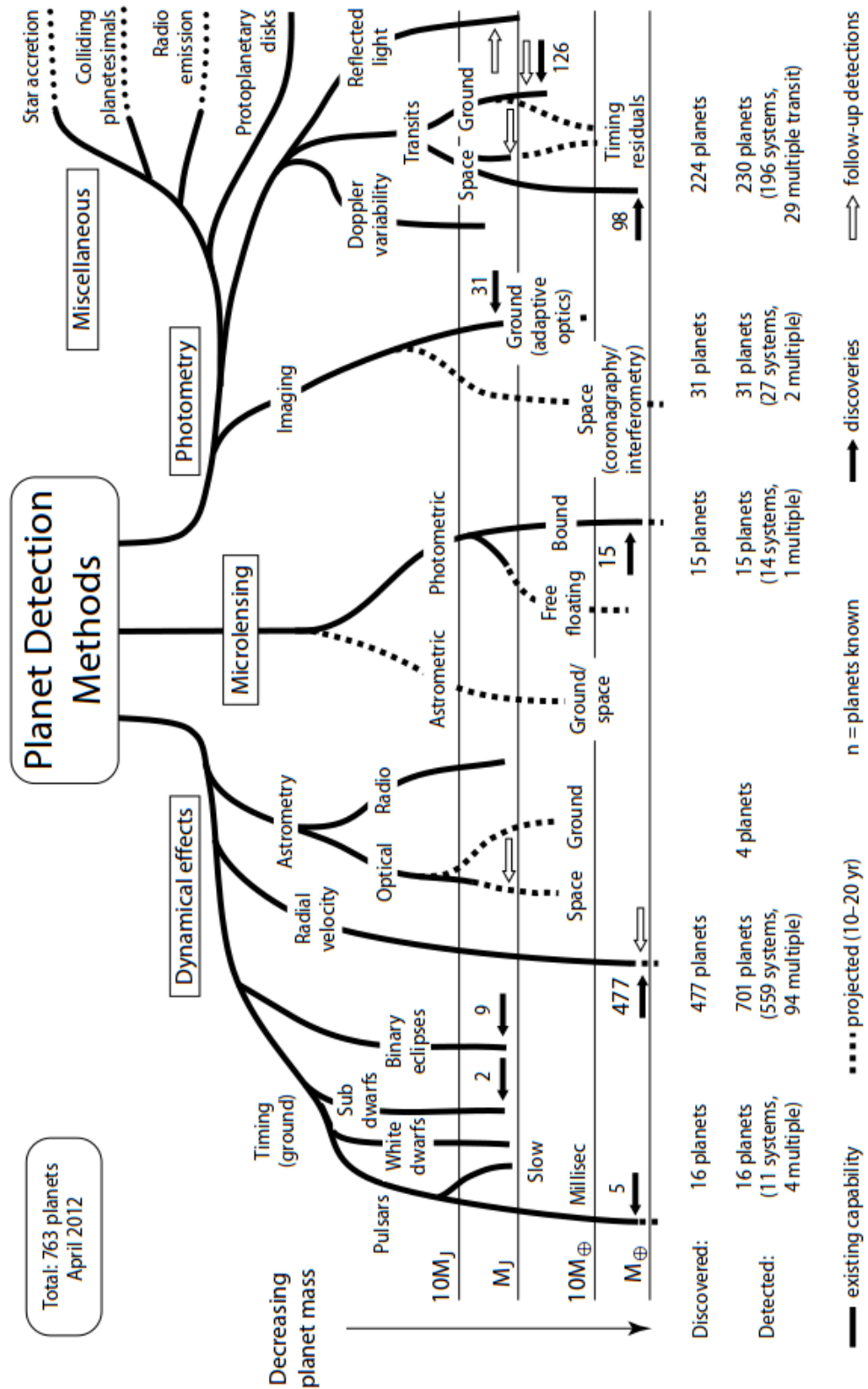
Bevezetés

Az exobolygók, azaz más csillagok körül keringő planéták léte régóta foglalkoztatja az emberiséget. Már az ókori görögök eltűnődtek azon, hogy vajon léteznek-e más világok. Galileo Galilei 1609-ben csillagászati megfigyelésekre kezdte használni a távcsövet. Az új eszközzel addig soha nem látott részletességgel lehetett megfigyelni az Univerzumot. Galilei a Jupiter holdjait is vizsgálta, és így további bizonyítékkal szolgált más világok létezésének lehetőségére. Christiaan Huygens *Cosmotheros* című művében (1698) arról elmélkedik, hogy milyen lehet az élet más bolygókon. 1855-ben Capt. W. S. Jacob, az indiai Madras obszervatóriumának munkatársa keringési anomáliákat vélt felfedezni a 70 Ophiuchi elnevezésű kettős rendszerben. A jelenséget exobolygó létezésével magyarázta. Ez az eset volt az első ilyen jellegű téves riasztás, ami újabb hibás felfedezésekhez vezetett az elkövetkezendő mintegy másfél évszázadban. 1925-ben a Mount Wilson obszervatórium 100 inch átmérőjű teleszkópjának segítségével Edwin Hubble bebizonyította, hogy az égbolton látható foltok távoli csillagvárosok, olyanok mint a mi Tejútrendszerünk. Ez az úttörő felfedezés megváltoztatta a világról alkotott nézeteinket. 1960-ban útjára indult a *Star Trek* című filmsorozat, amelyben különböző exobolygókon különböző idegen civilizációkat ismerhetünk meg. Mr. Spock és társainak otthona a 40 Eridani hármas rendszer A jelű csillaga körül keringő Vulkán bolygó [24]. Az első publikált és később megerősített exobolygó felfedezés 1988-ra tehető, amikor is kanadai csillagászok a γ Cephei csillagnál viszonylag nagy radiális sebesség ingadozást találtak. Úgy vélték, a kísérő tömege $1-9 M_{Jup}$ lehet, de további megfigyelésekre volt szükség [3]. Egy évvel később egy másik kutatás során hasonló eredmény született, a kísérő periódusát öt évnél nagyobbra, tömegét pedig $1,5-2 M_{Jup}$ -re becsülték [17]. 1992-ben kétségek merültek fel a bolygó létezését illetően [30], majd 2002-ben pont került az ügy végére, ekkor kétséget kizáróan megerősítették a bolygó létezését. A mérések alapján a keringési periódus 906 nap, a pálya félnagy tengelye 2,13 CSE, a bolygótömeg pedig $1,7 M_{Jup}$ [13].

Ezt a felfedezést számos másik követte, az idők folyamán több detektálási módszer fejlődött ki. Ezekről a módszerekről írok röviden az első fejezetben. Szakdolgozatom központi témája, a Doppler-erősítés is tulajdonképpen ezen módszerek közé tartozik. Ha egy csillag rendelkezik bolygóval, akkor maga a csillag is kering a közös tömegközéppont körül, a megfigyelőhöz képest periodikusan változó radiális sebesség pedig periodikus változást okoz a csillag látszólagos fényességében. Ezen módszer alkalmas nem tranzitos kettős (vagy többes) rendszerek felfedezésére. A második fejezetben írok a jelenség fizikájáról. Mivel az effektus mértékének számításához fontos tudni a megfigyelt objektumnak a megfigyelőhöz viszonyított radiális sebességét, kétfest

problémát feltételezve részletesen írok az ellipszis pályán mozgó test sebességének meghatározásáról. Megemlítem továbbá azt a két másik hatást (reflexiós, ellipszoidális), amelyek szintén periodikus fényességváltozást okoznak, és amelyekkel ezért foglalkozni kell, amikor fotometriai módszerrel dolgozunk. A relatív mozgásból származó fényesség moduláció nagyon kicsi, de az űrtávcsövek korszakában már kimérhető. Egy 2003-ban publikált szakcikkben javasolják először ezen hatás vizsgálatát, és a Kepler, a MOST valamint a CoRoT eszközök felbocsátása óta néhány kutató ki is mutatta ezt a fényességváltozást az említett teleszkópok mérései alapján. A teljesség igénye nélkül, a negyedik fejezetben bemutatok néhány publikált eredményt, illetve egy konkrét algoritmust, amely mindhárom effektust egyszerre keresi a fénygörbéken, mérési adatokban. A harmadik fejezetben egy konkrét esetre végzek el számítást, a Kepler űrtávcső Nap körüli mozgásából származó fényességváltozás mértékét határozom meg egy általam írt program segítségével. A fejezet ennek a számításnak, és a program működésének részleteiről szól.

1. Exobolygó detektálási módszerek

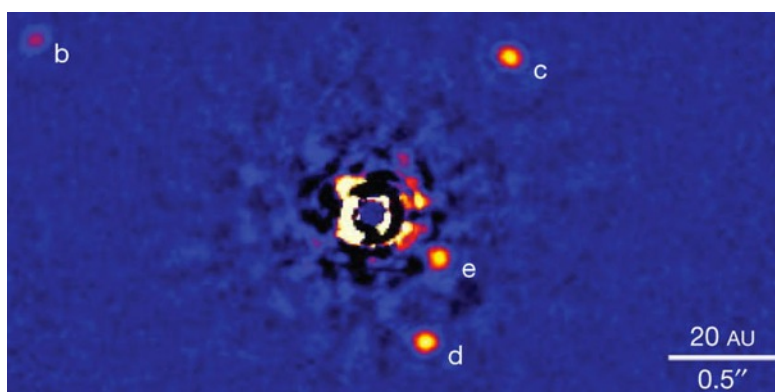


1. ábra. Az exobolygók detektálásának módszerei, (Perryman, 2012, [23])

A detektálási módszerek két nagy csoportját különböztethetjük meg: vannak közvetlen és vannak közvetett módszerek. Előbbi esetben közvetlenül az exobolygót figyeljük meg, utóbbi esetben pedig az exobolygónak a csillagára gyakorolt hatását.

1.1. Közvetlen módszerek

Ebbe a kategóriába tartozik a direkt képalkotás, amelynek során arra törekszünk, hogy a bolygóról érkező fényt detektáljuk, elkülönítve azt a csillag fényétől (2. ábra). A legnagyobb nehézséget a detektálni kívánt gyenge jelnek a csillag sokkal erősebb fényétől való megkülönböztetése jelenti. A legfontosabb paraméterek a bolygó és a csillag lát-szólagos távolsága, valamint a csillagról és a bolygóról érkező fluxus aránya. Ilyen közvetlen felvételek leginkább az infravörös tartományban készülnek, ugyanis itt a legkisebb a különbség a csillag és a bolygó sugárzása között. További közvetlen módszer, amikor a bolygó hőmérsékleti sugárzásából adódó infravörös többlet sugárzást detektáljuk a csillagot figyelve [27].



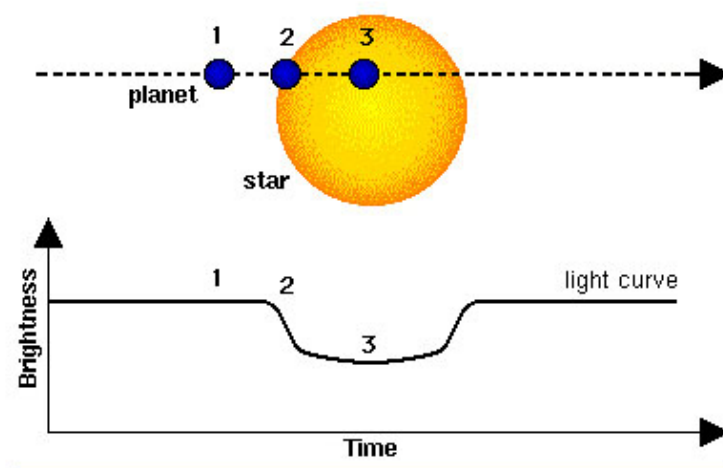
2. ábra. Direkt kép a HR8799 jelű rendszerről (Marois et al., 2010, [20])

1.2. Közvetett módszerek

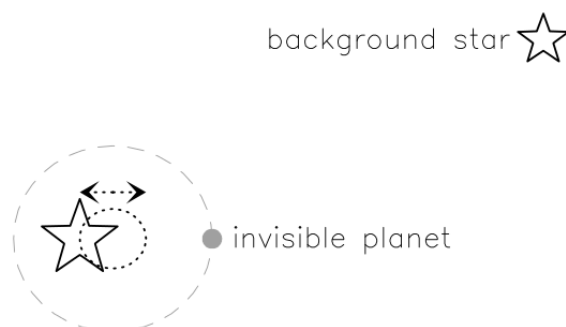
Exobolygók felfedezése leginkább közvetett módszerek segítségével történik, amikor a bolygó valamilyen hatását detektáljuk a csillagot figyelve. Ide tartoznak fotometriai, asztrometriai, spektroszkópiai módszerek, a gravitációs-lencse-hatás, valamint pulzárjelek modulációjának megfigyelése [27].

Ha az exobolygó pályasíkja olyan, hogy közel van a megfigyelő látóirányához, akkor időnként (periodikusan) - amikor elhalad csillaga előtt, - a bolygó kis mértékű fényesség csökkenést okoz, ami detektálható (3. ábra). A fényességben történő változás ezred, század magnitúdó nagyságrendű, függően a bolygó méretétől és a csillag típusától. Ha a tranzit időpontja ingadozik, azaz nem azonos időközönként következik be a jelenség,

akkor arra lehet következtetni, hogy további bolygói vannak a megfigyelt csillagnak [27]. Szintén fotometriai módszer a Doppler-erősítéssel kapcsolatos módszer, amely szakdolgozatom központi témája. Ha egy csillag bolygóval rendelkezik, akkor a csillag is kering a rendszer közös tömegközéppontja körül, amelynek köszönhetően ciklikusan változik a radiális sebessége, és így a Doppler-erősítés miatti fényesség moduláció is ciklikus lesz.



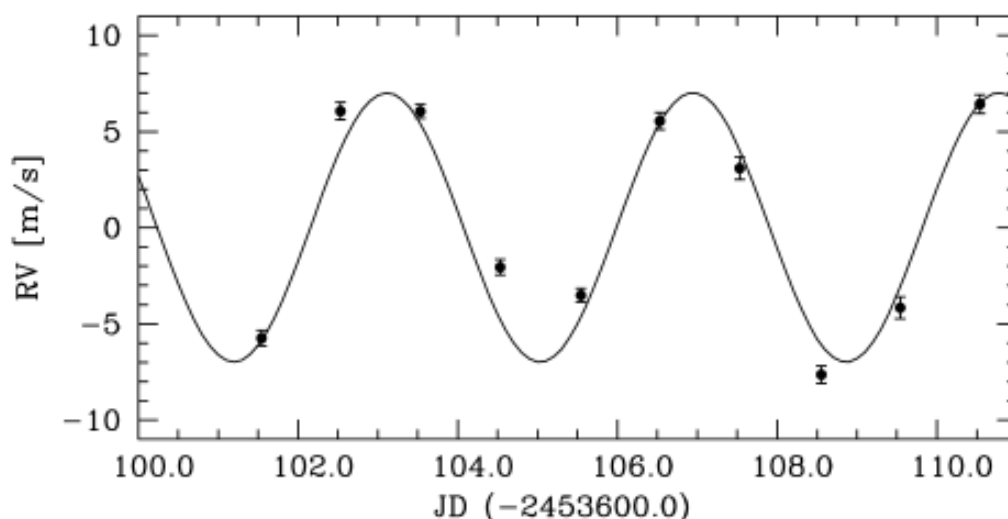
3. ábra. Tranzitos bolygóval rendelkező csillag fényesség változása (CNES, [7])



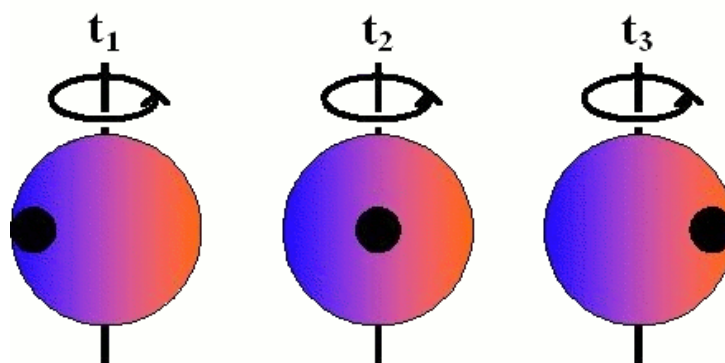
4. ábra. A csillag mozgása az égbolton (Launhardt, 2009, [16])

A csillag mozgása a közös tömegközéppont körül az égbolton elmozdulást okoz más, messzebb lévő, és/vagy kísérő nélküli csillagokhoz képest (4. ábra). Ezen elmozdulás mérése az asztrometriai módszer lényege. A (7) egyenlet alapján elmondható, hogy a csillag pályájának mérete függ a két objektum tömegétől, valamint a bolygó pályájának geometriai méretétől. Az égbolton való látszólagos elmozdulás még függ a rendszernek a megfigyelőtől való távolságától is.

A tömegközéppont körül periodikus mozgást végző csillag színekében a vonalak a Doppler-effektus miatt egyszer kékeltolódást, máskor vöröseltolódást mutatnak. A színeképvonalak vizsgálatával a csillag radiális sebességének változását követhetjük nyomon (5. ábra), a változásból kísérő jelenlétére lehet következtetni. Ha a radiális sebesség változását több periodikus függvénnyel lehet leírni, akkor a csillagnak több bolygója van [27].



5. ábra. A HD 219828 jelű csillag radiális sebességének periodikus változása (Melo et al., 2007, [22])

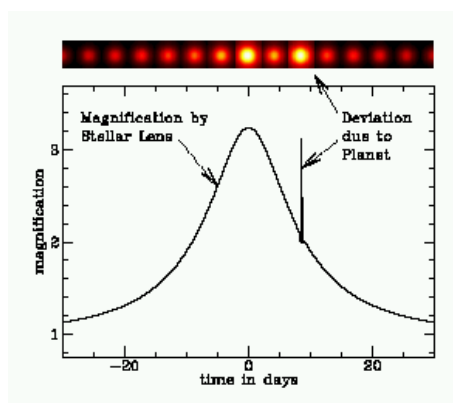


6. ábra. A Rossiter-McLaughlin effektus (Sugarbaker, 2007, [25])

Egy másik spektroszkópai módszer a Rossiter-McLaughlin effektusra épül. Forgás miatt a csillag egyik oldaláról érkező sugárzás vöröseltolódást szenved (a középső területekhez képest), mivel a sugárzást kibocsátó részek távolodnak, a másik oldaláról érkező pedig kékeltolódik, mivel itt közeledés tapasztalható. Ha egy másik test, például egy bolygó elhalad a csillag előtt, blokkol némi vörös- (vagy kék-) eltolódott sugárzást, aminek

következtében úgy érzékeljük, mintha változott volna a csillag relatív sebessége. A 6. ábrán szereplő esetben a jelenség elején összességében vöröseltolódást, a jelenség végén pedig kékeltolódást tapasztalunk, miközben a csillag valódi radiális sebessége gyakorlatilag nem változik.

Ha egy csillagnak bolygója van, és gravitációs lencseként funkcionál, akkor a távoli objektum fényének rövid idejű felerősödése jellegzetes módon megy végbe (7. ábra).



7. ábra. Gravitációs lencseként működő, bolygóval rendelkező csillag által okozott fényesség erősítés (Astronomy Online, [1])

Különböző források szerint a mai napig különböző számú exobolygót fedeztek fel, de elmondható, hogy a megerősített objektumok száma közelít az ezerhez, míg legalább két és fél ezer bolygó vár megerősítésre [24] [9] [28].

2. A Doppler-erősítés

2.1. Elméleti alapok

Egy, a megfigyelőhöz képest v nemrelativisztikus sebességgel mozgó csillag bolometrikus fluxusa a Doppler-hatás miatt a valóditól eltérőnek látszik [18]:

$$F = F_0 \left(1 + 4 \frac{v_r}{c}\right) \quad (1)$$

ahol c a fénysebesség, v_r a csillag radiális sebessége (közeledés esetén pozitív, távolodáskor negatív), F_0 pedig a bolometrikus fluxus abban az esetben, ha a forrás a megfigyelőhöz képest nyugalomban van. A jelenség oka az, hogy a mozgás miatt a spektrum Doppler-eltolódást szenved (vöröseltolódás), a foton emisszió mértéke látszólag megváltozik (idődilatáció), illetve a fotonok kibocsátása a mozgás irányában a többi irányhoz képest megnövekszik (aberráció) [29]. Ha az egységnyi frekvencia intervallumra eső fluxus a frekvencia hatványfüggvénye (azaz $F_{\nu 0} \propto \nu^\alpha$), akkor a Doppler-eltolódás [18]:

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_r}{c}\right) \quad (2)$$

ami pedig azt eredményezi, hogy a megfigyelő által mért fluxus egy adott frekvencián (ν) a következő értékű lesz [18]:

$$F_\nu = F_{\nu 0} \left(1 + (3 - \alpha) \frac{v_r}{c}\right) \quad (3)$$

A Doppler-effektus $\alpha = 3$ -ra eltűnik, mivel F_ν/ν^3 relativisztikus invariáns, azaz ebben az esetben $F_\nu = F_{\nu 0}$ függetlenül a forrásnak a megfigyelőhöz viszonyított mozgásától. Minden egyéb α -ra a Doppler-effektus jelen lesz [18].

T_{eff} hőmérsékletű feketetest sugárzást feltételezve az α ún. spektrál index értéke egy adott frekvenciára vonatkozóan a következő módon határozható meg ($x = h\nu/kT_{eff}$) [18]:

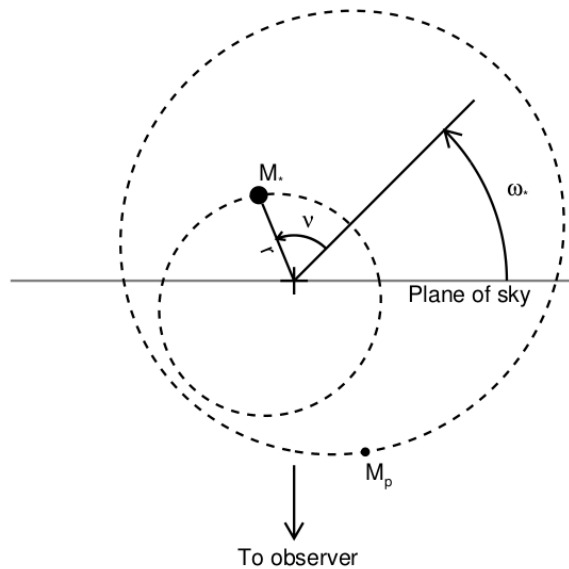
$$\alpha(\nu) = \frac{e^x(3 - x) - 3}{e^x - 1} \quad (4)$$

Kis frekvenciák esetén ($x \ll 1$) $\alpha = 2$, nagy frekvenciáknál ($x \gg 1$) pedig $\alpha = 3 - x$. Nap típusú csillagoknál ($T_{eff} \approx 5700K$), az optikai tartományban ($\lambda = 600nm$, $\nu = 5 * 10^{14}Hz$): $\alpha \approx -1,3$ [18].

2.2. A radiális sebesség

A megfigyelőhöz képest mozgó fényforrás látszólagos fluxusa függ a radiális sebességtől (lásd: 3. összefüggés). Ha ez a sebesség időben változik, akkor a forrás látszólagos

fényessége is. Radiális sebesség változást okozhat kísérő (például exobolygó) jelenléte, ekkor a csillag (valamint a kísérő is) a rendszer közös tömegközéppontja körül kering. A kéttest probléma azt a speciális esetet írja le, amikor mindössze két test (például egy csillag és annak egy bolygója) létezik, és ezek egymás gravitációs hatása alatt mozognak. Általános esetben mindkét objektum pályája ellipszis lesz, és minden pillanatban az őket összekötő képzeletbeli szakasz átmegy a közös tömegközépponton.



8. ábra. Kéttős rendszerbeli pályák. Kereszt jelöli a közös tömegközéppontot, ω_* a pericentrum argumentuma a csillag pályájára vonatkozólag, ν a valódi anomália, r a csillagnak a tömegközépponttól való távolsága, M_* és M_p pedig a csillagot, illetve a bolygót jelölik. (Wright et al., 2012, [31])

A két testre vonatkozó valódi anomália megegyezik, mivel a két keringés azonos irányú, és a pericentrum argumentumok között az alábbi összefüggés érvényes [31]:

$$\omega_p = \omega_* + \pi \quad (5)$$

Kepler harmadik törvénye teremt kapcsolatot a keringési periódus (P_{orb}), a testek tömegei (M_* és m_2), valamint az ellipszisre jellemző félnagy tengely (a) között [31]:

$$P_{orb}^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_* + m_2)} a^3 \quad (6)$$

itt $a = a_* + a_p$, ahol a_* és a_p a csillag, illetve a bolygó pályájának félnagy tengelye [31]:

$$a_* = \frac{m_2}{M_* + m_2} a \quad (7)$$

$$a_p = \frac{M_*}{M_* + m_2} a \quad (8)$$

A testek pozícióját polárkoordinátákban szerencsés megadni (r, ν) , e excentricitású pálya esetén az összefüggés [31]:

$$r(1 + e \cos \nu) = a(1 - e^2) \quad (9)$$

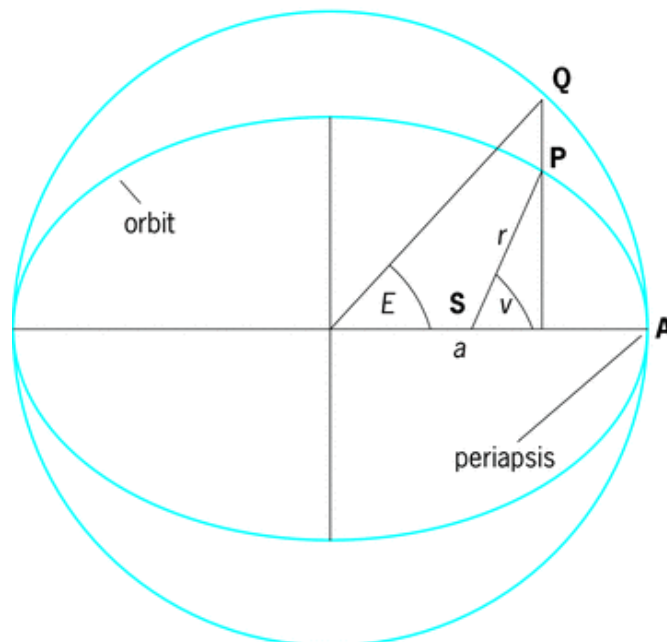
Itt a a csillag vagy a bolygó pályájának félnagy tengelye attól függően, hogy éppen melyik mozgásra vagyunk kíváncsiak. A valódi anomália időfüggését az excentrikus- (E) és a közép anomália (M) bevezetésével (lásd 9. ábra) adhatjuk meg (itt T_o a pericentrumon való áthaladás időpontja) [31]:

$$M = \frac{2\pi(t - T_o)}{P} = E - e \sin E \quad (10)$$

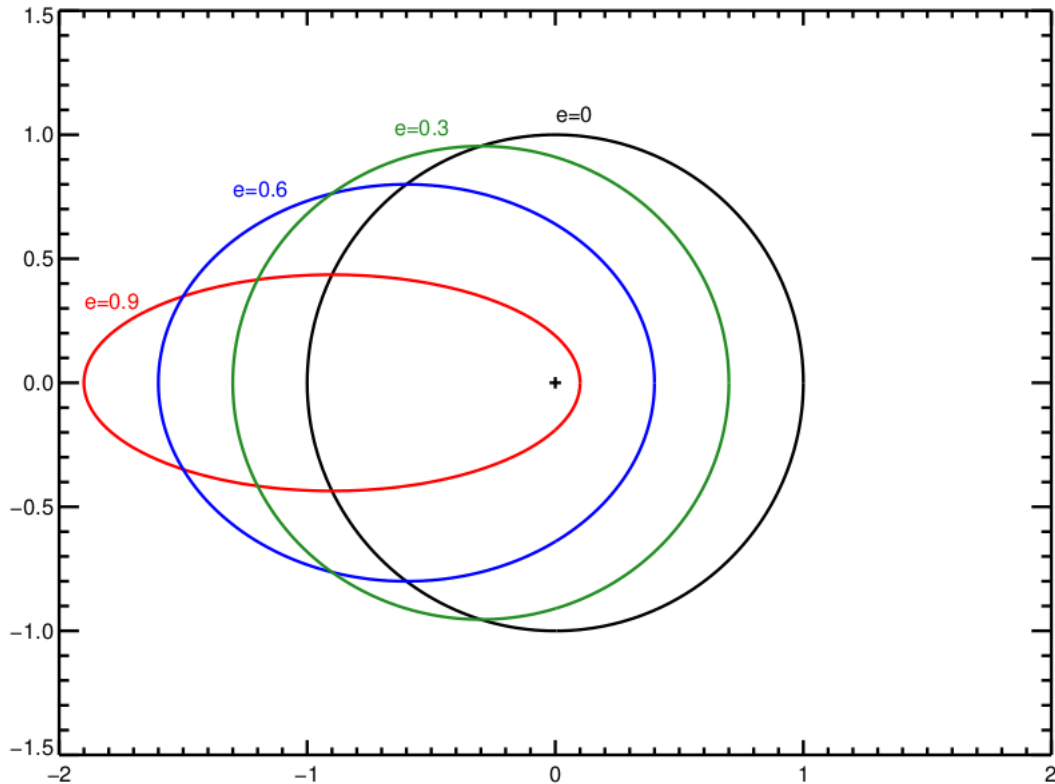
$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (11)$$

$$E = \arccos \frac{1 - \frac{r}{a}}{e} \quad (12)$$

Ez, az ún. Kepler-egyenlet transzcendens, azaz nincs matematikailag zárt megoldása.



9. ábra. A valódi- (az ábrán V , az összefüggésekben ν), és az excentrikus (E) anomália geometriai jelentése. (Casella et al., 2008, [5])



10. ábra. Különböző excentricitású pályák alakja (Wright et al., 2012, [31])

Ellipszis pályán mozgó égitestnek a sebessége minden pontban érintőirányú, a vonzócentrumhoz viszonyított sebesség nagyságát a következő formula alapján határozhatjuk meg:

$$v(\nu) = \frac{2\pi a}{P_{orb}\sqrt{1-e^2}}[1 + e \cos \nu] \quad (13)$$

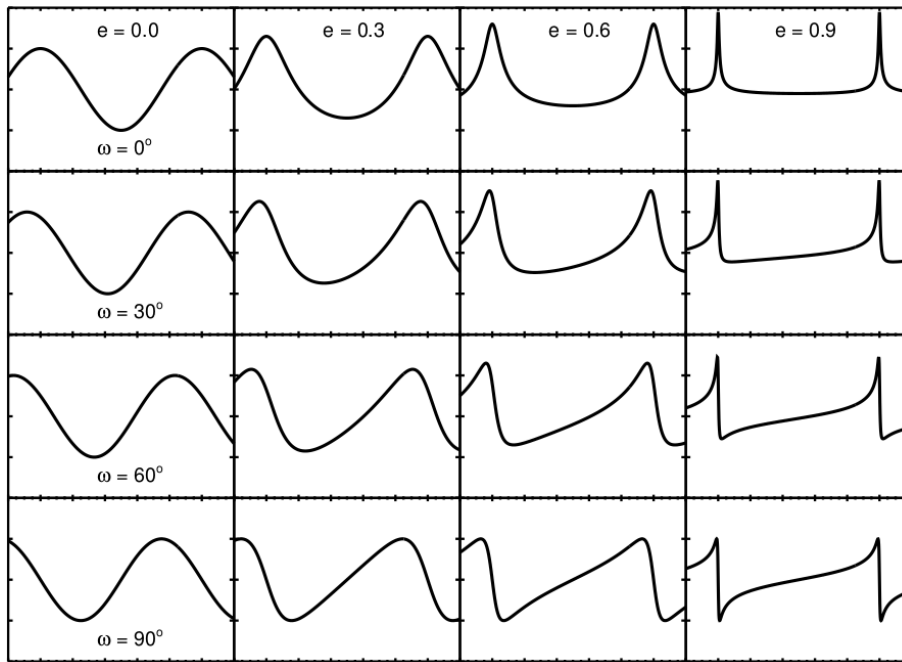
A sebesség látóirányba eső komponensének, azaz a radiális sebességnek a számítása pedig [6]:

$$v_r(\nu) = v_o + \frac{2\pi a \sin i}{P_{orb}\sqrt{1-e^2}}[\cos(\nu + \omega) + e \cos \omega] \quad (14)$$

ahol v_o a rendszer tömegközéppontjának radiális sebessége, i pedig az inklináció. A radiális sebességnek a valódi anomáliától való függése tehát periodikus, az amplitúdó:

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{P_{orb}\sqrt{1-e^2}} \quad (15)$$

Körpálya ($e = 0$) esetén nincs értelme pericentrum argumentumról beszélni, ilyen esetben ω tetszőlegesen választható értéket kap.



11. ábra. A radiális sebesség az idő függvényében (az e és ω függés). P_{orb} és T_o minden esetben megegyezik. Minden oszlophoz azonos excentricitás, minden sorhoz azonos pericentrum argumentum tartozik. (Wright et al., 2012, [31])

2.3. Alkalmazás planetáris rendszerekre

Ha a periódust (P_{orb}) években, a csillag tömegét (M_*) naptömegben, a bolygó tömegét (m_2) pedig Jupiter tömegben adjuk meg, valamint feltételezzük, hogy a csillag tömege jóval nagyobb a bolygóénál ($M_* \gg m_2$), akkor a sebesség amplitúdó m/s -ban [18]:

$$K = 28.4 \cdot P_{orb}^{-1/3} \cdot \frac{m_2 \sin i}{M_*^{2/3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \quad (16)$$

K sebesség amplitúdó esetén a Doppler-erősítés miatt várt relatív fényváltozás [18]:

$$\frac{\Delta F}{F_0} = (3 - \alpha) \frac{K}{c} \quad (17)$$

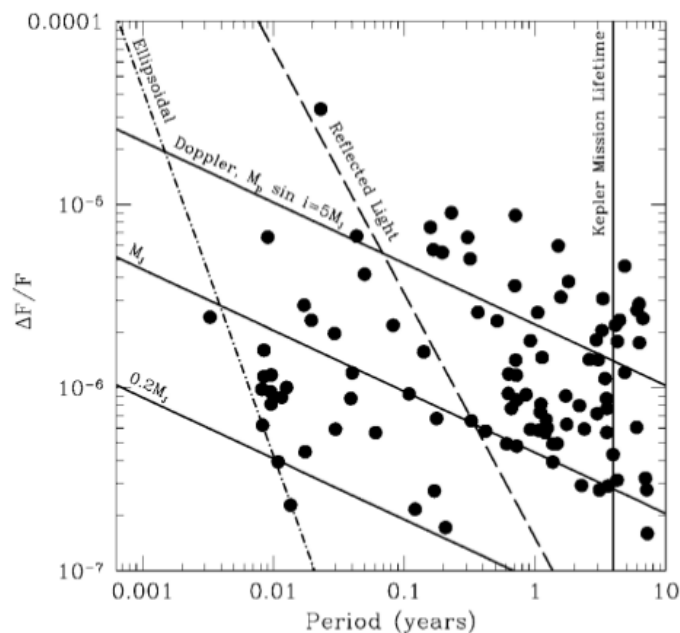
Egy csillag fényesség változását nem csak a radiális sebességének változása okozhatja. Ha a kísérő elegendően nagy, és elegendően közel kering, akkor a róla visszavert fény is jelentős lehet, illetve ha a kísérő tömege nagy, akkor jelentős lehet az ún. ellipszoidális hatás is, ami miatt szintén változhat periodikusan a csillag látszólagos fényessége. A reflexiós hatásból származó relatív fluxusváltozás közelíthető az alábbi összefüggéssel [18]:

$$\frac{\Delta F}{F_0} = p \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \quad (18)$$

Itt p a bolygó albedója, R_p a sugara, a pedig pályájának félnagy tengelye. Rövid periódusú ($P \leq 0,2v$), masszív ($M_p \sin i \geq M_{Jup}$) bolygók esetén a reflexiós hatás jelentős mértékű a Doppler-erősítéshez képest (12. ábra) [18]. Az árapály erőknek köszönhető ellipszoidális hatás mértéke [18]:

$$\frac{\Delta F}{F_0} \sim \beta \frac{M_p}{M_*} \left(\frac{R_*}{a} \right)^3 \quad (19)$$

itt R_* a csillag sugara, β a gravitációs sötétedési ("gravity-darkening") együttható, ami körülbelül 0,45 a Nap típusú csillagok esetében.



12. ábra. A várható relatív fluxusváltozás a Doppler-erősítésből, a reflexióból és az ellipszoidális hatásból. A függőleges vonal a Kepler misszió tervezett élettartamát jelöli. (Loeb et al., 2003, [18])

A spektroszkópiai módszerekkel detektált rendszerek radiális sebesség amplitúdója ismert, ezekre így ki lehet számítani a várható $\Delta F/F_0$ értékeket, és ábrázolni a periódus függvényében (12. ábra). Ugyanezen az ábrán látható folytonos vonallal jelölve a várható érték adott bolygótömege, körpályát, 90 fokos inklinációt, nap típusú csillagot és látható tartománybeli megfigyelést feltételezve. Szaggatott vonal jelzi a reflexiós hatást $p = 2/3$ albedójú bolygó esetén, és teljes fázisban. Ugyanezen az ábrán szintén ábrázolásra került az ellipszoidális hatásból származó fluxusváltozás $M_p = M_{Jup}$, $M_* = M_\odot$ és $R_* = R_\odot$ esetre. Nagyon rövid periódus esetén ez a hatás a legnagyobb a három közül. A fűtési effektus a számítások alapján 10^{-7} nagyságrendű relatív változást okoz [18].

3. A Doppler-erősítés számítása konkrét esetben

Ebben a fejeztben egy konkrét esetre megvizsgálom azt, hogy a megfigyelőnek a Naprendszer tömegközéppontjához viszonyított mozgásából milyen járulék adódik egy adott csillag vizsgálatakor a látszólagos fényesség változásához. Mindehhez egy programot is írtam, C programnyelven, amelynek a forráskódja a függelékben megtalálható. A program kiszámítja a teleszkóp, és a megfigyelt objektum radiális sebességét, illetve a két mozgásból származó járulékok eredőjét különböző időpillanatokra, amelyet felhasználva meghatározza a Doppler-erősítésből származó fényesség modulációt.

3.1. A koordináták átszámítása

A program bemenő paramétereinek között van a vizsgált objektum második ekvatoriális koordináta rendszerben megadott két koordinátája: a deklináció és a rektaszcenzió. A későbbi számítások megkönnyítése érdekében célszerűnek láttam áttérni az ún. ekliptikai koordináta rendszerre, mivel az általam vizsgált eszköz a Föld pályasíkjában kering, azaz a pályamenti sebesség vektor ebben a síkban fekszik. Természetesen az alábbi átszámítási módszer más pályasíkokra is alkalmazható, az itt figyelembe veendő paraméter (ami az alábbi egyenletekben meg is jelenik) a Föld forgástengelye és a kérdéses pályasík tengelye által bezárt szög, ami a Föld pályája esetén $23^{\circ}26'$. A számításhoz felhasznált két egyenlet [19]:

$$\sin \beta = \sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \epsilon \sin \alpha \quad (20)$$

$$\cos \lambda = \frac{\cos \alpha \cos \delta}{\cos \beta} \quad (21)$$

itt δ és α a vizsgált objektum deklinációja és rektaszcenziója, β és λ pedig ugyanezen objektum ekliptikai szélessége, illetve ekliptikai hosszúsága, ϵ a Föld forgástengelye és a megfigyelő keringési síkjának tengelye által bezárt szög.

3.2. A megfigyelő radiális sebességének meghatározása

A megfigyelő radiális sebességének meghatározásához először a pályamenti sebességet kell kiszámolni, ami a (13) egyenlet alapján történt. Ez az összefüggés a sebességet a valódi anomália függvényében adja meg, tehát használatához a valódi anomália kiszámítására volt szükség (ld. (11) egyenlet), ehhez pedig először az excentrikus anomáliát kellett meghatározni a (10) összefüggés segítségével. Ez utóbbi, az ún. Kepler egyenlet transzcendens, azaz megoldása csak közelítő módszerekkel lehetséges, a kéttest-problémának nincs az idő explicit függvényeként zárt alakú megoldása [19].

A program bemenő paramétereinek között szerepel a vizsgált időszak hossza napokban, továbbá azon időpontok száma, amelyekre a számítás elvégzésre kerül, és a vizsgált időszak kezdete JD-ban megadva. A (10) egyenletben szereplő t értéket a következő összefüggés alapján számítja a program:

$$t = t_0 + \frac{(i - 1) * intervallum}{osztasok} \quad (22)$$

ahol az i változó jelöli az éppen számított időpillanat sorszámát, t értékét JD-ban kapjuk meg. A Kepler-egyenlet használatához még egy bemenő paraméter szükséges, ez pedig a megfigyelő pericentrumon való áthaladásának időpontja - szintén JD-ben megadva.

Az E excentrikus anomália meghatározásához Newton-módszert használtam, amelyhez első lépésben átrendeztem a Kepler-egyenletet a következő alakúra:

$$f(E) = 0 = E - e \sin E - \frac{2\pi(t - T_0)}{P} \quad (23)$$

A Newton-módszer általános összefüggése:

$$E_{n+1} = E_n - \frac{f(E)}{f'(E)} \quad (24)$$

Behelyettesítve (23)-et, illetve annak deriváltját:

$$E_{n+1} = E_n - \frac{E_n - e \sin E_n - \frac{2\pi(t-T_0)}{P}}{1 - e \cos E_n} \quad (25)$$

A program itt egy do-while ciklussal addig végzi az iterációt, amíg az E_n és az E_{n+1} közötti eltérés abszolútértékben kisebbé nem válik egy megadott értéknél (pl. 10^{-7} -nél). A módszer jósága függ a kezdőérték megválasztásától, így előfordulhat az az eset, amikor nincs konvergencia. Ezt kiküszöbölendő, ha egy bizonyos számú lépés után nincs meg az E értéke, véletlenszám generátorral előállított kezdőértékkel az iteráció újra kezdődik.

Az excentrikus anomália ismeretében a valódi anomália, valamint a pályamenti sebesség nagysága számítható a (11) és a (13) egyenletek alapján. A továbblépéshez szükség van a pályamenti sebesség vektorának irányára, amelyet úgy határoztam meg, hogy koordinátageometriai módszerekkel kiszámítottam az ellipszis adott pontjához húzható érintő paramétereit. Az általam használt koordinátarendszerben az origó az ellipszis azon fókuszpontja, amelyben a Naprendszer tömegközéppontja van, a pozitív y tengely az afélium felé mutat, a pozitív x tengely pedig ettől az óramutató járásával megegyező irányban, 90 fokkal elfordulva található. Az 9. ábrán ha a Q ponton keresztül érintőt húzunk a körhöz, és megkeressük ezen érintő valamint az ellipszis nagytengelye meghosszabbításának metszéspontját, akkor megkapjuk azt a pontot, ahonnan egy

olyan érintőt tudunk húzni, amely a P pontban érinti az ellipszist. A P pontbeli sebességvektor párhuzamos lesz ezzel az érintővel.

Egy adott időpillanatban a valódi anomália és a pálya adatai alapján a megfigyelő és a vonzócentrum közötti távolság számítható:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu} \quad (26)$$

innen a megfigyelő két koordinátája:

$$P_y = -r \cos \nu; P_x = r \sin \nu \quad (27)$$

a Q pont koordinátái pedig (felhasználva a Pithagorasz-tételt valamint azt, hogy a kör középpontjának koordinátái $(0, ea)$):

$$Q_y = P_y = -r \cos \nu; Q_x = \sqrt{a^2 - (r \cos \nu + ea)^2} \quad (28)$$

Mivel a kör középpontja és a Q pont által meghatározott egyenes merőleges az érintőre, az előbbihez tartozó irányvektor megegyezik az utóbbihoz tartozó normálvektorral. Felírva a kör érintőjének normálvektoros egyenletét, és behelyettesítve a Q pont koordinátáit, megkapjuk a körhöz húzott érintő és az y tengely metszéspontjának koordinátáit:

$$M_x = 0; M_y = \frac{(Q_y - ea)Q_y + Q_x^2}{Q_x - ea} \quad (29)$$

Ezen pont, és a megfigyelő aktuális helyzete által meghatározott egyenes lesz az ellipszis érintője, azaz a pályamenti sebesség iránya. Ha vesszük a két pont koordinátáinak különbségét, számítható az egyenes és az y tengely által bezárt szög, illetve a pályamenti sebesség x és y irányú komponense (v_x és v_y). Itt szükséges megjegyezni, hogy a számítás során több megoldás is kijön, amelyek előjelben térnek el egymástól. Ezért, ahol lehetett, abszolútértékekkel dolgoztam, és a valódi valamint az excentrikus anomália aktuális értékének függvényében láttam el előjelekkel a pályamenti sebesség komponenseit. Ha a valódi anomália a $(0, \pi)$ intervallumba esik, a sebesség y komponense pozitív, ellenkező esetben negatív. Ha az excentrikus anomália a $(\pi/2, 3\pi/2)$ intervallumba esik, a sebesség x komponense negatív, ellenkező esetben pozitív.

Mivel a sebességvektornak egy adott irányú komponensére van szükség, itt koordináta transzformációt végeztem. Az „új” koordináta rendszer x' tengelye a $(\lambda, \beta = 0)$ ekliptikai koordinátájú pont irányába mutat, és a pályamenti sebességnek ezen x' tengelyre vett vetülete az, amire a továbbiakban szükségünk van. Az x és x' tengelyek által bezárt szög:

$$\Delta x = \frac{3}{2}\pi - \omega + \Omega + \lambda \quad (30)$$

ahol Ω a felszálló csomó hossza, ω a perihélium argumentuma, λ pedig az ekliptikai hosszúság. Itt szükséges megjegyezni, hogy a pericentrum argumentum és a felszálló csomó hossza nevű pályaelemek nem esnek egy síkba. Előbbi a keringési síkban, utóbbi pedig az alapsíkban mért szög. A Naprendszer esetén az alapsík a tömegközépponton átmenő, a Naprendszer impulzuszórára merőleges sík. Mivel a Föld pályasíkja ettől a síktól csak kis mértékben tér el, közelítésként a két szöget összeadhatónak tekintettem. Így a pályamenti sebességnek az x' irányra vett komponense:

$$v' = v_x \cos \Delta x + v_y \sin \Delta x \quad (31)$$

Figyelembe véve, hogy a célobjektum ekliptikai szélessége β , a megfigyelő radiális sebessége:

$$v_r = v' \cos \beta \quad (32)$$

A megfigyelő radiális sebessége pozitív, amikor közeledik a megfigyelt rendszer tömegközéppontjához, és negatív, amikor távolodik tőle.

3.3. A megfigyelt csillag radiális sebességének meghatározása

A módszer nagyon hasonlít az előző fejezetben leírtakhoz. Bemenő paraméter az inklináció (a látóirány és a pályasík normálisa által bezárt szög) (i), a csillag pályájának félnagy tengelye (a), excentricitása (e), a keringési periódus (P), a pericentrum argumentum (ω), valamint a pericentrumon való áthaladás időpontja (τ) JD-ban. Az excentrikus anomáliát (E) itt is Newton-módszerrel határoztam meg minden időpillanatra, majd a valódi anomália (ν) és a radiális sebesség nagyságának számítása következett, utóbbihoz a (14) egyenletet használtam. A radiális sebesség pozitív, amikor a csillag közeledik a Naprendszer tömegközéppontjához, ellenkező esetben pedig negatív.

Mivel a Naprendszer tömegközéppontja, és a vizsgált rendszer tömegközéppontja kétféleképpen távol van egymástól, azaz a két tömegközéppont távolsága jóval nagyobb, mint a keringési pályák bármely geometriai mérete, ezért azt az irányt, amelyre a pályamenti sebességek komponenseit számoltam, - mindkét esetben - állandónak vettem, annak időbeli változását elhanyagoltam.

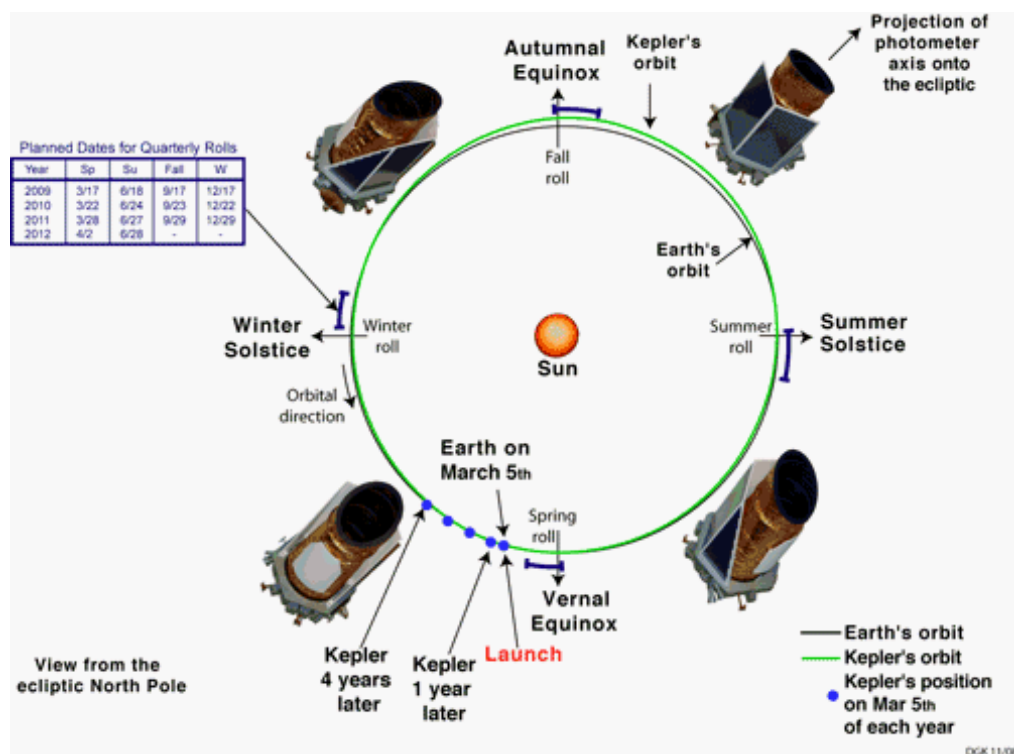
3.4. A Doppler-erősítés számítása

A Doppler-erősítés számításához három bemenő értékre van szükség. A megfigyelt csillagnak a megfigyelőhöz viszonyított radiális sebessége a fenti módon számított

sebességek összege, mindkét esetben a közeledést vettem pozitívnak, a távolodást negatívnak, így a két sebesség egyszerűen, előjelesen összeadható. Még egy mozgás beleszól a fényesség változás alakulásába, ez pedig a két tömegközéppont egymáshoz viszonyított sebessége. A program ezt a mozgást is figyelembe veszi, amennyiben ezt a sebességet nullától különbözőre állítjuk, a nulla relatív sebesség melletti grafikonok bizonyos mértékű eltolását fogjuk kapni, de alakjuk nem fog változni, torzulások nem lépnek fel. A másik két paraméter, ami a számításhoz szükséges, a megfigyelt csillag effektív hőmérséklete, és az a frekvencia (vagy hullámhossz), amelyen a csillagból érkező sugárzás fluxusát vizsgáljuk. A relatív fluxusváltozást a (17) egyenlet alapján határoztam meg. A program által szolgáltatott eredmény ppm-ben, azaz milliomod részekben értendő.

3.5. Eredmények

A Nap körül keringő Kepler teleszkóp pályadatait, illetve a Kepler-17 jelű csillag adatait adtam meg a programnak bemenő paraméterként.



13. ábra. A Kepler teleszkóp pályája az ekliptikai rendszer északi pólusa felől nézve (Kepler (NASA), [15])

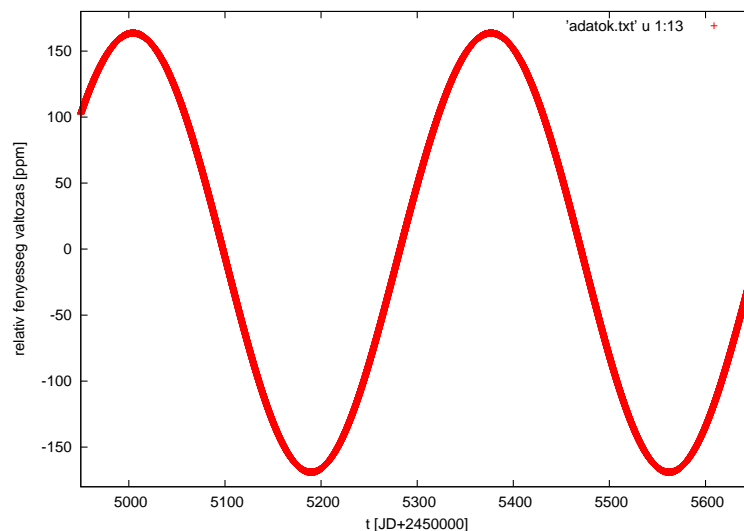
A 13. ábrán a Kepler pályája látható, amely kis mértékben eltér a Földétől. Helyzetének kiválasztásakor szempont volt, hogy a célterület folyamatosan látszódjon, a mérések

szünet nélkül történhessenek. Három havonta van kisebb leállítás, amikor a teleszkópot 90 fokkal elfordítják a saját tengelye körül azért, hogy a napelemek a Nap felé nézzenek. A keringési periódus 371 napos, ami azt jelenti, hogy az eszköz folyamatosan távolodik a Földtől [15].

A Kepler-17 (más néven KIC 10619192) egy G2V színektípusú fősorozati csillag, amely körül keringő, forró Jupiter típusú, tranzitos exobolygót fedeztek fel a Kepler adatai alapján. A felfedezés megerősítésére radiális sebességmérést végeztek a texasi Hobby-Eberly teleszkóppal [8]. Választásom azért esett erre a rendszerre, mert a bolygó keringési ideje viszonylag kicsi, tömege pedig viszonylag nagy, így csillagának mozgásából származó fényességváltozás könnyen észrevehető a program által szolgáltatott ábrán (ld. 16. ábra). A csillag és a bolygó adatai [9]:

M_*	$1,16 \pm 0,06$	M_\odot
M_p	2,5	M_{Jup}
i	$87,2 \pm 0,15$	deg
e	$0 + 0,011 / - 0$	
a	$0,026847737 \pm 0,00046$	AU
P	$1,48571080 \pm 2 * 10^{-7}$	nap
ω	90	deg
τ	$2455185,678035 \pm 2,3 * 10^{-5}$	JD
T_{eff}	5781 ± 85	K
DEC	+47 : 48 : 54	deg:m:s
RA	19 : 53 : 34,87	h:m:s

1. táblázat. A Kepler 17 és bolygójának a számítások során felhasznált adatai [9].

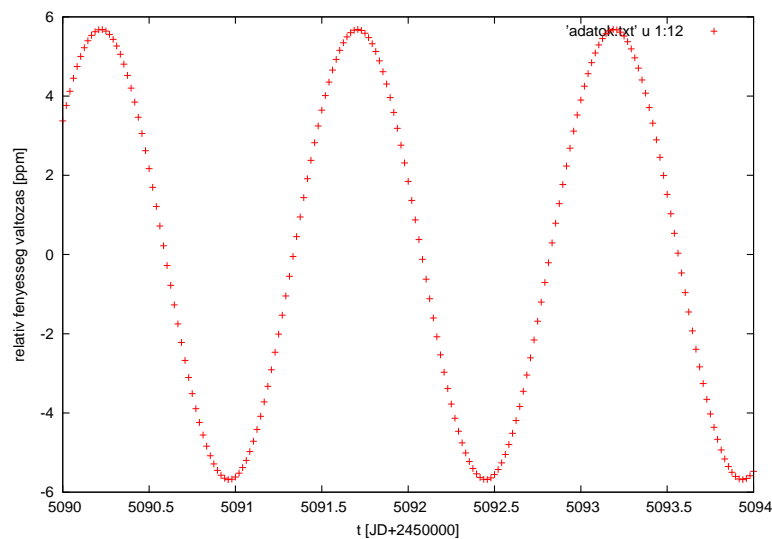


14. ábra. A Kepler űrteleszkóp Nap körüli mozgásából származó relatív változás

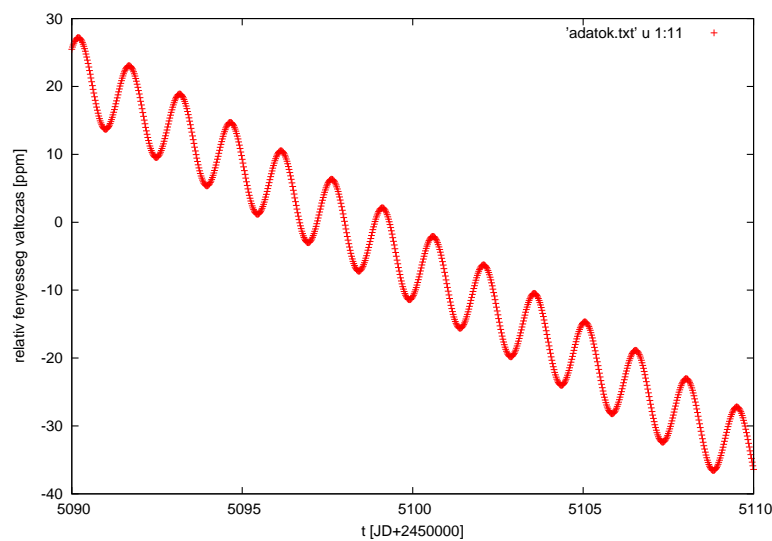
A kapott eredmények a következők. A Kepler teleszkóp radiális sebessége -12022 és 11638 m/s között ingadozik, az aszimmetria oka a pálya nullánál nagyobb excentric-

itása. A Kepler-17 csillag radiális sebessége -404 és 404 m/s között változik. Ebből a $\Delta F/F$ amplitúdója a Kepler-17 esetén $5,68$ ppm, a Kepler teleszkópnál pedig $163,6$ (illetve -169) ppm a két szélsőérték. Mindkét mozgást figyelembe véve az eredő relatív változás 169 és -175 ppm közé esik.

A 14. ábrán a Kepler teleszkóp Nap körüli mozgásából származó, míg a 15. ábrán a csillag mozgásából származó járulék került ábrázolásra. A 16. ábrán a két mozgás együttes hatása látható. Itt természetesen csak egy kis részét ábrázoltam a teljes periódusnak, így könnyen azonosítható a csillagtól származó változás.



15. ábra. A megfigyelt objektum (Kepler-17) keringéséből származó relatív változás

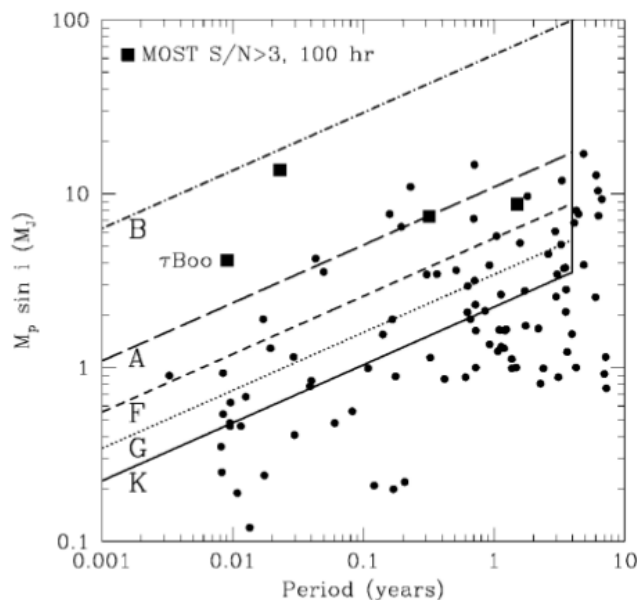


16. ábra. A Kepler űrteleszkóp Nap körüli mozgásából és a Kepler-17 keringéséből származó együttes relatív változás

4. Kutatási eredmények

4.1. A kezdetek

A CoRoT és a Kepler nagy pontosságú fénygörbéin olyan kis effektusok is detektálhatók, mint a Doppler-erősítésből származó fényességváltozás. Ha egy csillag nincs egyedül, és keringő mozgást végez a rendszer tömegközéppontja körül, akkor a periodikusan változó radiális sebesség miatt a látszólagos fényességben is periodikus modulációk lépnek fel. Loeb és Gaudi 2003-ban, valamint Zucker, Mazeh és Alexander 2007-ben javasolták nem tranzitos kettőscsillagok és exobolygók keresését az akkor még indításra váró új űrteleszkópok (Kepler, MOST, CoRoT) fénygörbéin. Még a rövid periódusú, nagy radiális sebesség amplitúdójú rendszerek esetén is a 100-500 ppm-es tartományba esik ez az effektus, így szükség is van az említett eszközök mérési pontosságára [12].



17. ábra. Az ismert exobolygók tömege a keringési periódus függvényében (körök). A négyzetek azokat az ismert planétákat jelölik, amelyekre a fluxusváltozás jel-zaj viszonya 3-nál nagyobb a MOST-ra kalkulálva, 100 órás integrációs idő mellett. A vonalak az $S/N > 5$ határt jelölik különböző színképtípusú ($V=12$ fényességű) csillagokra a Kepler misszió esetén, 4 éves integrációs idővel számolva. (Loeb et al., 2003, [18])

Loeb és társa számításai alapján a MOST és a Kepler számára detektálhatóvá válik az effektus. Az előbbi eszköz által vizsgált területen lévő, bolygóval rendelkező τBoo csillag esetén 100 órás integrációs idő mellett a jel-zaj viszony várhatóan $S/N \sim 6$ érték körül lesz, a Kepler pedig képes lehet detektálni az összes olyan exobolygót a lá-

tomezejébe eső nagyjából 10 ezer fősorozati, $V < 12$ fényességű csillag körül, amelynek tömege $M_p > 5M_{Jup}$, periódusa pedig $P < 0,1$ év [18].

Shay Zucker és munkatársai a periodikus fluxusváltozást kiváltó három hatást hasonlították össze kettőscsillagok esetében. A modellezéshez a 18. ábrán látható értékeket használták [32].

Parameter	F0	G0	K0
Mass (M_{\odot}).....	1.6	1.05	0.79
Radius (R_{\odot}).....	1.5	1.1	0.85
Effective temperature (K).....	7300	5940	5150
Gravity darkening coefficient in V	0.9	0.4	0.4

18. ábra. A szimulációhoz használt adatok, sorrendben: tömeg, sugár, effektív hőmérséklet, gravitációs sötétedési együttható a látható tartományban, három különböző színképtípusú csillagra (Zucker et al., 2007, [32])

A Doppler-erősítés számításához használt összefüggés:

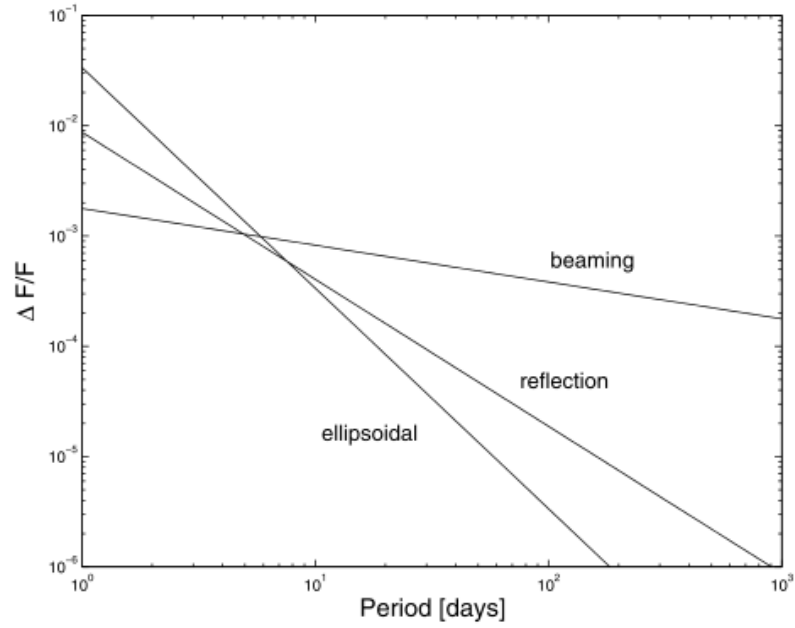
$$\frac{\Delta F_{\nu}}{F_{\nu}} = \frac{1}{c} \frac{K_1[3 - \alpha_1(\nu)]F_{\nu,1} - K_2[3 - \alpha_2(\nu)]F_{\nu,2}}{F_{\nu,1} + F_{\nu,2}} \quad (33)$$

ahol az 1-es index az elsődleges, a 2-es index a másodlagos komponens adatait jelenti. A megfigyelhető effektus a két csillagra vonatkozó effektusok különbsége, mivel a csillagok a hatás szempontjából minden pillanatban ellenkező fázisban vannak. Ennek az a következménye, hogy ha a kettőscsillag tagjai azonos típusúak és tömegűek, az effektus eltűnik.

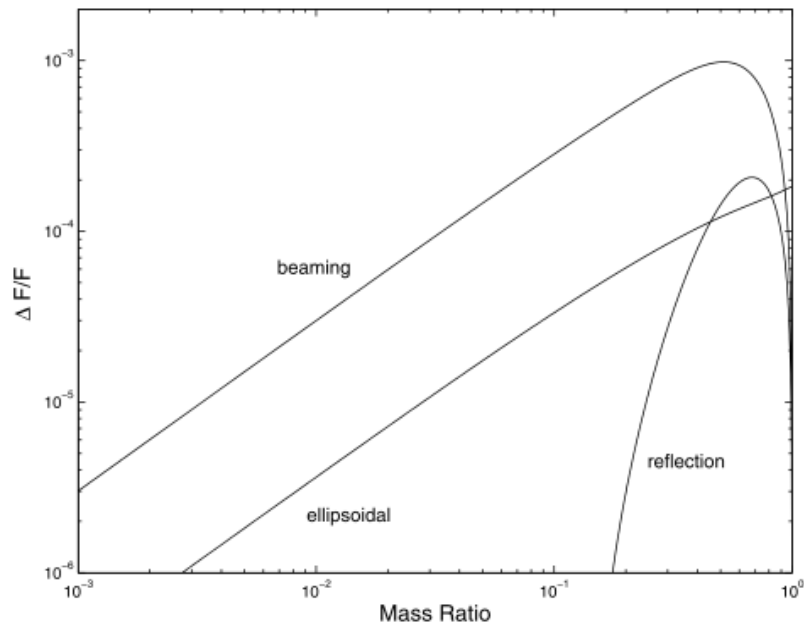
PRIMARY	SECONDARY	$P = 10$ days			$P = 100$ days		
		Ellipsoidal	Reflection	Beaming	Ellipsoidal	Reflection	Beaming
F0	G0	3.9×10^{-4}	4.8×10^{-4}	6.4×10^{-4}	3.9×10^{-6}	2.2×10^{-5}	2.9×10^{-4}
F0	K0	3.4×10^{-4}	4.1×10^{-4}	8.3×10^{-4}	3.4×10^{-6}	1.9×10^{-5}	3.8×10^{-4}
G0	K0	1.9×10^{-4}	2.1×10^{-4}	6.6×10^{-4}	1.9×10^{-6}	9.6×10^{-6}	3.1×10^{-4}

19. ábra. A három hatás amplitúdóinak összehasonlítása különböző kettőscsillagokra és periódusokra számítva, látható tartománybeli megfigyelés esetén (Zucker et al., 2007, [32])

A 19. ábrán látható eredmények alapján elmondható, hogy a Doppler-erősítésből származó amplitúdó minden esetben a legnagyobb. A 20. ábrán az F0-K0 kettősre vonatkozó értékek kerültek ábrázolásra a periódus függvényében. Az ellipszoidális



20. ábra. A három hatás amplitúdója a periódus függvényében, F0-K0 kettőscsillagra számítva (Zucker et al., 2007, [32])



21. ábra. A három hatás amplitúdója a tömegarány függvényében, G0-K0 kettőscsillagra és 10 napos periódusra számolva (Zucker et al., 2007, [32])

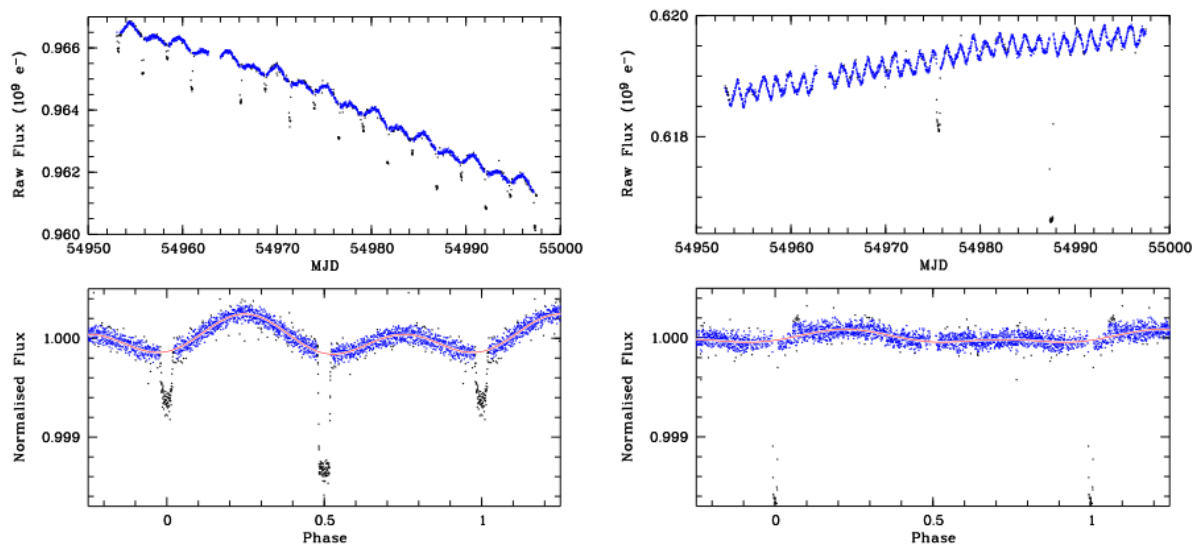
hatás P^{-2} -vel, a reflexiós hatás $P^{-4/3}$ -dal, a Doppler-erősítés pedig $P^{-1/3}$ -dal arányos, így várható hogy ez utóbbi lesz a domináns egy bizonyos periódusidő felett. 8 napnál kisebb periódusokra azt kapták, hogy az ellipszoidális hatás a legnagyobb, míg

a reflexiós hatás gyakorlatilag mindig alárendelt szerepet játszik. A Doppler-erősítés amplitúdója a CoRoT és a Kepler által detektálható, 0,1-1 mmag tartományba esik [32].

A 21. ábrán a három hatás amplitúdója látható a tömegarány függvényében G0-K0 rendszerre, 10 napos periódussal számolva. A másodlagos komponens sugarának és effektív hőmérsékletének becslése az $R \propto M^{0,8}$ és $T_{eff} \propto M^{0,55}$ összefüggések alapján történt [32].

4.2. Tranzitos rendszerek

A Kepler űrtávcső első felfedezései között szerepelt két érdekes objektum, a KOI 74 és a KOI 81. Mindkét esetben a fénygörbék (ld. 22. ábra) alapján elmondható, hogy a kompaktabb, kisebb luminozitású komponens a forróbb. Ugyanakkor a számítások azt mutatták, hogy a kisebb komponensek tömege kisebb a csillagok minimális tömegénél. Ez azonban probléma, ugyanis ha valóban exobolygókról vagy barna törpékről lenne szó, akkor nehezen lenne magyarázható, hogy ők a forróbb tagok ezekben a rendszerekben [29].



22. ábra. A KOI 74 (balra) és a KOI 81 (jobbra) fénygörbéi a Kepler mérései alapján. A felső ábrán a nyers adatok, az alsókon pedig a normalizált görbék kerültek ábrázolásra. Az alsó ábrákon látható folytonos vonal az illesztett görbe, ami a Doppler-erősítést és az ellipszoidális hatást jelentő két szinusz függvényből áll. (van Kerkwijk et al., 2010, [29])

Az adatokat később újra vizsgálták, és a Doppler-erősítés valamint az ellipszoidális hatás figyelembe vételével mindkét esetben a kísérő tömegére $\sim 0,2M_{\odot}$ adódott, tehát

fehér törpékről lehet szó. Ez volt egyébként az első, fotometriai úton történt radiális sebesség meghatározás [29].

A KOI 74 fénygörbéjén szinuszos modulációk láthatók, amelyek periódusai megegyeznek a keringési periódussal, illetve annak felével. Szinuszos hullámok illesztése után a két amplitúdóra $A_1 = (1,082 \pm 0,013) * 10^{-4}$ és $A_2 = (1,426 \pm 0,018) * 10^{-4}$ adódott. A_1 az alaprezgés, A_2 pedig az első harmonikus amplitúdója. Az egy periódusra eső két maximum nem pontosan szimmetrikus elhelyezkedésű, az alaprezgés maximuma kevésbé a „vártnál” korábban van. Az amplitúdók értéke függ attól, hogy a trend milyen függvényvel van modellezve, ennek alapján a bizonytalanság 5% körüli [29].

Az alaprezgést a Doppler-erősítésnek tulajdonítják. A (3) egyenletet alkalmazva, figyelembe véve az intersztelláris vörösödést és a csillag paramétereit $(3 - \alpha) \sim 2,21$, mindez $14,7 \pm 1,0$ km/s-os radiális sebesség amplitúdónak felel meg, amelyhez $M_2 \simeq 0,22M_\odot$ tömeg tartozik (a számításhoz szükséges adatokat a 23. ábra tartalmazza) [29].

Property KOI 74 KOI 81	
	Primary	Secondary	Primary	Secondary
P_{orb} (d).....	5.18875 \pm 0.00008		23.8776 \pm 0.0020	
i ($^\circ$).....	88.8 \pm 0.5		88.2 \pm 0.3	
Eclipse duration (cycle).....	0.0362 \pm 0.0004		0.058 \pm 0.004	
Eclipse depth (10^{-5}).....	51 \pm 5	118 \pm 5	160 \pm 5	496 \pm 5
R/a	0.116 \pm 0.002	0.0026 \pm 0.0002	0.058 \pm 0.004	0.0023 \pm 0.0003
Spectral type.....	A1 V		B9-A0 V	
Radius (R_\odot).....	1.90 ^{+0.04} _{-0.05}	0.043 \pm 0.004	2.93 \pm 0.14	0.117 \pm 0.012
T_{eff} (K).....	9400 \pm 150	13000 \pm 1000	10000 \pm 150	17000 \pm 1300
Luminosity (L_\odot).....	25.6 \pm 2.4	0.05 \pm 0.02	77.3 \pm 9.6	0.9 \pm 0.4
Velocity amplitude (km s ⁻¹)...	14.7 \pm 1.0	...	\sim 7	...
Mass (M_\odot).....	2.22 ^{+0.10} _{-0.14}	0.22 \pm 0.03	2.71 ^{+0.19} _{-0.11}	\sim 0.3
Model mass (M_\odot).....	...	0.20 \pm 0.03	...	0.25 \pm 0.03

23. ábra. A KOI 74 és 81 rendszerek komponenseinek adatai. A radiális sebesség amplitúdó és a kísérő tömege a Doppler-erősítésből, a "modell tömeg" pedig a fehér törpe keringési periódusa és tömege közötti elméleti összefüggés alapján lett számítva. (van Kerkwijk et al., 2010, [29])

Az első harmonikus rezgést az ellipszoidális hatásnak tulajdonítják. Itt a kísérő tömegére $M_2 \simeq 0,14M_\odot$ adódott, ami valamivel kisebb, mint a radiális sebesség amplitúdóból számított tömeg, de az ellipszoidális hatás paramétereinek nagyobb hibája miatt az eredményt elfogadhatónak találták [29].

A fentiekén kívül más hatások is lehetnek, amelyek hozzájárulhatnak az objektum fényesség változásához, úgy mint a másodlagos komponensre vonatkozó Doppler-erősítés és ellipszoidális hatás, illetve a pálya esetleges lapultsága. A másodlagos komponensből származó amplitúdók az elsődlegestől származóknak 10^{-3} illetve $2 * 10^{-7}$ -szerese, és mivel a kísérő fluxusa mindössze 0,2%-a a teljes fluxusnak, ez a hatás elhanyagolható.

Ha a pálya excentricitása nem zérus, további harmonikusok is beleszólnak a fényesség változásba. Abból, hogy az alaprezgés maximuma nem a várt időpontban van, a pálya lapultságára lehet következtetni. A számítások és becslések alapján az excentricitás $e < 0.03$ [29].

A KOI 81 esetén nem egyértelmű a helyzet, az biztos, hogy a csillag fényessége időben változik. Fourier transzformációval számos frekvenciát kaptak, és a megfelelő periódusú (a keringéssel kapcsolatba hozható) modulációk keresése érdekében az illesztés a KOI 74-éhez hasonló módon történt, kiegészítve azt egy harmadfokú polinommal és szinusz hullámokkal az öt legnagyobb jelhez tartozó frekvenciával (0,362; 0,723; 0,962; 1,32; 2,08 1/nap). Az illesztés során a keringésből származó modulációk amplitúdóira $A_1 \simeq 5 * 10^{-5}$ és $A_2 \simeq 4 * 10^{-5}$ adódott, ami $K \simeq 7km/s$ radiális sebesség amplitúdót jelent. A hosszú keringési idő miatt a módszer érzékeny az alkalmazott polinom fokszámára. Például hatod fokú polinomot használva a fenti amplitúdók jelentősen eltérő értékűek lesznek. Így végeredményben nagy biztonsággal nem adhatók konkrét értékek a rendszer paramétereire, de egy $2,7M_{\odot}$ tömegű elsődleges és egy $0,3M_{\odot}$ tömegű másodlagos komponens esetén a várt amplitúdók $8 * 10^{-5}$ és $3 * 10^{-5}$ körüliek, amelyek jó egyezésben vannak a megfigyelésekkel [29].

A CoRoT-3b egy $22M_{Jup}$ tömegű bolygó (vagy barna törpe), amely egy F3 típusú csillag körül 4,3 napos periódussal kering. Mazeh és Faigler a csillag fénygörbéjén periodikus modulációkat mutatott ki, amelyeket az ellipszoidális hatásnak és a Doppler-erősítésnek tulajdonítanak. Előbbi amplitúdóját 59 ± 9 ppm-nek, utóbbiét 27 ± 9 ppm-nek találták. Mindkét moduláció fázisban és amplitúdóban megfelel az elméleti közelítésben kapott értékeknek [21].

Parameter	Derived value	Unit
a/R_*	7.8 ± 0.4	
r_p/R_*	$(663 \pm 9) \times 10^{-4}$	
m_p	21.7 ± 1.0	M_{Jup}
M_*	1.37 ± 0.09	M_{\odot}
T_*	$6740 \pm 140 K$	deg
K_r	2170 ± 30	$m s^{-1}$

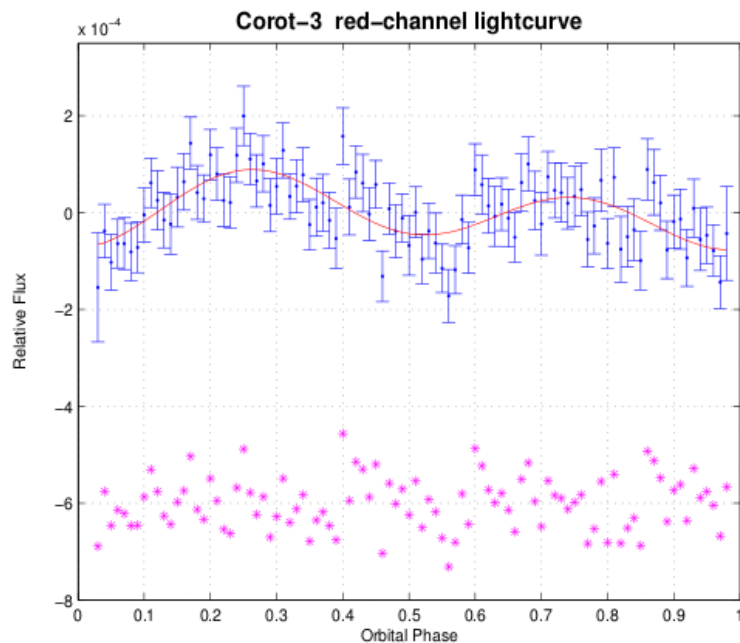
24. ábra. A CoRoT-3 korábban meghatározott paramétereit (Mazeh et al., 2010, [21])

Az illesztés során harmonikus függvényekkel dolgoztak, két periódussal, az ellipszoidális hatásé $P_{orb}/2$, a Doppler-erősítésé valamint a reflexiók hatásé P_{orb} . A Doppler-erősítés sinus függvényvel, a másik két hatás cosinus függvényvel lett figyelembe véve, ami megfelel a különböző effektusok fázisbeli eltéréseinek. Mivel ezen módszer során az amplitúdókra többféle eredmény is kapható, a kapott értékeket meg kellett vizsgálni, hogy

van-e fizikai tartalmuk. Az illesztés során kapott amplitúdókat a 25. ábra tartalmazza. Ugyanitt megtalálhatók az elméleti modellek alapján (u.a. mint (34) (35) (36) egyenletek, az inklinációt 90 foknak véve), az objektum 24. ábrán látható paramétereiből számított amplitúdók is [21].

Coefficient	Derived value (ppm)	Expected amplitude (ppm)	Effect
a_{1c}	-14 ± 9	$-\alpha_{refl}(7.2 \pm 0.3)$	Reflection
a_{1s}	27 ± 9	$\alpha_{beam}(29 \pm 0.5)$	Beaming
a_{2c}	-59 ± 9	$-\alpha_{ellip}(32 \pm 5)$	Ellipsoidal
a_{2s}	0.1 ± 9	—	—

25. ábra. CoRoT-3, az illesztés során kapott amplitúdók (második oszlop), és az elméleti modell alapján számított amplitúdók (harmadik oszlop) (Mazeh et al., 2010, [21])



26. ábra. A CoRoT-3 fénygörbéje (a tranzitot jelentő pontok eltávolítása után). A folytonos vonal az illesztett függvény, az ábra alsó részén a reziduálok láthatók (Mazeh et al., 2010, [21])

A "mért" és a várt amplitúdók közötti eltérés a Doppler-erősítésnél a legkisebb. A reflexiós effektus túl kicsinek bizonyult ahhoz, hogy kimutatásában biztosak lehessünk, így a végkövetkeztetés az, hogy az ellipszoidális hatást illetve a Doppler-erősítést sikerült detektálni a CoRoT-3 esetén. A két effektus kimutatása több tényezőnek is köszönhető: a CoRoT-3 az egyik legfényesebb objektum a CoRoT által vizsgáltak

között, bolygója pedig az egyik legnagyobb tömegű a CoRoT által addig felfedezett között [21].

4.3. A BEER algoritmus

A Doppler-erősítés modulációja önmagában nem elegendő egy kettős rendszer felfedezéséhez, ugyanis periodikus fényesség változást más jelenség is okozhat. Viszont ha egy csillag fénygörbéjén azonosítjuk a másik két (ellipszoidális, reflexiós) effektust is a várt amplitúdókkal és fázisokkal, arra következtethetünk, hogy a megfigyelt objektum nincs egyedül. A három effektus együttes keresésére fejlesztették ki az ún. BEER algoritmust [12].

Feltételezzük, hogy a pálya kör alakú, illetve hogy a bolygó mérete sokkal kisebb, mint a csillagé, így pedig a luminozitása elhanyagolható. Az alábbi amplitúdók ppm-ben, azaz milliomod részekben értendők, amennyiben a csillag tömege (M_*) naptömegben, a keringési idő (P_{orb}) napokban, a bolygó tömegének felső határa ($m_2 \sin i$) pedig 10 Jupiter tömegben van megadva [10].

$$A_{beam} = \alpha_{beam} 4 \frac{K_{RV}}{c} = 27 \alpha_{beam} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-2/3} \left(\frac{P_{orb}}{1nap} \right)^{-1/3} \left(\frac{m_2 \sin i}{10M_{Jup}} \right) \quad (34)$$

$$A_{ellip} = \alpha_{ellip} \frac{m_2 \sin i}{M_*} \left(\frac{R_*}{a} \right)^3 \sin i = 128 \alpha_{ellip} \sin i \left(\frac{R_*}{R_\odot} \right)^3 \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-2} \left(\frac{P_{orb}}{1nap} \right)^{-2} \left(\frac{m_2 \sin i}{10M_{Jup}} \right) \quad (35)$$

$$A_{refl} = \alpha_{refl} 0,1 \left(\frac{r_2}{a} \right)^2 \sin i = 57 \alpha_{refl} \sin i \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-2/3} \left(\frac{P_{orb}}{1nap} \right)^{-4/3} \left(\frac{r_2}{R_{Jup}} \right)^2 \quad (36)$$

itt P_{orb} a keringési periódus, m_2 és r_2 a kísérő tömege illetve sugara, M_* és R_* a csillag tömege illetve sugara, a a pálya félnagy tengelye, K_{RV} a csillagnak a kísérő gravitációs hatása miatti radiális sebesség változásának amplitúdója, c a fénysebesség, i pedig a pálya inklinációja. Az egyes α értékek magyarázata az alábbi részletezésekben olvasható [10].

A Doppler-erősítés képlete két részből áll. Van egyrészt a $4 \frac{K_{RV}}{c}$ tag, ami a bolometrikus fényességre vonatkozik. Az α_{beam} faktor értéke, fekete test sugárzást feltételezve (ami jó feltételezés a Kepler és a CoRoT által megfigyelt sávokra vonatkozóan), és F-G-K színképosztályú csillagokra 0,8 és 1,2 közötti [10].

Az ellipszoidális hatás összefüggésében szereplő α_{ellip} szorzó az árapály hatások okozta torzulást képviseli, értékét a következő összefüggés adja meg:

$$\alpha_{ellip} \simeq 0,15 \frac{(15+u)(1+g)}{3-u} \quad (37)$$

ahol g a csillag gravitációs sötétedési együtthatója (amelynek értéke 0,3 és 1,0 közötti), u pedig a szélsötétedési együttható (0 és 1 közötti értékkel, Nap típusú csillagoknál 0,6 körüli). Ezek alapján az F-G-K színképosztályú csillagokra α_{ellip} 1,0 és 2,4 közötti érték. Érdekesség, hogy az ellipszoidális moduláció erősebben függ az inklinációtól (ezt jelzi az egyenletben az $m_2 \sin i$ szorzón kívül feltűnő $\sin i$ faktor). Ennek az a következménye, hogy az A_{beam} és A_{ellip} ismeretében mind az $m_2 \sin i$ mind pedig a $\sin i$ meghatározható [10].

Az alábbi közelítésben a reflexiós moduláció tartalmazza a „csillag-sütötte” rész termális emisszióját is, feltételezve, hogy mindkét effektus ugyanazon fázis szerint változik, azaz itt nem vesszük figyelembe a különböző hőáramlások hatását, illetve az esetleges nem kötött keringés miatt létrejövő modulációkat. A reflektált fény amplitúdója:

$$A_{refl} = p_{geo} \left(\frac{r_p}{a} \right)^2 \quad (38)$$

ahol r_p a bolygó sugara, p_{geo} pedig a geometriai albedó. A HD209458 esetében az albedó meglehetősen kicsinek bizonyult (0,03), de egyes tanulmányok szerint exobolygóknál ez az érték lehet sokkal nagyobb, akár 0,5 is. Ezt a két határt figyelembe véve a geometriai albedót az alábbi módon helyettesíthetjük:

$$p_{geo} = 0,1 \alpha_{refl} \quad (39)$$

ahol α_{refl} értéke valahol 0,2 és 5 között lehetséges [10].

Mindhárom effektus szinuszos/koszinuszos függvényvel van közelítve, a nulla fázis ahhoz a pillanathoz tartozik, amikor a kisebbik komponens látszólag a nagyobbik előtt helyezkedik el, ez az időpont a t_{conj} . Az alkalmazott modellben a reflexiós hatás és a Doppler-erősítés periódusa megegyezik a keringési periódussal, míg az ellipszoidális hatása a keringési periódus felével. A relatív fluxusváltozás az egyes effektusokra a következő módon írható fel ($\hat{t} \equiv t - t_{conj}$):

$$\frac{\Delta F_{ellip}(\hat{t})}{F} = -A_{ellip} \cos \left(\frac{2\pi}{P_{orb}/2} \hat{t} \right) \quad (40)$$

$$\frac{\Delta F_{beam}(\hat{t})}{F} = A_{beam} \sin \left(\frac{2\pi}{P_{orb}} \hat{t} \right) \quad (41)$$

$$\frac{\Delta F_{refl}(\hat{t})}{F} = -A_{refl} \cos \left(\frac{2\pi}{P_{orb}} \hat{t} \right) \quad (42)$$

ahol az A_{ellip} , A_{beam} , és A_{refl} együtthatók pozitív értékűek. Megjegyzendő, hogy a tranzitos esetekkel ellentétben, általános esetben nem tudjuk t_{conj} értékét [10].

Az illesztés öt paraméteres modellel történik, amelyben két frekvencia van jelen:

$$M(\bar{t}) = a_o + a_{1c} \cos\left(\frac{2\pi}{P_{orb}}\bar{t}\right) + a_{1s} \sin\left(\frac{2\pi}{P_{orb}}\bar{t}\right) + a_{2c} \cos\left(\frac{2\pi}{P_{orb}/2}\bar{t}\right) + a_{2s} \sin\left(\frac{2\pi}{P_{orb}/2}\bar{t}\right) \quad (43)$$

itt \bar{t} egy önkényes nullponttól számított idő, az amplitúdók pozitív és negatív előjelűek is lehetnek. Az amplitúdók indexelésében az s a csillagra, a c a kísérőre utal. A periodikus tagok közül az első a Doppler-erősítést, a második a reflexiós hatást, a harmadik és a negyedik az ellipszoidális hatást veszi figyelembe [10].

Az a_{2s} amplitúdónak közel zérus értékűnek, az a_{2c} -nek pedig negatívnak kell lennie a t_{conj} pillanatban, tehát a t_{conj} értéke meghatározható, ha az alábbi egyenlőségnek a minimumát keressük [10]:

$$M_2(\bar{t}) = a_{2c} \cos\left(\frac{2\pi}{P_{orb}/2}\bar{t}\right) + a_{2s} \sin\left(\frac{2\pi}{P_{orb}/2}\bar{t}\right) \quad (44)$$

Mivel a modell első harmonikusáról van szó, a fenti függvénynek két minimuma is van, ezek között választani kell (ld. később), majd az adott periódusra a következő, immár négy paraméteres modell marad [10]:

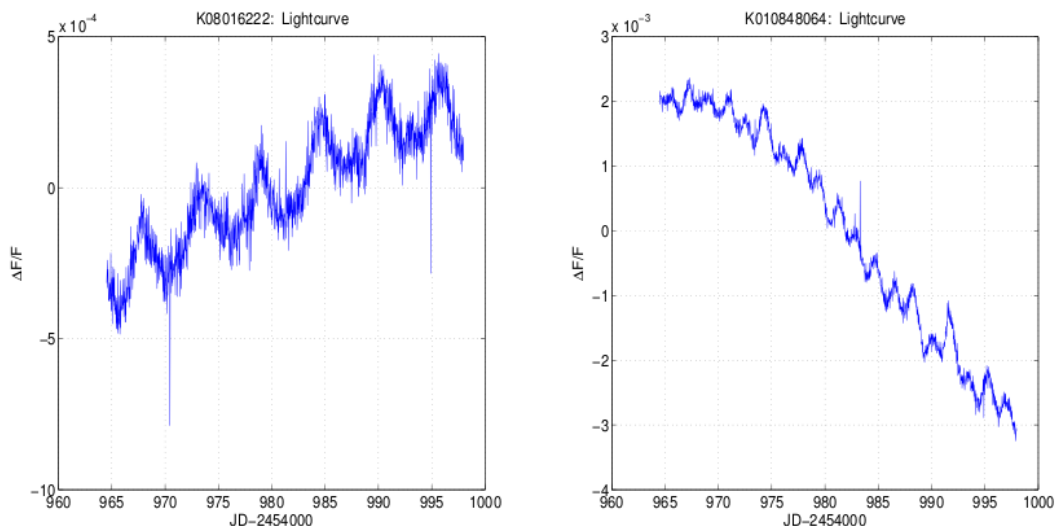
$$M(\hat{t}) = \hat{a}_o + \hat{a}_{1c} \cos\left(\frac{2\pi}{P_{orb}}\hat{t}\right) + \hat{a}_{1s} \sin\left(\frac{2\pi}{P_{orb}}\hat{t}\right) + \hat{a}_{2c} \cos\left(\frac{2\pi}{P_{orb}/2}\hat{t}\right) \quad (45)$$

A keresés során az amplitúdók mindenféle értékeit megkapjuk, így szükség van annak megvizsgálására, hogy az adott értékek mennyire jók, van-e korrekt fizikai tartalmuk [10].

Ha valóban egy elhanyagolható luminozitású, kis tömegű kísérőről van szó, a Doppler-erősítést képviselő \hat{a}_{1s} pozitív, a reflexiós hatást képviselő \hat{a}_{1c} pedig negatív (a t_{conj} definíciója alapján). Ezek alapján két eset között kell különbséget tennünk. Ha az \hat{a}_{1s} és \hat{a}_{1c} együtthatók ellenkező előjelűek, akkor t_{conj} értékét úgy kell megválasztani a fenti két lehetséges esetből, hogy \hat{a}_{1s} pozitív, \hat{a}_{1c} pedig negatív legyen. Ha a két együttható azonos előjelű, akkor t_{conj} értékét az határozza meg, hogy a szignifikánsabb amplitúdóé a helyes előjel, a másik amplitúdó értékét pedig nullára állítjuk [10].

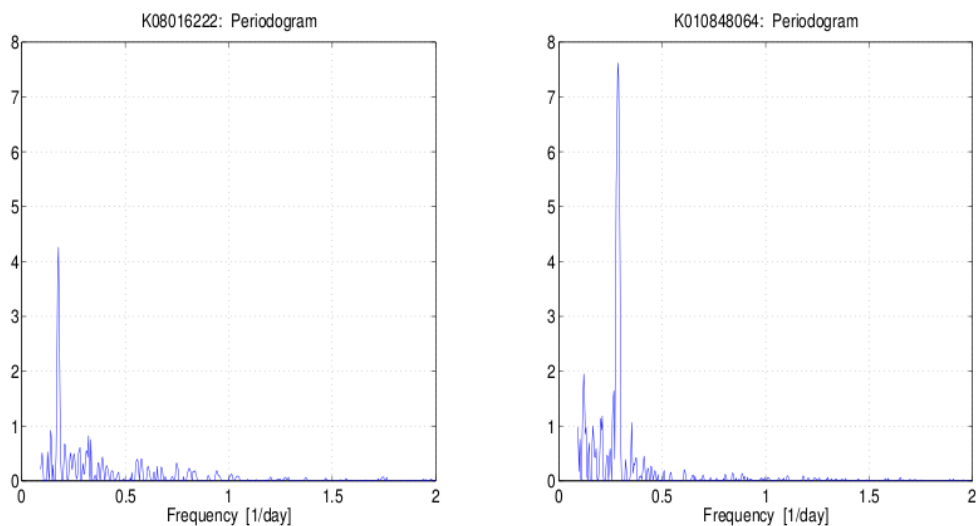
Az ún. periodogram (ami adott frekvenciára megadja annak valószínűségét, hogy a modulációk okozója egy kis tömegű kísérő) legmagasabb csúcsához tartozó periódus, és az ehhez tartozó amplitúdók adják a modell legjobb közelítését [10].

A KIC 08016222 és a KIC 010848064 jelű csillagok esetén sikerült kimutatni mind a Doppler-erősítésből, mind az ellipszoidális hatásból származó fényesség modulációt, amelyet egy-egy kistömegű kísérő okozott. A BEER algoritmust a Kepler publikus adatbázisában szereplő 11249 legfényesebb csillagra alkalmazva (a csillag tömege és sugara ismeretében) kapták az alábbiakban részletezett eredményeket [10].



27. ábra. A fluxus relatív megváltozása a két csillag esetén. Balra a KIC 08016222, jobbra pedig a KIC 010848064. (Faigler et al., 2011, [10])

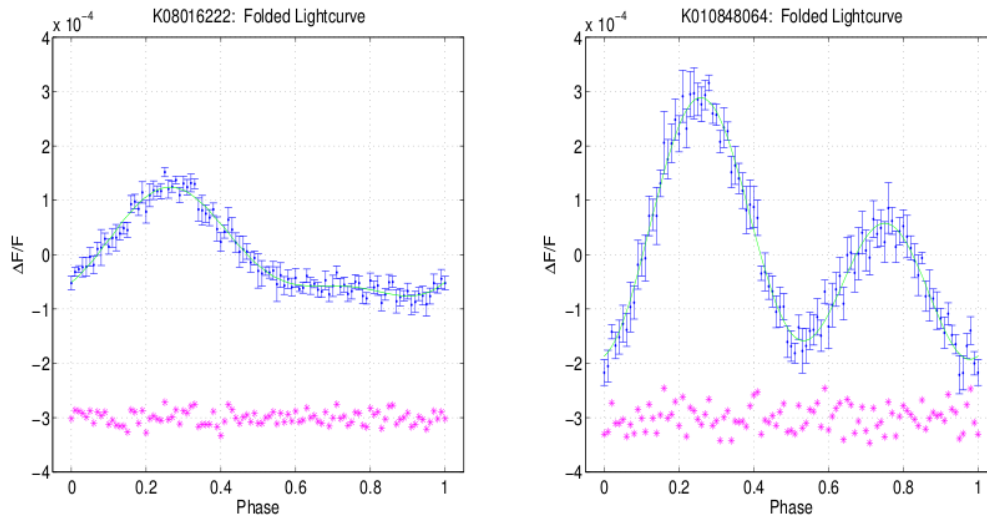
A 27. ábrán a két csillagra vonatkozó relatív fluxusváltozás látható a Kepler adatai alapján. Itt csak a Q1-es időszak (2009. május 13. - június 15. - összesen 33 napnyi) adatai szerepelnek. Mindkét görbén tisztán látható a periodikus moduláció. A két periodogram (lásd 28. ábra), jól elkülöníthető csúcsot tartalmaz, jelezve a kis tömegű kísérő jelenlétét [10].



28. ábra. A két csillagra vonatkozó periodogrammok. Balra a KIC 08016222, jobbra pedig a KIC 010848064. (Faigler et al., 2011, [10])

A 29. ábrán az egy periódusra szűkített fénygörbét láthatjuk. A nulla fázist definiál

t_{conj} az algoritmus által lett meghatározva [10].



29. ábra. A relatív fluxusváltozás a fázis függvényében. A folytonos vonal a BEER modell. A görbék alatt a reziduálokat ábrázolták. Balra a KIC 08016222, jobbra pedig a KIC 010848064. (Faigler et al., 2011, [10])

	K6222	K8064	
M_*	1.1	1.2	M_\odot
R_*	1.3	1.5	R_\odot
Kp	11.6	12.1	mag
Period	5.6 ± 0.2	3.53 ± 0.07	days
Ellipsoidal	34 ± 2	170 ± 5	ppm
Beaming	96 ± 2	116 ± 5	ppm
Reflection	11 ± 2	17 ± 5	ppm
$m_2 \sin i$	~ 70	~ 70	M_{Jup}
Expected K_{RV}	7	9	km/s

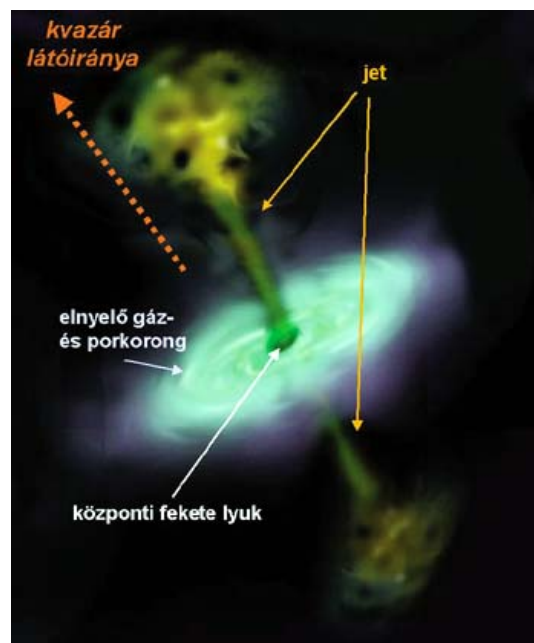
30. ábra. A két rendszerre számított paraméterek. A csillagok tömege és sugara a Kepler adatbázisából származnak, a többi érték a BEER algoritmussal számolva. (Faigler et al., 2011, [10])

Az 30. ábrán szerepelnek a számított paraméterek. Látható, hogy az egyik esetben az ellipszoidális hatás amplitúdója a nagyobb, a másik esetben pedig a Doppler-erősítés. Ebből származtatható a fénygörbék (lásd 29. ábra) közötti különbség. Az ellipszoidális effektus szimmetrikus a 0,5-ös fázisra, ugyanakkor a Doppler-erősítés antiszimmetrikus. Ennek megfelelően a KIC 010848064 fénygörbéje majdnem szimmetrikus,

a KIC 08016222 esetében viszont szimmetriáról egyáltalán nem beszélhetünk [10]. Mindkét csillagnál a detektált Doppler-erősítés és az ellipszoidális hatás modulációja szignifikáns, ugyanakkor mindezt a reflexiós hatásról nehezebb elmondani, ugyanis itt az amplitúdó csak 3-5-szöröse a hibának. A számításokat követő radiális sebesség mérés megerősítette a kis tömegű kísérők jelenlétét, és az ott kapott értékek jó egyezést mutattak a jelen algoritmussal kapott periódus és radiális sebesség amplitúdókkal [10].

4.4. Aktív galaxismagok

Exobolygós és kettős rendszerek mellett érdemes foglalkozni különböző relativisztikus objektumokkal is, ugyanis ezeknél a sebesség jobban megközelítheti a fénysebességet, aminek következtében a Doppler-erősítés a fentieknél jóval nagyobb mértékű lehet. Az ún. aktív galaxismagok (AGN-ek) középpontjában nagy tömegű fekete lyuk található, amely körül akkréciós korong, a korongra merőleges irányban pedig nagy energiájú anyagkidobódás, ún. jetek figyelhetők meg. A jelenség a rádiótartományban a legerősebb [27].



31. ábra. Aktív galaxismag modell (Szatmáry et al., 2011, [27])

Különböző AGN-eket különböző irányokból figyelhetünk meg, és a rálátás irányától függően különböző csoportokba sorolhatjuk őket. Kvazárról akkor beszélünk, amikor az egyik jet nagyjából a megfigyelő felé irányul, vagy "rálátunk" az akkréciós korongra (ld. 31. ábra). Az objektumot rádiógalaxisnak hívjuk, ha a rálátás olyan, hogy az akkréciós korongot éléről látjuk.

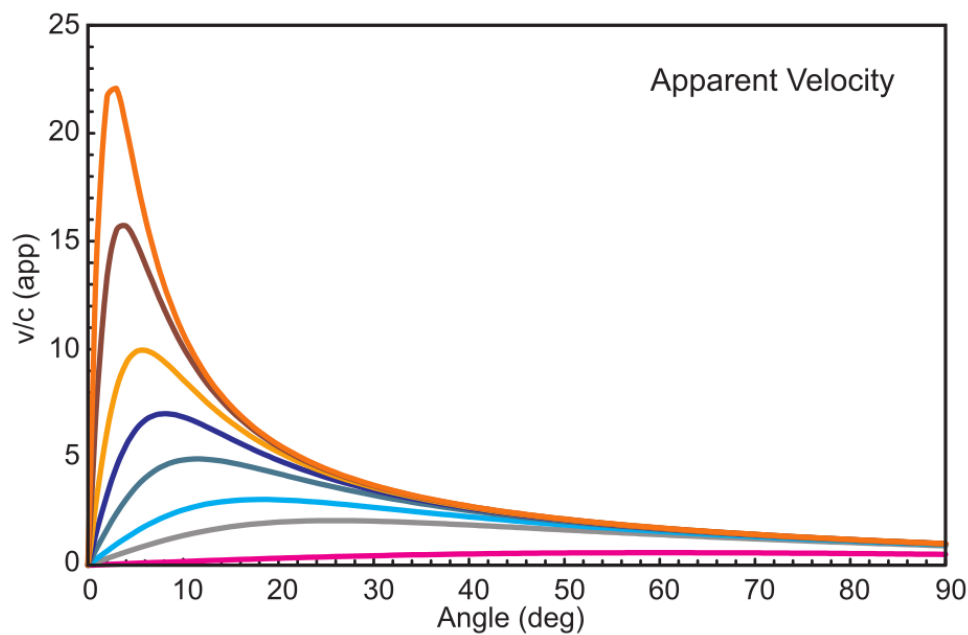
Relativisztikus effektusoknak köszönhetően ugyanazon AGN-nél a két különböző irányú jetre vonatkozóan különböző sebességet és luminozitást láthatunk, amelyek függenek a Doppler- (δ) és Lorentz-faktortól (γ), valamint a jet iránya és a látóirány által bezárt szögtől (Θ). A Lorentz-faktor [14]:

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \quad (46)$$

ahol $\beta = v/c$. A látszólagos sebességet az alábbi összefüggés alapján számíthatjuk [14]:

$$\beta_{app} = \frac{\beta \sin \Theta}{1 - \beta \cos \Theta} \quad (47)$$

Bizonyos szögek és sebességek esetén előfordul az az eset, amikor úgy látjuk, hogy a mozgás a fénysebességnél gyorsabb, ez a jelenség az ún. szuperfénysebességű mozgás (ld 32. ábra). A maximális látszólagos sebesség (fénysebesség egységeiben) megegyezik a Lorentz-faktorial (γ), és az ehhez tartozó szög $\Theta_c = \gamma^{-1}$ [14].



32. ábra. Látszólagos sebesség (β_{app}) a látóirány és a sebesség vektor iránya által bezárt szög (Θ) függvényében. A valódi sebesség a különböző görbékre alulról felfelé: 0, 5c, 0, 9c, 0, 95c, 0, 98c, 0, 99c, 0, 995c, 0, 998c, 0, 999c (Kellermann et al., 2007, [14])

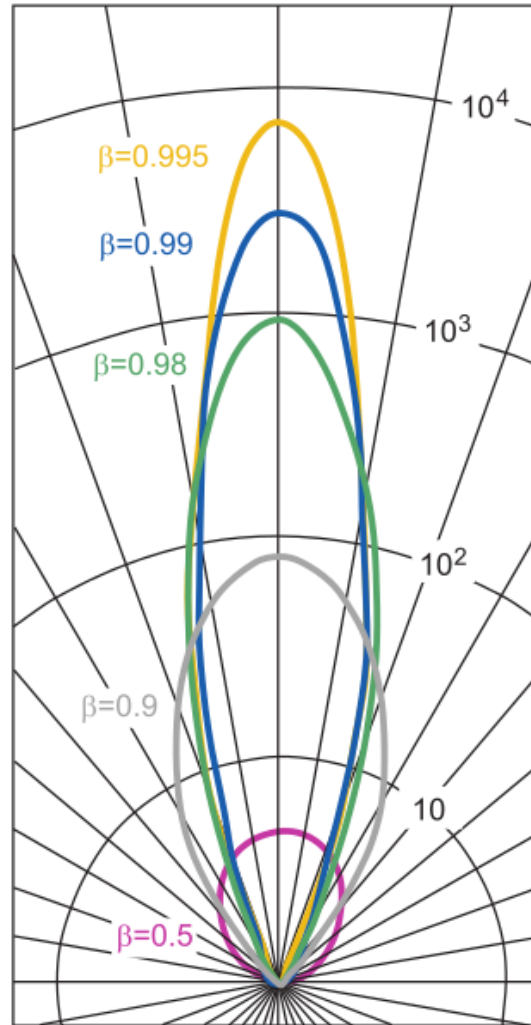
A látszólagos luminozitás:

$$L = L_0 \delta^n \quad (48)$$

ahol δ a Doppler-faktor:

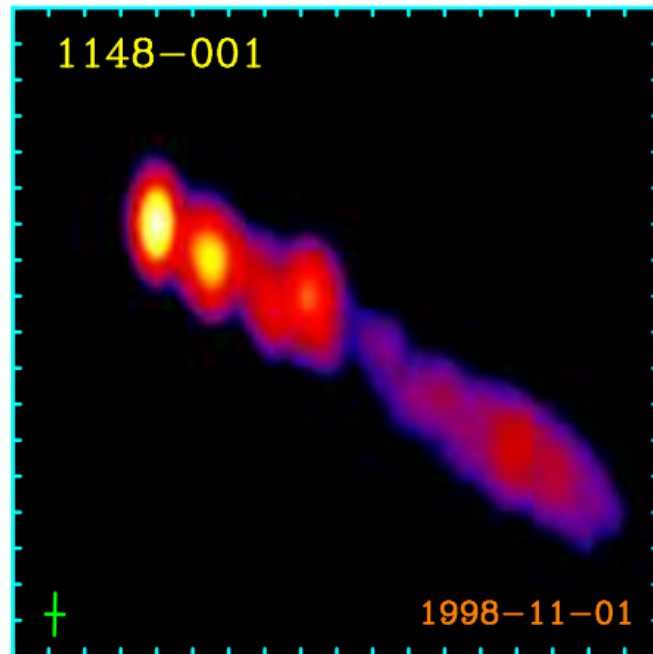
$$\delta = \gamma^{-1}(1 - \beta \cos \Theta)^{-1} \quad (49)$$

n pedig a geometriától és a spektrál indextől (ld. (4) egyenlet) függ, értéke általában 2 és 3 közötti. Ha $\Theta = \Theta_c$, akkor $\delta \sim \beta_{app}$ [14].

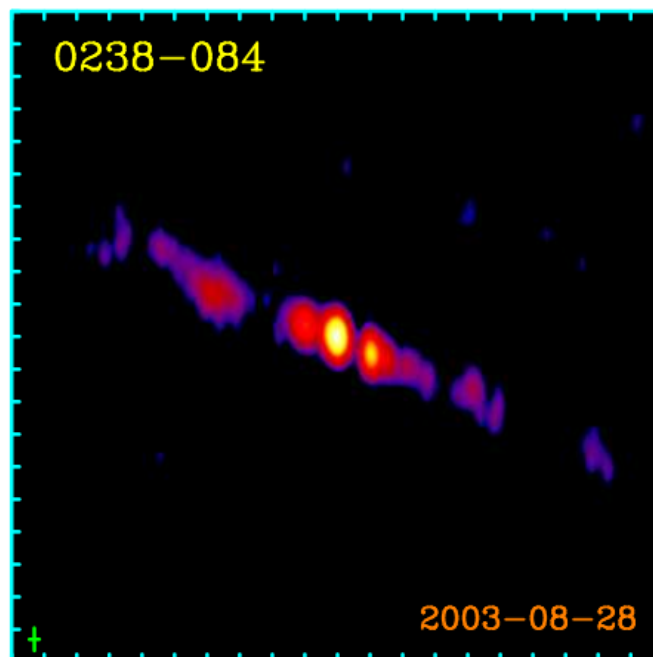


33. ábra. A Doppler-erősítés mértéke $n = 3$ -ra számolva, polárkoordináta-rendszerben ábrázolva. A sugárirányú vonalak 10 fokként követik egymást, a centrikus körök mutatják a Doppler-erősítés mértékét logaritmikus skálán (Kellermann et al., 2007, [14])

A 34. és 35. ábrákon látható a különbség egy kvazár és egy rádiógalaxis képe között. Mivel a rádiógalaxisok esetén a két jet radiális sebessége nem sokban különbözik, a jeteket mindkét irányban nagyjából azonos luminozitásúnak látjuk, a kép szimmetrikusnak mondható (ld. 35. ábra). Kvazárok esetén más a helyzet, a radiális sebességek és így a luminozitások jelentősen eltérnek egymástól, a kép aszimmetrikus lesz (ld. 34. ábra) [14].



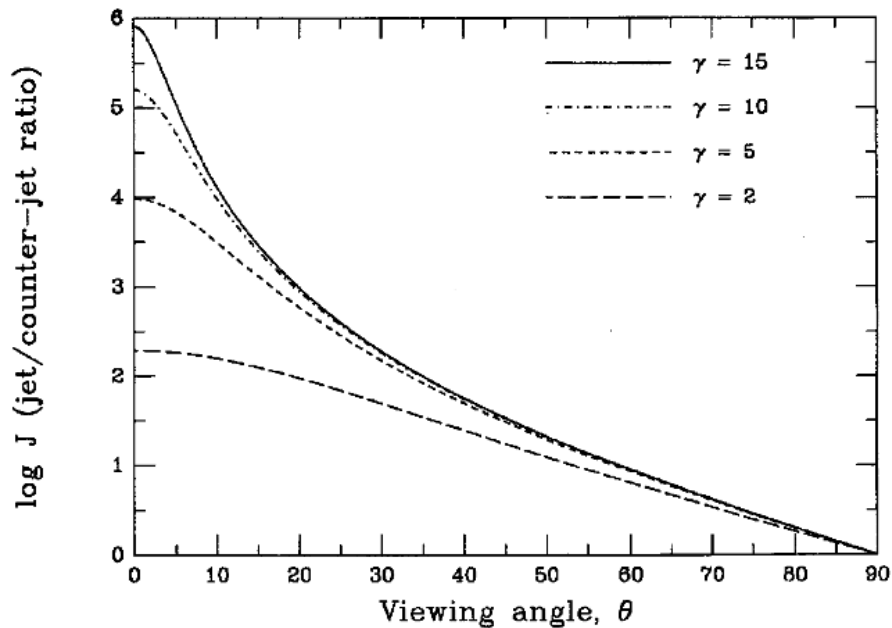
34. ábra. A VLBA képe a PKS 1148 – 001 jelű kvazárról. A felvétel 2cm – es hullámhosszon készült (Kellermann et al., 2007, [14])



35. ábra. A VLBA képe a NGC 1052 jelű rádiógalaxisról. A felvétel 2cm – es hullámhosszon készült (Kellermann et al., 2007, [14])

Ha ábrázoljuk a különböző sebességű jetek esetén a két jet luminozitásának arányát a látóirány és a jetek sebességvektorának iránya által bezárt szög függvényében, akkor

a 36. ábrát kapjuk. Itt a különböző vonalakhoz különböző γ Lorentz-faktor értékek tartoznak [2].



36. ábra. A két jet luminozitásának aránya a látóirány és a jetek sebességvektora által bezárt szög függvényében. (Beuther et al., 2008, [2])

4.5. Kompakt kettősök

Russell Hulse és Joseph Taylor az areciboi rádióteleszkóp segítségével felfedezett egy pulzárt (PSR 1913+16), amelynek periódusában 7,75 órás periódusú modulációt találtak. Ebből arra lehetett következtetni, hogy a pulzár keringő mozgást végez egy másik objektum körül. Az általános relativitáselmélet szerint kettős rendszerekből gravitációs hullámok sugárzódnak szét, és ezzel egyidőben a rendszer összenergiája csökken, a komponensek egyre közelebb kerülnek egymáshoz, végül ütköznek, összeolvadnak [4].

A két objektum közeledése során a pályák körösödnek, a keringés sebessége egyre nagyobb lesz [26]. A gyorsabb mozgásból pedig egyre nagyobb Doppler-erősítés illetve Doppler-gyengítés figyelhető meg. Egy olyan kettős rendszernél, ahol a tagok közel egyformák, az erősítés és a gyengítés közel azonos lesz, kioltják egymást. Ha a tagok különböznek (pl. fehér törpe - neutroncsillag), akkor az eltérés jelentős lehet. Minél közelebb kerül egymáshoz a két komponens, a pálya egyre inkább kör alakja miatt a Doppler-erősítés okozta relatív fényességváltozás szinuszos jel lesz, amelynek amplitúdója és frekvenciája az idővel növekszik.

Összefoglalás

Szakedolgozatomban a Doppler-erősítés fizikáját, exobolygókkal való kapcsolatát tekintetem át. Írtam néhány felfedezésről, ami ugyan inkább kettőscsillagokat érint, de a módszer maga alkalmas akár nem tranzitos exobolygók kutatására is. Egy általam írt C programmal megvizsgáltam, hogy a Kepler űrtávcső Nap körüli keringéséből milyen járulék adódik a vizsgált objektum fényességmodulációjához. Az eredmények alapján megállapítható, hogy a járulék jelentős, hiszen a nagyjából 30 km/s-os keringési sebesség jóval nagyobb, mint egy exobolygó által rángatott csillag keringési sebessége. A hatás bizonyos kettős rendszerekével természetesen összemérhető, összességében a mérési adatok értékelésénél már figyelembe kell venni az űrtávcső ilyen jellegű mozgását.

Továbblépésként elképzelhető a program finomítása, hiszen közelítéseket alkalmaztam (a keringési síkot és a Naprendszer alapsíkját egynek vettem, kéttest problémát feltételeztem, valamint a megfigyelőt a megfigyelt objektummal összekötő szakasz irányát fixnek vettem), valamint továbbfejlesztése több bolygós rendszerekre, bonyolultabb pályákra (például ha az eszköz a Föld körül kering).

A Doppler-erősítésnek köszönhető fényességmoduláció nagyon kis effektus, de viszonylag nagy tömegű bolygó vagy kis tömegű kísérő csillag esetén és rövid periódusú rendszereknél már kimutatható. A jövőben indítandó újabb űreszközök (például a James Webb) minden bizonnyal nagyobb pontossággal rendelkeznek majd, mint jelenleg a Kepler, így még pontosabb mérésekre lesz lehetőség, még kisebb effektusok kimutatása válik lehetővé.

Függelék

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

// konstansok megadása
#define PI 3.14159265
#define math_e 2.718281
#define CSE 150000000000 //csillagászati egység (m)
#define m_nap 1.9891*pow(10, 30) //a Nap tömege (kg)
#define m_jup 1.899*pow(10, 27) //a Jupiter tömege (kg)
#define c 299792458 //fénysebesség (m/s)
#define hk 4.799237345*pow(10, -11) //Planck/Boltzmann

FILE *output; //a kimeneti file

void main(){

//-----változók deklarálása (a teleszkóp radiális sebességének számításához)
double E; //excentrikus anomália
double E0; //az iteráció segédváltozója
double nu; //valódi anomália
double v; //pillanatnyi sebesség
double vr; //radiális sebessége a Naprendszer tkp-hoz képest
double r, ry, rx, qy, qx, p2y, vx, vy, v_szog, irv1, irv2, delta_x
double vx21, vx22, vx2; //koordináták, vektorok, sebességkomponensek, szögek

//-----változók deklarálása
//----- (a megfigyelt csillag radiális sebességének számításához)
double s_nu; //valódi anomália
double s_vr; //radiális sebesség
double s_E; //excentrikus anomália
double s_E0; //az iteráció segédváltozója

//-----változók deklarálása (egyéb)
int i; //ciklusváltozó
double t; //aktuális időpont (JD+2450000)

```

```

int ciklusszam, ciklusvaltas; //az iterációk segédváltozói

//-----átváltások
double valt_h(int h, int m, int s){
return (h+m/60.+s/3600.)/24.*360.;
} //átváltás h.m.s->deg
double valt_deg(int d, int m, int s){
return d+m/60.+s/3600.;
} //átváltás deg.min.sec->deg
double rad(double deg){
return deg*PI/180.;
} //átváltás deg->rad
double deg(double rad){
return rad/PI*180.;
} //átváltás rad->deg

//-----bemenő adatok megadása (a teleszkóp adatai)
double a=1.00000261; //fél nagytengely (CSE)
double e=0.01671123; //excentricitás
double OMEGA=rad(348.73936); //felszálló csomó hossza (deg)
double omega=rad(102.94719); //pericentrum argumentum
double periodus=372.5; //keringési periódus (nap)
double tau=6293.5; //pericentrum áthaladás időpontja (JD+2450000)
double epsilon=valt_deg(23, 26, 0); //'obliquity of the ecliptic'
// a Föld forgástengelye és a keringés tengelye által bezárt szög (deg, min, sec)

//-----bemenő adatok megadása (a megfigyelt objektum adatai)
double s_m1=1.16; //a csillag tömege (M_nap)
double s_m2=2.5; //a csillag bolygójának tömege (M_jup)
double s_i=rad(2.78); //inklináció (rad)
double s_e=0; //excentricitás
double s_a=0.026847737; //fél nagytengely (CSE)
double s_a1=s_a*s_m2*m_jup/(s_m1*m_nap+s_m2*m_jup);
//a csillag pályájának félnagytengelye (CSE) - számítás s_a-ból
double s_p=1.48571080; //keringési periódus (nap)

```

```

double s_omega=rad(90)-PI;
//a csillag pericentrum argumentuma (rad) - a bolygóéhoz képest PI-vel eltolva
double s_tau=5185.678035+s_p/2;
//a csillag pericentrumon való áthaladásának időpontja (JD+2450000)
//a bolygóéhoz képest fél periódusnyit eltolva
double T_eff=5781; //a csillag effektív hőmérséklete (K)
double DEC=valt_deg(47, 48, 54);
//A vizsgált objektum deklinációja (deg, min, sec)
double RA=valt_h(19, 53, 34.87);
//A vizsgált objektum rektaszcenziója (h, min, sec)

//-----bemenő adatok megadása (egyéb)
double v_tkp=0;
//a megfigyelt rendszer tömegközéppontjának radiális sebessége
//a Naprendszer tkp-jához képest (m/s)
double intervallum=400; //a vizsgált időszak hossza (day)
double t0=4950; //kezdő időpont (JD+2450000)
int osztasok=19200; //a vizsgált időszak osztásainak száma (db)
double frekvencia=c/(600*pow(10, -9));
//a megfigyelt sugárzás frekvenciája (Hz) - itt hullámhosszból számolva

//-----átszámítás ekvatoriális koordináta rendszerből ekliptikaira
double beta=asin(sin(rad(DEC))*cos(rad(epsilon))
    -cos(rad(DEC))*sin(rad(epsilon))*sin(rad(RA)));
//az ekliptikai szélesség számítása
double lambda=acos(cos(rad(RA))*cos(rad(DEC))/cos(beta));
//az ekliptikai hosszúság számítása

//-----fájl megnyitása írásra
if (!(output=fopen("adatok.txt","wt")))
printf("Nem sikerult az adatok.txt nevu file megnyitasa");

//-----a radiális sebesség és a relatív fényesség változás számítása
for (i=1;i<=osztasok+1;i++) {

```

```

t=t0+(i-1)*(intervallum)/osztasok;

//-----az E meghatározása Newton-módszerrel adott időpontra
ciklusszam=0;
do {
if (ciklusszam>5) {E=rand()%(200); ciklusszam=0;}
ciklusszam++;
E0=E;
E=E0-(E0-e*sin(E0)-2*PI*(t-tau)/periodus)/(1-e*cos(E0));
} while(fabs(E-E0)>0.0000001);

//-----a valódi anomália számítása
nu=2*atan(tan(E/2)*sqrt((1+e)/(1-e)));

//-----nu és E értékének 0 és 2*PI közé szorítása
if (nu<0) {do nu=nu+2*PI; while (nu<0);}
if (nu>2*PI) {do nu=nu-2*PI; while (nu>2*PI);}
if (E<0) {do E=E+2*PI; while (E<0);}
if (E>2*PI) {do E=E-2*PI; while (E>2*PI);}

//-----a pályamenti sebesség számítása
v=2*PI*(a*CSE)/(periodus*24*60*60)/sqrt(1-pow(e, 2))*(1+e*cos(nu));

//-----a radiális sebesség számítása
r=a*(1-pow(e, 2))/(1+e*cos(nu)); //a teleszkóp távolsága a tkp-tól
ry=-r*cos(nu); rx=r*sin(nu); //a távolság x és y koordinátái
qy=ry; qx=sqrt(pow(a,2)-pow((r*cos(nu)+e*a),2)); //a Q pont koordinátái
if (nu>PI) qx=-fabs(qx); else qx=fabs(qx); //qx előjelének helyes beállítása
irv1=qx; irv2=qy-e*a;
//a kör középpontját a Q ponttal összekötő egyenes irányvektora
p2y=(irv2*qy+irv1*qx)/irv2;
//A körhöz húzott érintő és az y tengely metszéspontjának (P2) y koordinátája
if (r*sin(nu)==0) {v_szog=PI/2;} else {v_szog=atan(fabs(-r*cos(nu)-p2y)
/fabs(-r*sin(nu)));}
//a v vektor és az x tengely által bezárt szög

```

```

if (nu>=0 && nu<=PI) {vy=fabs(v*sin(v_szog));} else {vy=-fabs(v*sin(v_szog));}
//a v vektor y komponensének számítása
if (E>=PI/2 && E<=PI*3/2) {vx=-fabs(v*cos(v_szog));}
    else {vx=fabs(v*cos(v_szog));} //a v vektor x komponensének számítása

//A teleszkóp sebességének vetülete a két tömegközéppontot összekötő irányra
//pozitív ha a seb. iránya a másik tkp felé mutat
delta_x=3*PI/2-omega+OMEGA+lambd;
vx21=vx*cos(delta_x);
vx22=vy*sin(delta_x);
vx2=vx21+vx22;
vr=vx2*cos(beta);

//-----A megfigyelt csillag radiális sebességének meghatározása
ciklusszam=0; ciklusvaltas=0;
do {
if (ciklusszam>5) {s_E=rand()%(1000); ciklusszam=0; ciklusvaltas++;}
ciklusszam++;
s_E0=s_E;
s_E=s_E0-(s_E0-s_e*sin(s_E0)-2*PI*(t-s_tau)/(s_p))/(1-s_e*cos(s_E0));
} while(fabs(s_E-s_E0)>0.0000001);
s_nu=2*atan(tan(s_E/2)*sqrt((1+s_e)/(1-s_e)));
if (s_nu<0) {do s_nu=s_nu+2*PI; while (s_nu<0);}
if (s_nu>2*PI) {do s_nu=s_nu-2*PI; while (s_nu>2*PI);}
if (s_E<0) {do s_E=s_E+2*PI; while (s_E<0);}
if (s_E>2*PI) {do s_E=s_E-2*PI; while (s_E>2*PI);}
s_vr=2*PI*s_a1*CSE*sin(s_i)/(s_p*24*60*60)/sqrt(1-pow(s_e, 2))
    *(cos(s_nu+s_omega)+s_e*cos(s_omega));

//-----az eredő radiális sebesség számítása
double v_sum=vr+s_vr+v_tkp;

//-----a Doppler-erősítés számolása
double x=hk*frekvencia/T_eff;
double alpha=(pow(math_e, x)*(3-x)-3)/(pow(math_e, x)-1);
double F=(3-alpha)*v_sum/c*pow(10, 6); //relatív változás (ppm)

```

```
//-----az eredmények fájlba írása
fprintf(output, "%lf | %lf %lf | %lf %lf | %lf | %lf %lf %lf\n",
        t, vr, nu, s_vr, s_nu, v_sum, F, F_s, F_m);
//1. oszlop: időpont (JD+2450000) (t)
//2. oszlop: a teleszkóp radiális sebessége (m/s) (vr)
//3. oszlop: a teleszkóp valódi anomáliája (rad) (nu)
//4. oszlop: a megfigyelt objektum radiális sebessége (m/s) (s_vr)
//5. oszlop: a megfigyelt objektum valódi anomáliája (rad) (s_nu)
//6. oszlop: az eredő radiális sebesség (m/s) (v_sum)
//7. oszlop: relatív fluxusváltozás - teljes (F)
//8. oszlop: relatív fluxusváltozás - megfigyelt objektum (F_s)
//9. oszlop: relatív fluxusváltozás - megfigyelő (F_m)
}

//-----a megnyitott fájl bezárása
fclose (output);
}
```

Hivatkozások

- [1] Astronomy Online, <http://www.astronomyonline.org>
- [2] Beuther H. et al., 2008, Outflows and Jets: Theory and Observations, http://www.mpia.de/homes/fendt/Lehre/Lecture_JETS/lect_jets14.pdf
- [3] Campbell B. et al., 1988, A search for substellar companions to solar-type stars, *ApJ*, 331, 902–921
- [4] Cardiff University
<http://www.astro.cardiff.ac.uk/research/gravity/tutorial/?page=3thehulsetaylor>
- [5] Casella F. et al., 2008, High-accuracy simulation of orbital dynamics: An object-oriented approach, *Simulation Modelling Practice and Theory*, 16, 8, 1040-1054
- [6] Clubb K.I., 2008, A detailed derivation of the radial velocity equation, http://astro.berkeley.edu/~kclubb/pdf/RV_Derivation.pdf
- [7] CNES, <http://www.cnes.fr/web/CNES-en/1403-constantly-stretching-the-limits-of-the-universe.php>
- [8] Désert J.M. et al., 2011, The hot-Jupiter Kepler-17b: discovery, obliquity from stroboscopic starspots, and atmospheric characterization, *ApJS*, 197, 14
- [9] Exoplanet Orbit Database, <http://exoplanets.org/>
- [10] Faigler S. et al., 2011, Photometric detection of non-transiting short-period low-mass companions through the beaming, ellipsoidal and reflection effects in Kepler and CoRoT lightcurves, *MNRAS*, 415, 4, 3921-3928
- [11] Faigler S. et al., 2012, Seven new binaries discovered in the Kepler light curves through the BEER method confirmed by radial-velocity observations, *ApJ*, 746, 185
- [12] Faigler S. et al., 2013, BEER analysis of Kepler and CoRoT light curves: I. Discovery of a hot Jupiter with superrotation evidence in Kepler data, [arXiv:1304.6841v1](https://arxiv.org/abs/1304.6841v1)
- [13] Hatzes A. et al., 2003, A planetary companion to γ Cephei A, *ApJ*, 599, 1383-1394
- [14] Kellermann K.I. et al., 2007, Doppler Boosting, Superluminal Motion, and the Kinematics of AGN Jets, *Astrophysics and Space Science*, 311, 1-3, 231-239
- [15] Kepler: a search for habitable planets, NASA, <http://kepler.nasa.gov/>

-
- [16] Launhardt R., 2009, Exoplanet search with astrometry, *New Astronomy Reviews*, 53, 11-12, 294-300
- [17] Lawton A.T. et al., 1989, A planetary system for Gamma Cephei?, *JBIS*, 42, 335-336
- [18] Loeb A. et al., 2003, Periodic flux variability of stars due to the reflex Doppler effect induced by planetary companions, *ApJ*, 588, L117-L120
- [19] Marik M., 1989, *Csillagászat*, Akadémiai Kiadó
- [20] Marois C. et al., 2010, Images of a fourth planet orbiting HR 8799, *Nature*, 468, 1080–1083
- [21] Mazeh T. et al., 2010, Detection of the ellipsoidal and the relativistic beaming effects in the CoRoT-3 lightcurve, *A&A*, 521, L59
- [22] Melo C. et al., 2007, A new Neptune-mass planet orbiting HD 219828, *A&A* 467, 721–727
- [23] Perryman M., 2000, Extra-solar planets, *Rep. Prog. Phys.*, 63, 1209
- [24] PlanetQuest, The Search For Another Earth, <http://planetquest.jpl.nasa.gov/>
- [25] Sugarbaker A., 2007, Lagrange Points and Methods for Observing Extrasolar Trojan Planets, <http://large.stanford.edu/courses/2007/ph210/sugarbaker1/>
- [26] Szatmáry K. et al., 1992, Egy különleges kettőspulzár és a gravitációs hullámok, *Fizikai Szemle*, 1992/7
- [27] Szatmáry K. et al., 2011, *Csillagászat*, elektronikus segédanyag, <http://astro.u-szeged.hu/oktatas/csillagaszat>
- [28] The Extrasolar Planets Encyclopaedia, <http://exoplanet.eu/>
- [29] van Kerkwijk M.H. et al., 2010, Observations of Doppler Boosting in Kepler Lightcurves, *ApJ*, 715, 51-58
- [30] Walker G.A.H. et al., 1992, γ Cep: rotation or planetary companion?, *ApJ*, 396, L91-L94
- [31] Wright J.T. et al., 2012, Exoplanet Detection Methods, arXiv: 1210.2471v2
- [32] Zucker S. et al., 2007, Beaming binaries: a new observational category of photometric binary stars, *ApJ*, 670, 1326–1330

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Szatmáry Károlynak a rengeteg segítségért és türelemért, melyet a dolgozat elkészítése során kaptam.

Köszönöm a családomnak, barátaimnak a türelmet, és hogy biztatással és kísérő figyelemmel követték nyomon eddigi munkámat.

Nyilatkozat

Alulírott, Virág Dániel, fizika BSc szakos hallgató, kijelentem, hogy a szakdolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy szakdolgozatomat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Virág Dániel

Szeged, 2013. május